

吴忠市 2018 届高三模拟联考试题

数学（理）

第 I 卷

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若复数 z 满足 $z(1+i)=1-i$ (i 是虚数单位)，则 z 的共轭复数 $\bar{z} =$ ()

- A. $-i$ B. $-\sqrt{2}i$ C. i D. $\sqrt{2}i$

2. 已知全集 $U = R$ ，设函数 $y = \lg(x-1)$ 的定义域为集合 A ，函数 $y = \sqrt{x^2 + 2x + 10}$ 的值域为集合 B ，则 $A \cap (C_U B) =$ ()

- A. $[1, 3]$ B. $[1, 3)$ C. $(1, 3]$ D. $(1, 3)$

3. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 为递增数列，且 $a_5^2 = a_{10}$ ， $2(a_n + a_{n+2}) = 5a_{n+1}$ ，则 $a_5 =$ ()

- A. 16 B. 32 C. 49 D. 81

4. 点 $P(4, -2)$ 与圆 $x^2 + y^2 = 4$ 上任一点连线的中点轨迹方程是 ()

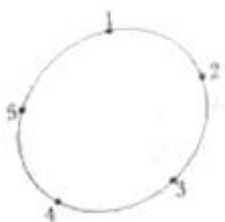
- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$ B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

- C. $(x+4)^2 + (y-2)^2 = 4$ D. $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$

5. 一生产过程有 4 道工序，每道工序需要安排一人照看，现从甲、乙、丙等 6 名工人中安排 4 人分别照看一道工序，第一道工序只能从甲、乙两工人中安排 1 人，第四道工序只能从甲、丙两工人中安排 1 人，则不同的安排方案共有 ()

- A. 24 种 B. 36 种 C. 48 种 D. 72 种

6. 如图，圆周上按顺时针方向标有 1, 2, 3, 4, 5 五个点. 一只青蛙按顺时针方向绕圆从一个点跳到另一点. 若它停在奇数点上，则下一次只能跳一个点；若停在偶数点上，则下一次跳两个点. 该青蛙从 5 这点跳起，经 2018 次跳后它将停在的点是 ()

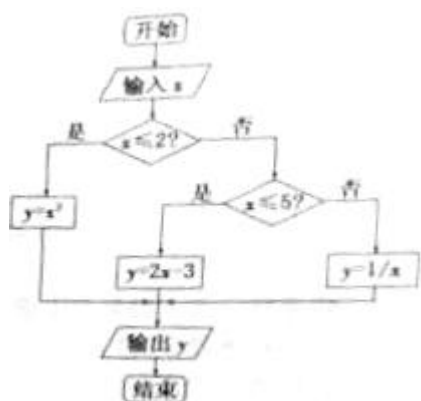


- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 若直线 $y = 2x$ 上存在点 (x, y) 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 3 \leq 0 \\ x - 2y - 3 \leq 0 \\ x \geq m \end{cases}$, 则实数 m 的最大值为 ()

- A. 2 B. $\frac{3}{2}$ C. 1 D. -1

8. 如程序框图所示, 其作用是输入 x 的值, 输出相应的 y 的值. 若要使输入的 x 的值与输出的 y 的值相等, 则这样的 x 的值有 ()



- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 半径为 R 的球 O 中有一内接圆柱. 当圆柱的侧面积最大时, 球的表面积与该圆柱的侧面积之差是 ()

- A. $2\pi R^2$ B. $\frac{5}{2}\pi R^2$ C. $3\pi R^2$ D. $\frac{7}{2}\pi R^2$

10. 若从数字 0, 1, 2, 3, 4, 5 中任取三个不同的数作为二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的系数, 则与 x 轴有公共点的二次函数的概率是 ()

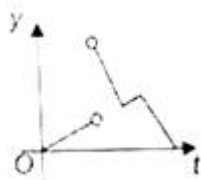
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{13}{50}$ D. $\frac{17}{50}$

11. 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左焦点 $F(-c, 0) (c > 0)$, 作圆 $x^2 + y^2 = \frac{a^2}{4}$ 的切线, 切点为 E ,

