2018届高三模拟考试

文科数学

第Ⅰ卷（选择题　共60分）

一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1.已知集合 $A=\{x\mid x^2-x-2\ge 0\}$，则 $C_R A=$（　　）

A. $(-1,2)$　　　B. $[-1,2]$　　　C. $(-2,1)$　　　D. $[-2,1]$

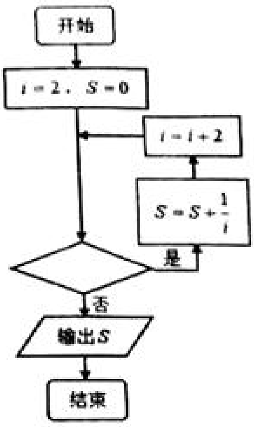
2.已知复数 $z=\dfrac{i}{1+i}$（i是虚数单位），则 $|z|=$（　　）

A. 1　　　B. $\dfrac{1}{2}$　　　C. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　　D. $\sqrt{2}$

3.已知 $a=3^{-\frac{1}{2}}$，$b=\log_3\dfrac{1}{2}$，$c=\log_2 3$，则 a，b，c 的大小关系是（　　）

A. $a>c>b$　　　B. $c>a>b$　　　C. $a>b>c$　　　D. $c>b>a$

4.下图给出的是计算 $\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{6}+\cdots+\dfrac{1}{2018}$ 值的程序框图，其中判断框内可填入的条件是（　　）



A. $i>2016$?　　　B. $i>2018$?　　　C. $i\le 2016$?　　　D. $i\le 2018$?

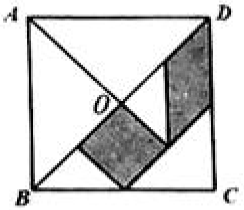
5.已知 $f(x)=ax-\log_2(4^x+1)$ 是偶函数，则 $a=$（　　）

A. 1　　　B. -1　　　C. 2　　　D. -2

6.已知 ΔABC 的内角 A，B，C 的对边分别为 a，b，c，若 $(a+b)(\sin A-\sin B)=(c-b)\sin C$，则 $A=$（　　）

A. $\dfrac{\pi}{6}$　　B. $\dfrac{\pi}{3}$　　C. $\dfrac{5\pi}{6}$　　D. $\dfrac{2\pi}{3}$

7. 七巧板是我们祖先的一项创造，被誉为“东方魔板”，它是由五块等腰直角三角形（两块全等的小三角形、一块中三角形和两块全等的大三角形）、一块正方形和一块平行四边形组成的. 如图是一个用七巧板拼成的正方形，在此正方形中任取一点，则此点取自阴影部分的概率是（　　）

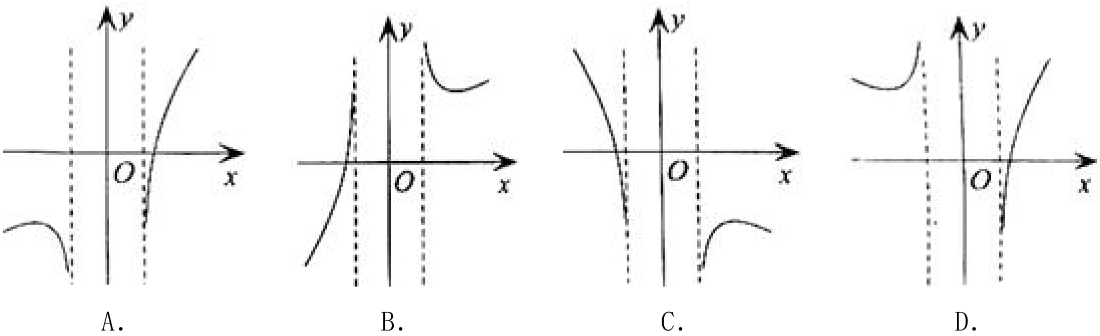


A. $\dfrac{3}{16}$　　B. $\dfrac{3}{8}$　　C. $\dfrac{1}{4}$　　D. $\dfrac{1}{8}$

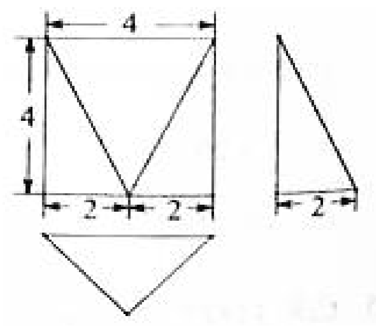
8. 已知$\sin(\dfrac{\pi}{4}-\alpha)=\dfrac{1}{3}$，则$\sin 2\alpha=$（　　）

