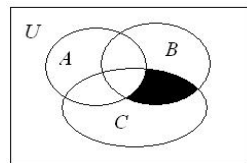


数学试卷高一

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 U 为全集，集合 A 、 B 、 C 是集合 U 的三个子集，则右图黑色部分表示的集合是



- (A) $A \cap B \cap C$ (B) $(C_U A) \cap (B \cap C)$
 (C) $[C_U (A \cap B)] \cap C$ (D) $[C_U (A \cup B)] \cap C$

2. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x + \frac{1}{5} & (x \geq 4) \\ 4x + \frac{1}{5} & (0 < x < 4) \end{cases}$ ，则 $f(\log_2 \frac{89}{5})$ 的值是

- (A) $4\log_2 \frac{89}{5} + \frac{1}{5}$ (B) 18 (C) 17 (D) 16

3. 已知函数 $f(x) = 10^{x-1} - 2$ ，则 $f^{-1}(8) =$

- (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 2

4. 已知 $0 < a < 1$ ， $0 < b < 1$ ，如果 $a^{\log_b(x-1)} < 1$ ，则 x 的取值范围是

- (A) $2 < x < 3$ (B) $1 < x < 2$ (C) $3 < x < 4$ (D) $1 < x < 3$

5. 关于 x 的方程 $x^2 + (m-2)x + 5 - m = 0$ 的两根都大于 2，则 m 的范围是

- (A) $(-5, -4]$ (B) $(-\infty, -4]$ (C) $(-\infty, -2]$ (D) $(-\infty, -5) \cup (-5, -4]$

6. 关于函数 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ 的零点，下列说法正确的是

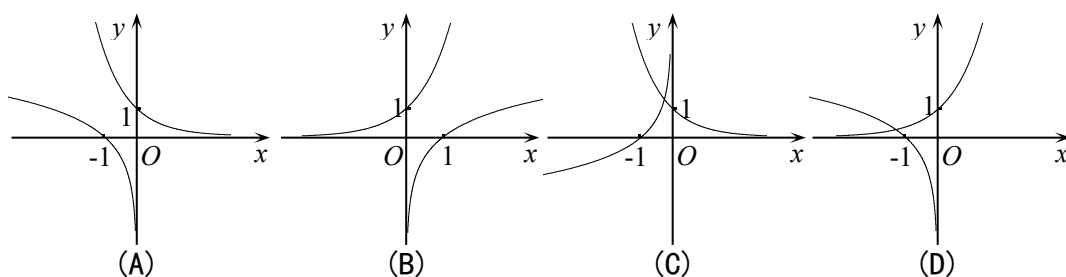
- (A) 有 3 个变号零点
 (B) 有 2 个变号零点、1 个不变号零点
 (C) 有 1 个变号零点、1 个不变号零点
 (D) 有 1 个变号零点、2 个不变号零点

7. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，在区间 $(-\infty, 0)$ 上单调递增，

并且有 $f(2a^2 + a + 1) < f(2a^2 - 2a + 3)$ ，则 a 的取值范围是

- (A) $a > \frac{2}{3}$ (B) $a < \frac{2}{3}$ (C) $0 < a < \frac{2}{3}$ (D) $\frac{2}{3} < a < \frac{4}{3}$

8. 如果 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，则在同一坐标系中，函数 $y = a^{-x}$ 和 $y = \log_a(-x)$ 的图像可能是



9. 已知定义在 R 上的函数 $y = f(x)$ ，对任意 $x, y \in R$ 满足

$f(x+y) = f(x) + f(y)$ ，且当 $x > 0$ 时， $f(x) < 0$ ，则下列说法正确的是

- (A) $f(0) = 0$ ，且 $f(x)$ 在 R 上是增函数
(B) $f(0) = 1$ ，且 $f(x)$ 在 R 上是增函数
(C) $f(0) = 0$ ，且 $f(x)$ 在 R 上是减函数
(D) $f(0) = 1$ ，且 $f(x)$ 在 R 上是减函数
10. 已知函数 $f(x) = \log_a(3 - ax)$ 在 $[0, 2]$ 上是减函数，则 a 的取值范围是
- (A) $0 < a < 1$ (B) $1 < a < 2$ (C) $1 < a < \frac{3}{2}$ (D) $a > 2$
11. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{2^x - 1} + \frac{1}{2}$ ，则 $f(x)$ 是
- (A) 奇函数 (B) 偶函数
(C) 既是奇函数又是偶函数 (D) 既不是奇函数也不是偶函数
12. 已知 $f(x)$ 是 R 上的增函数，点 $A(-1, 1)$ ， $B(1, 3)$ 在 $y = f(x)$ 的图像上，

$y = f^{-1}(x)$ 是它的反函数, 那么不等式 $|f^{-1}(\log_2 x)| < 1$ 的解集是

- (A) $\{x | -1 < x < 1\}$ (B) $\{x | 1 < x < 3\}$ (C) $\{x | 2 < x < 8\}$ (D) $\{x | 0 < x < 3\}$

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

13. 对数函数 $y = f(x)$ 的图像经过点 $(81, 4)$ 和 $(m, \frac{3}{2})$, 则 m 的值是_____.

14. 若 $x^{\frac{2}{3}} > x^{\frac{3}{7}}$, 则 x 的取值范围是_____.

15. 若 $\lg a, \lg b$ 是方程 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 的两个根, 则 $(\lg \frac{a}{b})^2 =$ _____.

16. 函数 $f(x) = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \cdot 2^x + 5$ ($0 \leq x \leq 2$) 的值域是_____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = |x - 2| + |2x + 1|$

(1) 请把函数 $f(x)$ 写成分段函数的形式;

(2) 画出 $y = f(x)$ 的图像并指出单调增区间和单调减区间.

18. (本小题满分 12 分)

某工厂生产甲、乙两种产品, 生产这两种产品所能获得的最大效益依次是

P (万元) 和 Q (万元), 它们与投资 x (万元) 的关系分别是 $P = \frac{x}{4}$, $Q = \frac{3}{4}\sqrt{x}$.

现准备投资 3 万元资金生产甲、乙两种产品, 为了获取最大效益, 对甲、乙两种产品的资金投入分别应是多少?

19. (本小题满分 12 分)

已知幂函数 $y = x^{2m^2-m-3}$ ($m \in N$) 的图像关于 y 轴对称, 并且在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.

(1) 求 m 的值;

(2) 若 $(a+1)^{-\frac{m+2}{5}} < (3a^2-a)^{-\frac{m+2}{5}}$, 求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = \frac{4^x}{4^x + 2}$, 函数 $g(x) = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{f(x)} + \frac{1}{f(-x)} \right] - 1$,

(1) 证明函数 $g(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数;

(2) 若 $0 < \alpha < 1$, 求 $f(\alpha) + f(1-\alpha)$ 的值;

(3) 求 $f\left(\frac{1}{2008}\right) + f\left(\frac{2}{2008}\right) + f\left(\frac{3}{2008}\right) + \cdots + f\left(\frac{2007}{2008}\right)$ 的值.

21. (本小题满分 12 分)

已知 $a \in R$, 函数 $f(x) = 2ax^2 + 2x - 3 - a$, 如果函数在区间 $[-1, 1]$ 上有且仅有一个零点, 求 a 的取值范围.

22. (本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = a^x$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$)

(1) 求函数 $f(x)$ 的反函数 $f^{-1}(x)$;

(2) 若当 $x \in [a+2, a+3]$ 时, 不等式 $|f^{-1}(x-a) + f^{-1}(x-3a)| \leq 1$ 恒成立, 求 a 的取值范围.