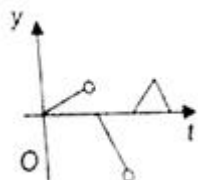
延长 FE 交双曲线右支于点 P , 若 $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OF} + \overrightarrow{OP})$, 则双曲线的离心率为 ()

- A. $\sqrt{10}$ B. $\frac{\sqrt{10}}{5}$ C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\sqrt{2}$

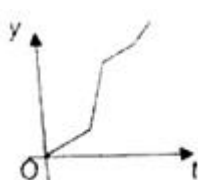
12. 如图, 一个正五角星薄片 (其对称轴与水面垂直) 匀速地升出水面, 记 t 时刻五角星露出水面部分的图形面积为 $S(t) (S(0) = 0)$, 则导函数 $y = S'(t)$ 的图象大致为 ()



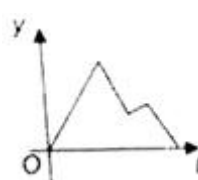
A.



B.



C.



D.

第II卷

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分.

13. 在 $\triangle ABC$ 中， M 是线段 BC 的中点， $AM = 3$ ， $BC = 10$ ，则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____.

14. 若 $(x^2 + \frac{1}{x^3})^n$ 展开式的各项系数之和为 32，则其展开式中的常数项是 _____.

15. 若数列 $\{a_n\}$ 是正项数列，且 $\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \cdots + \sqrt{a_n} = n^2 + 3n (n \in \mathbb{N}^*)$ ，则 $\frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \cdots + \frac{a_n}{n+1} =$ _____.

16. 对于实数 a 和 b ，定义运算 “ $*$ ”： $a * b = \begin{cases} a^2 - ab, & a \leq b \\ b^2 - ab, & a > b \end{cases}$. 设 $f(x) = (2x-1) * (x-1)$ ，且关于 x 的方程

$f(x) = m (m \in \mathbb{R})$ 恰有三个互不相等的实数根 x_1, x_2, x_3 ，则 $x_1 x_2 x_3$ 的取值范围是 _____.

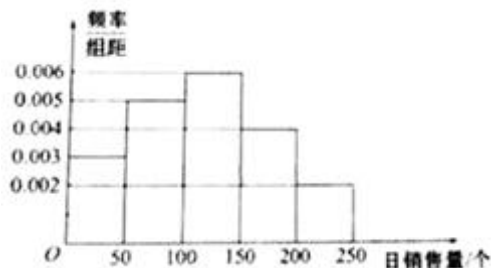
三、解答题（本大题共 5 小题，满分 60 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. 在锐角 $\triangle ABC$ 中， a, b, c 分别为角 A, B, C 所对的边，且 $\sqrt{3}a = 2c \sin A$.

(1) 确定角 C 的大小；

(2) 若 $c = \sqrt{7}$ ，且 $\triangle ABC$ 的面积为 $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ，求 $a+b$ 的值.

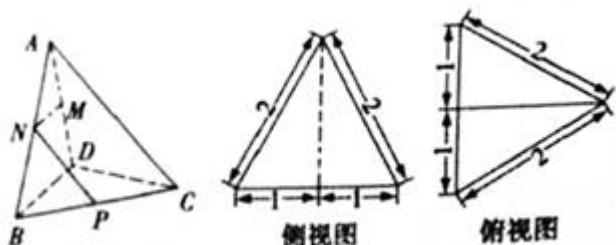
18. 一家面包房根据以往某种面包的销售记录，绘制了日销售量的频率分布直方图，如图所示：将日销售量落入各组的频率视为概率，并假设每天的销售量相互独立.



(1) 求在未来连续 3 天里，有连续 2 天的日销售量都不低于 100 个且另一天的日销售量低于 50 个的频率；

(2) 用 X 表示在未来 3 天里日销售量不低于 100 个的天数, 求随机变量 X 的分布列, 期望 $E(X)$ 及方差 $D(X)$.

19. 三棱锥 $A-BCD$ 及其侧视图、俯视图如图所示. 设 M , N 分别为线段 AD , AB 的中点, P 为线段 BC 上的点, 且 $MN \perp NP$.