A. $-\dfrac{7}{9}$　　B. $\dfrac{7}{9}$　　C. $-\dfrac{1}{9}$　　D. $\dfrac{1}{9}$

9. 函数$f(x)=\ln(|x|-1)+x$的大致图象为（　　）



10. 某几何体的三视图如图所示，其中俯视图是等腰三角形，则该几何体的体积为（　　）



A. 32　　B. $\dfrac{64}{3}$　　C. $\dfrac{16}{3}$　　D. $\dfrac{32}{3}$

11. 设F_1、F_2是椭圆C：$\dfrac{x^2}{m}+\dfrac{y^2}{2}=1$的两个焦点，若$C$上存在点$M$满足$\angle F_1MF_2=120^\circ$，则$m$的取值范围是（　　）

A. $(0,\frac{1}{2}]\cup[8,+\infty)$　　B. $(0,1]\cup[8,+\infty)$

C. $(0,\frac{1}{2}]\cup[4,+\infty)$　　D. $(0,1]\cup[4,+\infty)$

12. 已知函数 $f(x)=(1+2x)(x^2+ax+b)$ $(a,b\in R)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称，则 $f(x)$ 在 $[-1,1]$ 上的最大值为（　　）

A. $\sqrt{3}$　　B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　C. $2\sqrt{3}$　　D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

第Ⅱ卷（共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13 已知实数 x， y 满足 $\begin{cases} x\geq 0 \\ y\geq 0 \\ x+y-1\leq 0 \end{cases}$，则 $\sqrt{(x+1)^2+y^2}$ 的最大值为__________.

14. 在平行四边形 $ABCD$ 中， $AB=1$， $AD=2$，则 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=$__________.

15. 已知圆 M 与直线 $x-y=0$ 及 $x-y+4=0$ 都相切，圆心在直线 $y=-x+2$ 上，则圆 M 的标准方程为__________.

16. 已知 $f(x)=\sin\omega x-\cos\omega x$ $(\omega>\frac{2}{3})$，若函数 $f(x)$ 图象的任何一条对称轴与 x 轴交点的横坐标都不属于区间 $(\pi,2\pi)$，则 ω 的取值范围是__________.（结果用区间表示）

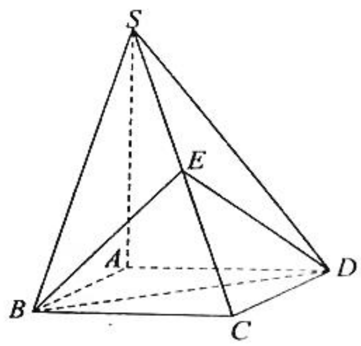
三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分.

17. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n=\frac{3n^2+5n}{2}$.

（Ⅰ）求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）设 $b_n=\frac{3}{a_na_{n+1}}$，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和.

18. 在四棱锥 $S-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 为矩形，平面 $SAB\perp$ 平面 $ABCD$，平面 $SAD\perp$ 平面 $ABCD$，且 $SA=2AD=3AB$.



（Ⅰ）证明：$SA\perp$平面$ABCD$；

（Ⅱ）若E为SC的中点，三棱锥$E-BCD$的体积为$\dfrac{8}{9}$，求四棱锥$S-ABCD$外接球的表面积.