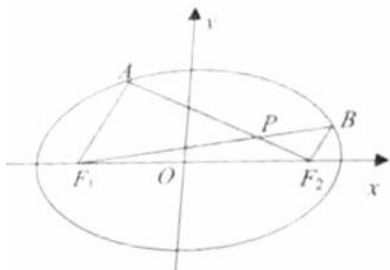


(1) 证明: P 为线段 BC 的中点;

(2) 求二面角 $A-NP-M$ 的余弦值.

20. 如下图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点分别为 $F_1(-c, 0)$, $F_2(c, 0)$,

已知点 $(1, e)$ 和 $(e, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 都在椭圆上, 其中 e 为椭圆的离心率.



(1) 求椭圆的方程;

(2) 设 A , B 是椭圆上位于 x 轴上方的两点, 且直线 AF_1 与直线 BF_2 平行, AF_2 与 BF_1 交于点 P ,

(i) 若 $|AF_1| - |BF_2| = \frac{\sqrt{6}}{2}$, 求直线 AF_1 的斜率;

(ii) 求证: $|PF_1| + |PF_2|$ 是定值.

21. 已知函数 $f(x) = \ln x - ax + \frac{1-a}{x} - 1 (a \in \mathbb{R})$.

(1) 当 $a \leq \frac{1}{2}$ 时, 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 设 $g(x) = x^2 - 2bx + 4$. 当 $a = \frac{1}{4}$ 时, 若对任意 $x_1 \in (0, 2)$, 存在 $x_2 \in [1, 2]$, 使 $f(x_1) \geq g(x_2)$, 求实

数 b 的取值范围.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分. 答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目的题号涂黑.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 曲线 C_1 的参数方程为 $\begin{cases} x = a \cos \varphi \\ y = b \sin \varphi \end{cases}$ ($a > b > 0$, φ 为参数), 在以 O 为极点, x

轴的正半轴为极轴的极坐标系中, 曲线 C_2 是圆心在极轴上, 且经过极点的圆. 已知曲线 C_1 上的点 $M(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$

对应的参数 $\varphi = \frac{\pi}{3}$, 射线 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 与曲线 C_2 交于点 $D(1, \frac{\pi}{3})$.

(1) 求曲线 C_1 , C_2 的方程;

(2) 若点 $A(\rho_1, \theta)$, $B(\rho_2, \theta + \frac{\pi}{2})$ 在曲线 C_1 上, 求 $\frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2}$ 的值.

23. 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |2x - a| + a$.

(1) 若不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集为 $\{x | -2 \leq x \leq 3\}$, 求实数 a 的值;

(2) 在 (1) 的条件下, 若存在实数 n 使 $f(n) \leq m - f(-n)$ 成立, 求实数 m 的取值范围.

吴忠市 2018 届高三模拟联考试题数学 (理科) 参考答案

一、选择题

1-5: CDBAB 6-10: BCCAD 11、12: CA

二、填空题

13. -16 14. 10 15. $2n^2 + 6n$ 16. $(\frac{1-\sqrt{3}}{16}, 0)$

三、解答题

17. 解: (1) 由 $\sqrt{3}a = 2c \sin A$ 及正弦定理得, $\frac{a}{c} = \frac{2 \sin A}{\sqrt{3}} = \frac{\sin A}{\sin C}$.

$\because \sin A \neq 0, \therefore \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}, \because \triangle ABC$ 是锐角三角形, $\therefore C = \frac{\pi}{3}$.

(2) 解法 1: $\because c = \sqrt{7}, C = \frac{\pi}{3}$. 由面积公式得 $\frac{1}{2}ab \sin \frac{\pi}{3} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, 即 $ab = 6$. ①

由余弦定理得 $a^2 + b^2 - 2ab \cos \frac{\pi}{3} = 7$, 即 $a^2 + b^2 - ab = 7$. ②

由②变形得 $(a+b)^2 = 3ab + 7$. ③

将①代入③得 $(a+b)^2 = 25$, 故 $a+b = 5$.