19. 随着高校自主招生活动的持续开展，我市高中生掀起了参与数学兴趣小组的热潮. 为调查我市高中生对数学学习的喜好程度，从甲、乙两所高中各随机抽取了40名学生，记录他们在一周内平均每天学习数学的时间，并将其分成了6个区间：$(0,10]$、$(10,20]$、$(20,30]$、$(30,40]$、$(40,50]$、$(50,60]$，整理得到如下频率分布直方图：

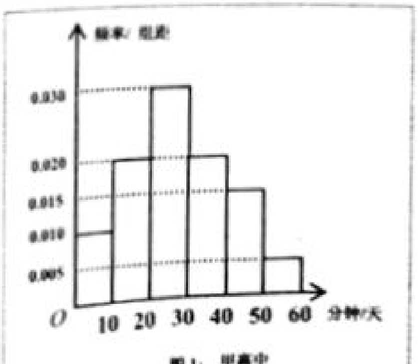


图1：甲高中

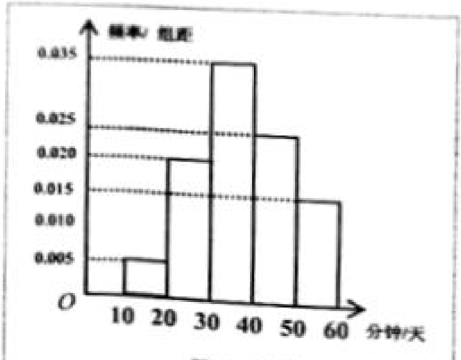


图2：乙高中

根据一周内平均每天学习数学的时间t，将学生对于数学的喜好程度分为三个等级：

学习时间（分钟/天）	$t\le 20$	$20<t\le 50$	$t>50$
喜好等级	一般	爱好	痴迷

（Ⅰ）试估计甲高中学生一周内平均每天学习数学的时间的中位数$m_{甲}$（精确到0.01）；

（Ⅱ）判断从甲、乙两所高中各自随机抽取的40名学生一周内平均每天学习数学的时间的平均值$\overline{X_{甲}}$与$\overline{X_{乙}}$及方差$S_{甲}{}^2$与$S_{乙}{}^2$的大小关系（只需写出结论），并计算其中的$\overline{X_{甲}}$、$S_{甲}{}^2$（同一组中的数据用该组区间的中点值作代表）；

（Ⅲ）从甲高中与乙高中随机抽取的80名同学中数学喜好程度为“痴迷”的学生中随机抽取2人，求选出的2人中甲高中与乙高中各有1人的概率.

20. 已知抛物线C： $y^2=2px(0<p<1)$上的点$P(m,1)$到其焦点F的距离为$\frac{5}{4}$.

（Ⅰ）求C的方程；

（Ⅱ）已知直线l不过点P且与C相交于A， B两点，且直线PA与直线PB的斜率之积为1，证明：l过定点.

21. 已知曲线$y=f(x)=x^2-1-a\ln x(a\in R)$与$x$轴有唯一公共点$A$.

（Ⅰ）求实数a的取值范围；

（Ⅱ）曲线$y=f(x)$在点A处的切线斜率为a^2-a-7. 若两个不相等的正实数x_1， x_2满足$\left|f(x_1)\right|=\left|f(x_2)\right|$，求证： $x_1x_2<1$.

请考生在 22、23 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分. 作答时请写清题号.

22. 选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系xOy中，曲线C的参数方程为$\begin{cases}x=3\cos\theta\\y=2\sin\theta\end{cases}$（$\theta$为参数），直线$l$的参数方程为$\begin{cases}x=t-1\\y=2t-a-1\end{cases}$（$t$为参数）.

（Ⅰ）若$a=1$，求直线l被曲线C截得的线段的长度；

（Ⅱ）若$a=11$，在曲线C上求一点M，使得点M到直线l的距离最小，并求出最小距离.

23. 选修 4-5：不等式选讲

已知函数$f(x)=\left|3x-a\right|$.

（Ⅰ）当$a=4$时，求不等式$f(x)<3$的解集；

（Ⅱ）设函数$g(x)=\left|x+1\right|$. 当$x\in R$时，$f(x)+g(x)>1$恒成立，求实数a的取值范围.

2018届高三模拟考试

数学（文科）参考答案

一、选择题

1-5: ACBDA　　6-10: BCBAD　　11、12：AD

二、填空题

13. 2　　14. 3　　15. $x^2+(y-2)^2=2$　　16. $[\frac{3}{4},\frac{7}{8}]$

三、解答题

17.（Ⅰ）解：$a_1=S_1=4$.

当$n\geq 2$时，$a_n=S_n-S_{n-1}=\frac{3n^2+5n}{2}-\frac{3(n-1)^2+5(n-1)}{2}$.

又$a_1=4$符合$n\geq 2$时a_n的形式，所以$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=3n+1$.

（Ⅱ）由（Ⅰ）知$b_n=\frac{3}{(3n+1)(3n+4)}=\frac{1}{3n+1}-\frac{1}{3n+4}$.

数列$\{b_n\}$的前n项和为

$$b_1+b_2+\cdots+b_n=(\frac{1}{4}-\frac{1}{7})+(\frac{1}{7}-\frac{1}{10})+\cdots+(\frac{1}{3n-2}-\frac{1}{3n+1})+(\frac{1}{3n+1}-\frac{1}{3n+4})$$
$$=\frac{1}{4}-\frac{1}{3n+4}.$$

18.（Ⅰ）证明：由底面$ABCD$为矩形，得$BC\perp AB$.

又平面$SAB\perp$平面$ABCD$，平面$SAB\bigcap$平面$ABCD=AB$，$BC\subset$平面$ABCD$，

所以$BC\perp$平面SAB.所以$BC\perp SA$.

同理可得$CD\perp SA$.

又$BC\bigcap CD=C$，$BC\subset$平面$ABCD$，$CD\subset$平面$ABCD$，

所以$SA\perp$平面$ABCD$.

（Ⅱ）解：设$SA=6a$，则$AB=2a$，$AD=3a$.

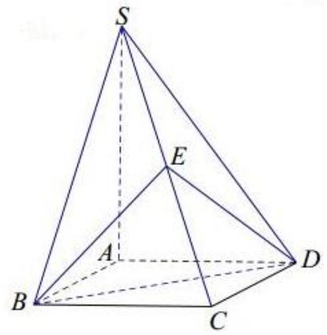
$$V_{E-BCD}=\frac{1}{3}\times S_{\Delta BCD}\times h$$
$$=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times BC\times CD)\times(\frac{1}{2}SA)$$
$$=\frac{1}{3}\times(\frac{1}{2}\times 2a\times 3a)\times(3a)=3a^3.$$

又$V_{E-BCD}=\frac{8}{9}$，所以$3a^3=\frac{8}{9}$. 解得$a=\frac{2}{3}$.

四棱锥$S-ABCD$的外接球是以AB、AD、AS为棱的长方体的外接球，设半径为R.

则$2R=\sqrt{AB^2+AD^2+AS^2}=7a=\frac{14}{3}$，即$R=\frac{7}{3}$.

所以，四棱锥$S-ABCD$的外接球的表面积为$4\pi R^2=\frac{196\pi}{9}$.



19. 解：（Ⅰ）由样本估计总体的思想，甲高中学生一周内平均每天学习数学的时间的中位数

$m_{甲}=20+\frac{0.5-(0.1+0.2)}{0.3}\times 10\approx 26.67$；

（Ⅱ）$\overline{X_{甲}}<\overline{X_{乙}}$；$S_{甲}{}^2>S_{乙}{}^2$；

$\overline{X_{甲}}=5\times 0.1+15\times 0.2+25\times 0.3+35\times 0.2+45\times 0.15+55\times 0.05=27.5$；

$S_{甲}{}^2=\frac{1}{40}\times[(5-27.5)^2\times(40\times 0.1)+(15-27.5)^2\times(40\times 0.2)+(25-27.5)^2\times(40\times 0.3)$

$+(35-27.5)^2\times(40\times 0.2)+(45-27.5)^2\times(40\times 0.15)+(55-27.5)^2\times(40\times 0.05)]$

$=178.75$.

（Ⅲ）甲高中随机选取的40名学生中“痴迷”的学生有$40\times(0.005\times 10)=2$人，记为$A_1$，$A_2$；乙高中随机选取的40名学生中“痴迷”的学生有$40\times(0.015\times 10)=6$人，记为$B_1$，$B_2$，$B_3$，$B_4$，$B_5$，$B_6$.