解法 2: 前同解法 1, 联立①、②得 $\begin{cases} a^2 + b^2 - ab = 7 \\ ab = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 13 \\ ab = 6 \end{cases}$.

消去 b 并整理得 $a^4 - 13a^2 + 36 = 0$, 解得 $a^2 = 4$ 或 $a^2 = 9$. 所以 $\begin{cases} a = 2 \\ b = 3 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$.

故 $a+b = 5$.

18. (1) 记 A_1 表示事件“日销售量不低于 100 个”, A_2 表示事件“日销售量低于 50 个”, B 表示事件“未来连续 3 天里, 有连续 2 天的日销售量都不低于 100 个且另一天的日销售量低于 50 个”, 因此结合日销售量的频率分布直方图得 $p(A_1) = (0.006 + 0.004 + 0.002) \times 50 = 0.6$; $p(A_2) = 0.003 \times 50 = 0.15$;

$p(B) = 0.6 \times 0.6 \times 0.15 \times 2 = 0.108$.

(2) X 的可能取值为 0, 1, 2, 3, 相应的概率为

$p(X_0) = C_3^0 (1-0.6)^3 = 0.064$, $p(X_1) = C_3^1 \times 0.6(1-0.6)^2 = 0.288$,

$p(X_2) = C_3^2 \times 0.6^2(1-0.6)^1 = 0.432$, $p(X_3) = C_3^3 0.6^3 = 0.216$.

所以 X 的分布列为

X	0	1	2	3
P	0.064	0.288	0.432	0.216

因为 $X \sim B(3, 0.6)$, 所以随机变量 X 的期望 $E(X) = 3 \times 0.6 = 1.8$,

方差 $D(X) = 3 \times 0.6 \times (1-0.6) = 0.72$.

19. 【解析】(1) 如图, 取 BD 中点 O , 连接 AO , CO .

由侧视图及俯视图知, $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ 为正三角形,

因此 $AO \perp BD$, $OC \perp BD$.

因为 $AO, OC \perp$ 平面 AOC , 且 $AO \cap OC = O$,

所以 $BD \perp$ 平面 AOC .

又因为 $AC \subset$ 平面 AOC , 所以 $BD \perp AC$.

取 BO 的中点 H , 连接 NH , PH .

又 M , N 分别为线段 AD , AB 的中点, 所以 $NH \parallel AO$, $MN \parallel BD$.

因为 $AO \perp BD$, 所以 $NH \perp BD$.

因为 $MN \perp NP$, 所以 $NP \perp BD$.

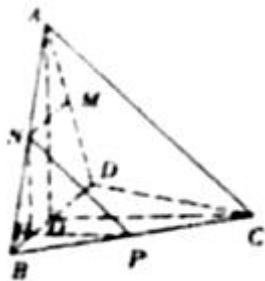
因为 $NH, NP \subset$ 平面 NHP , 且 $NH \cap NP = N$, 所以 $BD \perp$ 平面 NHP .

又因为 $HP \subset$ 平面 NHP , 所以 $BD \perp HP$.

又 $OC \perp BD$, $HP \subset$ 平面 BCD , $OC \subset$ 平面 BCD , 所以 $HP \parallel OC$.

因为 H 为 BO 中点,

故 P 为 BC 中点.



(2) 解法一: 如图, 作 $NQ \perp AC$ 于 Q , 连接 MQ .

由 (1) 知, $NP \parallel AC$, 所以 $NQ \perp NP$.

因为 $MN \perp NP$, 所以 $\angle MNQ$ 为二面角 $A-NP-M$ 的一个平面角.

由 (1) 知, $\triangle ABD$, $\triangle BCD$ 为边长为 2 的正三角形, 所以 $AO = OC = \sqrt{3}$.

由俯视图可知, $AO \perp$ 平面 BCD .

因为 $OC \subset$ 平面 BCD , 所以 $AO \perp OC$, 因此在等腰 $Rt\triangle AOC$ 中, $AC = \sqrt{6}$, 作 $BR \perp AC$ 于 R .

在 $\triangle ABC$ 中, $AB = BC$, 所以 $BR = \sqrt{AB^2 - \left(\frac{AC}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}$.