随机选出2人有以下28种可能：

(A_1,A_2)，(A_1,B_1)，(A_1,B_2)，(A_1,B_3)，(A_1,B_4)，(A_1,B_5)，(A_1,B_6)，

(A_2,B_1)，(A_2,B_2)，(A_2,B_3)，(A_2,B_4)，(A_2,B_5)，(A_2,B_6)，(B_1,B_2)，

(B_1,B_3)，(B_1,B_4)，(B_1,B_5)，(B_1,B_6)，(B_2,B_3)，(B_2,B_4)，(B_2,B_5)，

(B_2,B_6)，(B_3,B_4)，(B_3,B_5)，(B_3,B_6)，(B_4,B_5)，(B_4,B_6)，(B_5,B_6)，

甲、乙两所高中各有1人，有以下12种可能：

(A_1,B_1)，(A_1,B_2)，(A_1,B_3)，(A_1,B_4)，(A_1,B_5)，(A_1,B_6)，

(A_2,B_1)，(A_2,B_2)，(A_2,B_3)，(A_2,B_4)，(A_2,B_5)，(A_2,B_6).

所以，从甲、乙两所高中数学喜好程度为“痴迷”的同学中随机选出2人，选出的2人中甲、乙两所高中各有1人的概率为$\frac{12}{28}=\frac{3}{7}$.

20. 解：（Ⅰ）由题意，得$2pm=1$，即$m=\frac{1}{2p}$.

由抛物线的定义，得$|PF|=m-(-\frac{p}{2})=\frac{1}{2p}+\frac{p}{2}$.

由题意，$\frac{1}{2p}+\frac{p}{2}=\frac{5}{4}$. 解得$p=\frac{1}{2}$，或$p=2$（舍去）.

所以C的方程为$y^2=x$.

（Ⅱ）证法一：设直线PA的斜率为k（显然$k\neq 0$），则直线PA的方程为$y-1=k(x-1)$，则$y=kx+1-k$.

由$\begin{cases} y=kx+1-k \\ y^2=x \end{cases}$消去$y$并整理得$k^2x^2+[2k(1-k)-1]x+(1-k)^2=0$.

设$A(x_1,y_1)$，由韦达定理，得$1\times x_1=\frac{(1-k)^2}{k^2}$，即$x_1=\frac{(1-k)^2}{k^2}$.

$y_1=kx_1+1-k=k\cdot\frac{(1-k)^2}{k^2}+1-k=-1+\frac{1}{k}$. 所以$A(\frac{(1-k)^2}{k^2},-1+\frac{1}{k})$.

由题意，直线PB的斜率为$\frac{1}{k}$.

同理可得$B(\frac{(1-\frac{1}{k})^2}{(\frac{1}{k})^2},-1+\frac{1}{\frac{1}{k}})$，即$B((k^2-1)^2,k-1)$.

若直线l的斜率不存在，则$\frac{(1-k)^2}{k^2}=(k-1)^2$. 解得$k=1$，或$k=-1$.

当$k=1$时，直线PA与直线PB的斜率均为1，A，B两点重合，与题意不符；

当$k=-1$时，直线PA与直线PB的斜率均为-1，A，B两点重合，与题意不符.

所以，直线l的斜率必存在.

直线l的方程为$y-(k-1)=\frac{k}{(k-1)^2}[x-(k-1)^2]$，即$y=\frac{k}{(k-1)^2}x-1$.

所以直线l过定点$(0,-1)$.

证法二：由（1），得$P(1,1)$.

若l的斜率不存在，则l与x轴垂直.

设$A(x_1,y_1)$，则$B(x_1,-y_1)$，${y_1}^2=x_1$.

则$k_{PA}k_{PB}=\frac{y_1-1}{x_1-1}\cdot\frac{-y_1-1}{x_1-1}=\frac{1-{y_1}^2}{(x_1-1)^2}=\frac{1-x_1}{(x_1-1)^2}=\frac{1}{1-x_1}$.

（$x_1-1\neq0$，否则，$x_1=1$，则$A(1,1)$，或$B(1,1)$，直线l过点P，与题设条件矛盾）

由题意，$\frac{1}{1-x_1}=1$，所以$x_1=0$. 这时A，B两点重合，与题意不符.

所以l的斜率必存在.

设l的斜率为k，显然$k\neq0$，设l：$y=kx+t$，

由直线l不过点$P(1,1)$，所以$k+t\neq1$.

由$\begin{cases}y^2=x\\y=kx+t\end{cases}$消去$y$并整理得$k^2x^2+(2kt-1)x+t^2=0$.

由判别式$\Delta=1-4kt>0$，得$kt<\frac{1}{4}$.