因为在平面 ABC 内, $NQ \perp AC$, $BR \perp AC$, 所以 $NQ \parallel BR$.

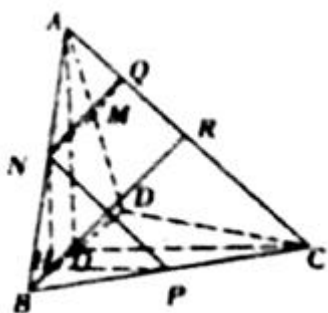
又因为 N 为 AB 的中点, 所以 Q 为 AR 的中点,

$$\text{因此 } NQ = \frac{BR}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4}.$$

$$\text{同理, 可得 } MQ = \frac{\sqrt{10}}{4}.$$

$$\text{所以在等腰 } \triangle MNQ \text{ 中, } \cos \angle MNQ = \frac{\frac{MN}{2}}{NQ} = \frac{\frac{BD}{4}}{NQ} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

$$\text{故二面角 } A-NP-M \text{ 的余弦值是 } \frac{\sqrt{10}}{5}.$$



解法二: 由俯视图及 (1) 可知, $AO \perp$ 平面 BCD .

因为 $OC, OB \subset$ 平面 BCD , 所以 $AO \perp OC$, $AO \perp OB$.

又 $OC \perp OB$, 所以直线 OA , OB , OC 两两垂直.

如图, 以 O 为坐标原点, 以 $\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OC}$, $\overrightarrow{OA}$ 的方向为 x 轴, y 轴, z 轴的正方向, 建立空间直角坐标系

$O-xyz$.

$$\text{则 } A(0,0,\sqrt{3}), B(1,0,0), C(0,\sqrt{3},0), D(-1,0,0).$$

因为 M , N 分别为线段 AD , AB 的中点,

又由 (1) 知, P 为线段 BC 的中点,

$$\text{所以 } M(-\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2}), N(\frac{1}{2},0,\frac{\sqrt{3}}{2}), P(\frac{1}{2},\frac{\sqrt{3}}{2},0).$$

$$\text{于是 } \overrightarrow{AB} = (1,0,-\sqrt{3}), \overrightarrow{BC} = (-1,\sqrt{3},0), \overrightarrow{MN} = (1,0,0), \overrightarrow{NP} = (0,\frac{\sqrt{3}}{2},-\frac{\sqrt{3}}{2}).$$

设平面 ABC 的一个法向量 $\vec{n}_1 = (x_1, y_1, z_1)$, 则 $\begin{cases} \vec{n}_1 \perp \overrightarrow{AB} \\ \vec{n}_1 \perp \overrightarrow{BC} \end{cases}$, 即 $\begin{cases} \vec{n}_1 \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ \vec{n}_1 \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \end{cases}$, 有 $\begin{cases} (x_1, y_1, z_1) \cdot (1, 0, -\sqrt{3}) = 0 \\ (x_1, y_1, z_1) \cdot (-1, \sqrt{3}, 0) = 0 \end{cases}$,

$$\text{从而} \begin{cases} x_1 - \sqrt{3}z_1 = 0 \\ -x_1 + \sqrt{3}y_1 = 0 \end{cases}.$$

取 $z_1 = 1$, 则 $x_1 = \sqrt{3}$, $y_1 = 1$, 所以 $\vec{n}_1 = (\sqrt{3}, 1, 1)$.

连接 MP , 设平面 MNP 的一个法向量 $\vec{n}_2 = (x_2, y_2, z_2)$, 则 $\begin{cases} \vec{n}_2 \perp \overrightarrow{MN} \\ \vec{n}_2 \perp \overrightarrow{NP} \end{cases}$, 即 $\begin{cases} \vec{n}_2 \cdot \overrightarrow{MN} = 0 \\ \vec{n}_2 \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \end{cases}$, 有