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$x_1+x_2=\frac{1-2kt}{k^2}$①，$x_1x_2=\frac{t^2}{k^2}$②，

则$k_{PA}k_{PB}=\frac{y_1-1}{x_1-1}\cdot\frac{y_2-1}{x_2-1}=\frac{kx_1+t-1}{x_1-1}\cdot\frac{kx_2+t-1}{x_2-1}=\frac{k^2x_1x_2+k(t-1)(x_1+x_2)+(t-1)^2}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}$.

由题意，$\frac{k^2x_1x_2+k(t-1)(x_1+x_2)+(t-1)^2}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1}=1$.

故$(k^2-1)x_1x_2+(kt-k+1)\ (x_1+x_2)+t^2-2t=0$③

将①②代入③式并化简整理得$\frac{1-t^2-kt-k}{k^2}=0$，即$1-t^2-kt-k=0$.

即$(1+t)(1-t)-k(t+1)=0$，即$(1+t)(1-t-k)=0$.

又$k+t\neq 1$，即$1-t-k\neq 0$，所以$1+t=0$，即$t=-1$.

所以l：$y=kx-1$. 显然l过定点$(0,-1)$.

证法三：由（1），得$P(1,1)$.

设l：$x=ny+t$，由直线l不过点$P(1,1)$，所以$n+t\neq 1$.

由$\begin{cases}y^2=x\\x=ny+t\end{cases}$消去$x$并整理得$y^2-ny-t=0$.

由题意，判别式$\Delta=n^2+4t>0$.

设$A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$，则$y_1+y_2=n$①，$y_1y_2=-t$②

则$k_{PA}k_{PB}=\dfrac{y_1-1}{x_1-1}\cdot\dfrac{y_2-1}{x_2-1}=\dfrac{y_1-1}{{y_1}^2-1}\cdot\dfrac{y_2-1}{{y_2}^2-1}=\dfrac{1}{y_1y_2+(y_1+y_2)+1}$.

由题意，$y_1y_2+(y_1+y_2)+1=1$，即$y_1y_2+(y_1+y_2)=0$③

将①②代入③式得$-t+n=0$，即$t=n$.

所以l：$x=n(y+1)$. 显然l过定点$(0,-1)$.

21.（Ⅰ）解：函数$f(x)$的定义域为$(0,+\infty)$. $f(1)=0$.

由题意，函数$f(x)$有唯一零点1. $f'(x)=2x-\dfrac{a}{x}$.

（1）若$a\leq 0$，则$-a\geq 0$.

显然$f'(x)>0$恒成立，所以$f(x)$在$(0,+\infty)$上是增函数.

又$f(1)=0$，所以$a\leq 0$符合题意.

（2）若$a>0$，$f'(x)=\dfrac{2x^2-a}{x}$. $f'(x)>0\Leftrightarrow x>\sqrt{\dfrac{a}{2}}$；$f'(x)<0\Leftrightarrow 0<x<\sqrt{\dfrac{a}{2}}$.

所以$f(x)$在$(0,\sqrt{\dfrac{a}{2}})$上是减函数，在$(\sqrt{\dfrac{a}{2}},+\infty)$上是增函数.

所以$f(x)_{\min}=f(\sqrt{\dfrac{a}{2}})=\dfrac{a}{2}-1-\dfrac{a}{2}\ln\dfrac{a}{2}$.

由题意，必有$f(\sqrt{\dfrac{a}{2}})\leq 0$（若$f(\sqrt{\dfrac{a}{2}})>0$，则$f(x)>0$恒成立，$f(x)$无零点，不符合题意）

①若 $f(\sqrt{\frac{a}{2}})<0$，则 $\frac{a}{2}-1-\frac{a}{2}\ln\frac{a}{2}<0$.

令 $g(a)=\frac{a}{2}-1-\frac{a}{2}\ln\frac{a}{2}(a>0)$，则 $g'(a)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\ln\frac{a}{2}-\frac{a}{2}\times\frac{1}{\frac{a}{2}}\times\frac{1}{2}=-\frac{1}{2}\ln\frac{a}{2}$.

$g'(a)>0\Leftrightarrow 0<a<2$；$g'(a)<0\Leftrightarrow a>2$.

所以函数 $g(a)$ 在 $(0,2)$ 上是增函数，在 $(2,+\infty)$ 上是减函数.

所以 $g(a)_{\max}=g(2)=0$. 所以 $g(a)\le 0$，当且仅当 $a=2$ 时取等号.

所以，$f(\sqrt{\frac{a}{2}})<0\Leftrightarrow a>0$，且 $a\ne 2$.

取正数 $b<\min\{\sqrt{\frac{a}{2}},e^{-\frac{1}{a}}\}$，则 $f(b)=b^2-1-a\ln b>-1-a\ln b>-1-a\times(-\frac{1}{a})=0$；

取正数 $c>a+1$，显然 $c>2\sqrt{a}>\sqrt{\frac{a}{2}}$. 而 $f(c)=c^2-1-a\ln x$，

令 $h(x)=\ln x-x$，则 $h'(x)=\frac{1}{x}-1$. 当 $x>1$ 时，显然 $h'(x)=\frac{1}{x}-1<0$.

所以 $h(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上是减函数.

所以，当 $x>1$ 时，$h(x)=\ln x-x<h(1)=-1<0$，所以 $\ln x<x$.

因为 $c>1$，所以 $f(c)=c^2-1-a\ln c>c^2-1-ac=c(c-a)-1>c\times1-1>0$.

又 $f(x)$ 在 $(0,\sqrt{\frac{a}{2}})$ 上是减函数，在 $(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty)$ 上是增函数，

则由零点存在性定理，$f(x)$ 在 $(0,\sqrt{\frac{a}{2}})$、$(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty)$ 上各有一个零点.

可见，$0<a<2$，或 $a>2$ 不符合题意.

注：$a>0$ 时，若利用 $\lim\limits_{x\to0+0}f(x)=+\infty$，$f(\sqrt{\frac{a}{2}})<0$，$\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$，说明 $f(x)$ 在 $(0,\sqrt{\frac{a}{2}})$、$(\sqrt{\frac{a}{2}},+\infty)$ 上各有一个零点.

②若 $f(\sqrt{\frac{a}{2}})=0$，显然 $\sqrt{\frac{a}{2}}=1$，即 $a=2$. 符合题意.

综上，实数a的取值范围为$\{a \mid a \le 0, 或 a = 2\}$.

（Ⅱ）由题意，$f'(1) = 2 - a = a^2 - a - 7$. 所以$a^2 = 9$，即$a = \pm 3$.

由（Ⅰ）的结论，得$a = -3$.

$f(x) = x^2 - 1 + 3\ln x$，$f(x)$在$(0, +\infty)$上是增函数.

$f(x) < 0 \Leftrightarrow 0 < x < 1$；$f(x) > 0 \Leftrightarrow x > 1$.

由$|f(x_1)| = |f(x_2)|$，不妨设$x_1 < x_2$，则$0 < x_1 < 1 < x_2$.

从而有$-f(x_1) = f(x_2)$，即$-({x_1}^2 - 1 + 3\ln x_1) = {x_2}^2 - 1 + 3\ln x_2$.

所以${x_1}^2 + {x_2}^2 + 3\ln x_1x_2 - 2 = 0 > 2x_1x_2 + 3\ln x_1x_2 - 2$.

令$p(t) = 2t + 3\ln t - 2$，显然$p(t)$在$(0, +\infty)$上是增函数，且$p(1) = 0$.

所以$p(t) < 0 \Leftrightarrow 0 < t < 1$.

从而由$2x_1x_2 + 3\ln x_1x_2 - 2 < 0$，得$x_1x_2 < 1$.

22.选修 4-4：坐标系与参数方程

解：(1) 曲线C的普通方程为$\dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1$.

当$a = 1$时，直线l的普通方程为$y = 2x$.

由$\begin{cases} y = 2x \\ \dfrac{x^2}{9} + \dfrac{y^2}{4} = 1 \end{cases}$. 解得$\begin{cases} x = \dfrac{3}{\sqrt{10}} \\ y = \dfrac{6}{\sqrt{10}} \end{cases}$或$\begin{cases} x = -\dfrac{3}{\sqrt{10}} \\ y = -\dfrac{6}{\sqrt{10}} \end{cases}$,

直线l被曲线C截得的线段的长度为$\sqrt{(2 \times \dfrac{3}{\sqrt{10}})^2 + (2 \times \dfrac{6}{\sqrt{10}})^2} = 3\sqrt{2}$.