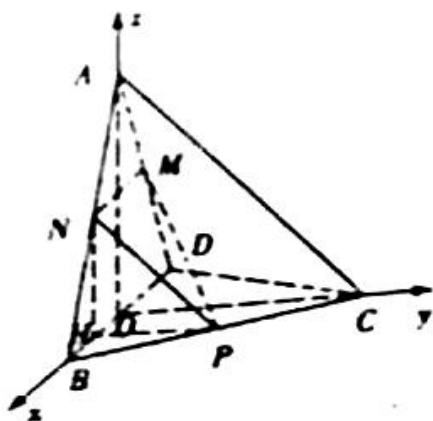
$$\begin{cases} (x_2, y_2, z_2) \cdot (1, 0, 0) = 0 \\ (x_2, y_2, z_2) \cdot (0, \frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}) = 0 \end{cases}, \text{从而} \begin{cases} x_2 = 0 \\ \frac{\sqrt{3}}{2}y_2 - \frac{\sqrt{3}}{2}z_2 = 0 \end{cases}.$$

取 $z_2 = 1$, 所以 $\vec{n}_2 = (0, 1, 1)$.

设二面角 $A-NP-M$ 的大小为 θ ,

$$\text{则} \cos \theta = \frac{|\vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2|}{|\vec{n}_1| \cdot |\vec{n}_2|} = \frac{|(\sqrt{3}, 1, 1) \cdot (0, 1, 1)|}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}}{5}.$$

故二面角 $A-NP-M$ 的余弦值是 $\frac{\sqrt{10}}{5}$.



20. 解: (1) 由题设知 $a^2 = b^2 + c^2$, $e = \frac{c}{a}$. 由点 $(1, e)$ 在椭圆上, 得 $\frac{1}{a^2} + \frac{c^2}{a^2 b^2} = 1$.

解得 $b^2 = 1$, 于是 $c^2 = a^2 - 1$, 又点 $(e, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 在椭圆上, 所以 $\frac{e^2}{a^2} + \frac{3}{4b^2} = 1$.

即 $\frac{a^2-1}{a^4} + \frac{3}{4} = 1$, 解得 $a^2 = 2$. 因此, 所求椭圆的方程是 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$.

(2) 由 (1) 知 $F_1(-1,0)$, $F_2(1,0)$, 又直线 AF_1 与 BF_2 平行, 所以可设直线 AF_1 的方程为 $x+1=my$, 直线 BF_2 的方程为 $x-1=my$. 设 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $y_1 > 0$, $y_2 > 0$, 由 $\begin{cases} \frac{x_1^2}{2} + y_1^2 = 1 \\ x_1 + 1 = my_1 \end{cases}$ 得

$$(m^2 + 2)y_1^2 - 2my_1 - 1 = 0, \text{ 解得 } y_1 = \frac{m + \sqrt{2m^2 + 2}}{m^2 + 2}.$$

$$\text{故 } AF_1 = \sqrt{(x_1 + 1)^2 + y_1^2} = \sqrt{(my_1)^2 + y_1^2} = \frac{\sqrt{2}(m^2 + 1) + m\sqrt{m^2 + 1}}{m^2 + 2} \quad \textcircled{1}$$

$$\text{同理, } BF_2 = \frac{\sqrt{2}(m^2 + 1) - m\sqrt{m^2 + 1}}{m^2 + 2} \quad \textcircled{2}$$

$$(i) \text{ 由 } \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ 得 } AF_1 - BF_2 = \frac{2m\sqrt{m^2 + 1}}{m^2 + 2} = \frac{\sqrt{6}}{2} \text{ 解得 } m^2 = 2.$$

因为 $m > 0$, 故 $m = \sqrt{2}$, 所以直线 AF_1 的斜率为 $\frac{1}{m} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$(ii) \text{ 因为直线 } AF_1 \text{ 与 } BF_2 \text{ 平行, 所以 } \frac{PB}{PF_1} = \frac{BF_2}{AF_1}, \text{ 于是 } \frac{PB + PF_1}{PF_1} = \frac{BF_2 + AF_1}{AF_1},$$

$$\text{故 } PF_1 = \frac{AF_1}{AF_1 + BF_2} BF_1. \text{ 由点 } B \text{ 在椭圆上知 } BF_1 + BF_2 = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{从而 } PF_1 = \frac{AF_1}{AF_1 + BF_2} (2\sqrt{2} - BF_2). \text{ 同理 } PF_2 = \frac{BF_2}{AF_1 + BF_2} (2\sqrt{2} - AF_1), \text{ 因此}$$

$$PF_1 + PF_2 = \frac{AF_1}{AF_1 + BF_2} (2\sqrt{2} - BF_2) + \frac{BF_2}{AF_1 + BF_2} (2\sqrt{2} - AF_1) = 2\sqrt{2} - \frac{2AF_1 \cdot BF_2}{AF_1 + BF_2}.$$

$$\text{又由 } \textcircled{1}\textcircled{2} \text{ 知 } AF_1 + BF_2 = \frac{2\sqrt{2}(m^2 + 1)}{m^2 + 2}, \quad AF_1 \cdot BF_2 = \frac{m^2 + 1}{m^2 + 2}.$$

$$\text{所以 } PF_1 + PF_2 = 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}. \text{ 因此 } PF_1 + PF_2 \text{ 是定值.}$$

$$21. \text{ 解: (I) 因为 } f(x) = \ln x - ax + \frac{1-a}{x} - 1.$$

所以 $f'(x) = \frac{1}{x} - a + \frac{a-1}{x^2} = \frac{ax^2 - x + 1 - a}{x^2} \quad x \in (0, +\infty)$.

令 $h(x) = ax^2 - x + 1 - a, \quad x \in (0, +\infty)$.

(1) 当 $a = 0$ 时, $h(x) = -x + 1, \quad x \in (0, +\infty)$.

所以, 当 $x \in (0, 1)$ 时, $h(x) > 0$, 此时 $f'(x) < 0$, 函数 $f(x)$ 单调递减;

当 $x \in (1, +\infty)$ 时, $h(x) < 0$, 此时 $f'(x) > 0$, 函数 $f(x)$ 单调递增.

(2) 当 $a \neq 0$ 时, 由 $f'(x) = 0$.

即 $ax^2 - x + 1 - a = 0$, 解得 $x_1 = 1, \quad x_2 = \frac{1}{a} - 1$.

① 当 $a = \frac{1}{2}$ 时, $x_1 = x_2, \quad h(x) \geq 0$ 恒成立,

此时 $f'(x) \leq 0$, 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减;

② 当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, $\frac{1}{a} - 1 > 1 > 0$.

$x \in (0, 1)$ 时, $h(x) > 0$, 此时 $f'(x) < 0$, 函数 $f(x)$ 单调递减;

$x \in (1, \frac{1}{a} - 1)$ 时, $h(x) < 0$, 此时 $f'(x) > 0$, 函数 $f(x)$ 单调递增;

$x \in (\frac{1}{a} - 1, +\infty)$ 时, $h(x) > 0$, 此时 $f'(x) < 0$, 函数 $f(x)$ 单调递减;

③ 当 $a < 0$ 时, 由于 $\frac{1}{a} - 1 < 0$,

$x \in (0, 1)$ 时, $h(x) > 0$, 此时 $f'(x) < 0$, 函数 $f(x)$ 单调递减;

$x \in (1, +\infty)$ 时, $h(x) < 0$, 此时 $f'(x) > 0$, 函数 $f(x)$ 单调递增.

综上所述:

当 $a \leq 0$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减;

函数 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上单调递增;

当 $a = \frac{1}{2}$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减;

当 $0 < a < \frac{1}{2}$ 时, 函数 $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递减;

函数 $f(x)$ 在 $(1, \frac{1}{a} - 1)$ 上单调递增;

函数 $f(x)$ 在 $(\frac{1}{a}-1, +\infty)$ 上单调递减.

(II) 因为 $a = \frac{1}{2} \in (0, \frac{1}{2})$, 由 (I) 知,

$x_1 = 1$, $x_2 = 3 \notin (0, 2)$, 当 $x \in (0, 1)$ 时, $f'(x) < 0$, 函数 $f(x)$ 单调递减, 当 $x \in (1, 2)$ 时, $f'(x) > 0$,

函数 $f(x)$ 单调递增, 所以 $f(x)$ 在 $(0, 2)$ 上最小值为 $f(1) = -\frac{1}{2}$.