(2) 解法一：$a = 11$时，直线l的普通方程为$2x - y - 10 = 0$.

由点到直线的距离公式，椭圆$\begin{cases} x = 3\cos\theta \\ y = 2\sin\theta \end{cases}$上的点$M(3\cos\theta, 2\sin\theta)$到直线$l$：$2x - y - 10 = 0$的距离为

$$d = \frac{|6\cos\theta - 2\sin\theta - 10|}{\sqrt{5}}$$

$$=\frac{\left|2\sqrt{10}(\frac{3}{\sqrt{10}}\cos\theta-\frac{1}{\sqrt{10}}\sin\theta)-10\right|}{\sqrt{5}}$$

$$=\frac{\left|2\sqrt{10}\cos(\theta+\theta_0)-10\right|}{\sqrt{5}},$$

其中θ_0满足$\cos\theta_0=\frac{3}{\sqrt{10}}$，$\sin\theta_0=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

由三角函数性质知，当$\theta+\theta_0=0$时，d取最小值$2\sqrt{5}-2\sqrt{2}$.

此时，$3\cos\theta=3\cos(-\theta_0)=\frac{9\sqrt{10}}{10}$，$2\sin\theta=2\sin(-\theta_0)=-\frac{\sqrt{10}}{5}$.

因此，当点M位于$(\frac{9\sqrt{10}}{10},-\frac{\sqrt{10}}{5})$时，点$M$到$l$的距离取最小值$2\sqrt{5}-2\sqrt{2}$.

解法二：当$a=11$时，直线l的普通方程为$2x-y-10=0$.

设与l平行，且与椭圆$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$相切的直线$m$的方程为$2x-y+t=0$.

由$\begin{cases}2x-y+t=0\\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$消去$y$并整理得$40x^2+36tx+9t^2-36=0$.

由判别式$\Delta=(36t)^2-4\times40\times(9t^2-36)=0$，解得$t=\pm2\sqrt{10}$.

所以，直线m的方程为$2x-y+2\sqrt{10}=0$，或$2x-y-2\sqrt{10}=0$.

要使两平行直线l与m间的距离最小，则直线m的方程为$2x-y-2\sqrt{10}=0$.

这时，l与m间的距离$d=\frac{10-2\sqrt{10}}{\sqrt{5}}=2\sqrt{5}-2\sqrt{2}$.

此时点M的坐标为方程组$\begin{cases}2x-y-2\sqrt{10}=0\\ \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\end{cases}$的解$\begin{cases}x=\frac{9\sqrt{10}}{10}\\ y=-\frac{\sqrt{10}}{5}\end{cases}$.

因此，当点M位于$(\frac{9\sqrt{10}}{10},-\frac{\sqrt{10}}{5})$时，点$M$到直线$l$的距离取最小值$2\sqrt{5}-2\sqrt{2}$.

23.选修 4-5：不等式选讲

解：（1）当 $a=4$ 时，$f(x)=|3x-4|$.

由 $|3x-4|<3$，解得 $\frac{1}{3}<x<\frac{7}{3}$.

所以，不等式 $f(x)<3$ 的解集为 $\{x|\frac{1}{3}<x<\frac{7}{3}\}$.

（2）$f(x)+g(x)=|3x-a|+|x+1|=\left|3(x-\frac{a}{3})\right|+|x+1|$

$=2\left|x-\frac{a}{3}\right|+\left|x-\frac{a}{3}\right|+|x+1|$

$\geq\left|x-\frac{a}{3}\right|+|x+1|$（当且仅当 $x=\frac{a}{3}$ 时取等号）

$\geq\left|(x-\frac{a}{3})-(x+1)\right|$（当且仅当 $(x-\frac{a}{3})(x+1)\leq 0$ 时取等号）

$=\left|\frac{a}{3}+1\right|$.

综上，当 $x=\frac{a}{3}$ 时，$f(x)+g(x)$ 有最小值 $\left|\frac{a}{3}+1\right|$.

故由题意得 $\left|\frac{a}{3}+1\right|>1$，解得 $a<-6$，或 $a>0$.

所以，实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-6)\cup(0,+\infty)$.