由于“对任意 $x_1 \in (0, 2)$, 存在 $x_2 \in [1, 2]$, 使 $f(x_1) \geq g(x_2)$ ”等价于“ $g(x)$ 在 $[1, 2]$ 上的最小值不大于 $f(x)$

在 $(0, 2)$ 上的最小值 $-\frac{1}{2}$ ” (*)

又 $g(x) = (x-b)^2 + 4 - b^2$, $x \in [1, 2]$, 所以

①当 $b < 1$ 时, 因为 $[g(x)]_{\min} = g(1) = 5 - 2b > 0$, 此时与 (*) 矛盾;

②当 $b \in [1, 2]$ 时, 因为 $[g(x)]_{\min} = 4 - b^2 \geq 0$, 同样与 (*) 矛盾;

③当 $b \in (2, +\infty)$ 时, 因为 $[g(x)]_{\min} = g(2) = 8 - 4b$,

解不等式 $8 - 4b \leq -\frac{1}{2}$, 可得 $b \geq \frac{17}{8}$.

综上, b 的取值范围是 $[\frac{17}{8}, +\infty)$.

22. 解: (1) 将 $M(1, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 及对应的参数 $\varphi = \frac{\pi}{3}$, 代入 $\begin{cases} x = a \cos \varphi \\ y = b \sin \varphi \end{cases}$, 得 $\begin{cases} 1 = a \cos \frac{\pi}{3} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} = b \sin \frac{\pi}{3} \end{cases}$, 即 $\begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$.

所以曲线 C_1 的方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \varphi \\ y = \sin \varphi \end{cases}$ (φ 为参数), 或 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$.

设圆 C_2 的半径为 R , 由题意, 圆 C_2 的方程为 $\rho = 2R \cos \theta$, (或 $(x-R)^2 + y^2 = R^2$).

将点 $D(1, \frac{\pi}{3})$ 代入 $\rho = 2R \cos \theta$, 得 $1 = 2R \cos \frac{\pi}{3}$, 即 $R = 1$.

(或由 $D(1, \frac{\pi}{3})$, 得 $D(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 代入 $(x-R)^2 + y^2 = R^2$, 得 $R = 1$),

所以曲线 C_2 的方程为 $\rho = 2 \cos \theta$, 或 $(x-1)^2 + y^2 = 1$.

(2) 因为点 $A(\rho_1, \theta)$, $B(\rho_2, \theta + \frac{\pi}{2})$ 在曲线 C_1 上.

$$\text{所以 } \frac{\rho_1^2 \cos^2 \theta}{4} + \rho_1^2 \sin^2 \theta = 1, \quad \frac{\rho_2^2 \sin^2 \theta}{4} + \rho_2^2 \cos^2 \theta = 1.$$

$$\text{所以 } \frac{1}{\rho_1^2} + \frac{1}{\rho_2^2} = \left(\frac{\cos^2 \theta}{4} + \sin^2 \theta \right) + \left(\frac{\sin^2 \theta}{4} + \cos^2 \theta \right) = \frac{5}{4}.$$

23. 解: (1) 由 $|2x-a|+a \leq 6$ 得 $|2x-a| \leq 6-a$, $\therefore a-6 \leq 2x-a \leq 6-a$, 即 $a-3 \leq x \leq 3$,

$$\therefore a-3 = -2, \therefore a = 1.$$

(2) 由 (1) 知 $f(x) = |2x-1|+1$, 令 $\varphi(n) = f(n) + f(-n)$.

$$\text{则 } \varphi(n) = |2n-1| + |2n+1| + 2 = \begin{cases} 2-4n, n \leq -\frac{1}{2} \\ 4, -\frac{1}{2} < n \leq \frac{1}{2} \\ 2+4n, n > \frac{1}{2} \end{cases}.$$

$\therefore \varphi(n)$ 的最小值为 4, 故实数 m 的取值范围是 $[4, +\infty)$.