2006--2007 学年度上学期期中阶段测试

数学试卷(高一)参考答案

一、选择题：

(A)(A)(A)(C)(D)　　　(B)(C)(D)(A)(B)　　　(C)(A).

二、填空题：

(13)1296.　(14)2.　(15)①②③.　(16)①③④.

三、解答题：

17.解:(Ⅰ)原不等式可化为$(2^x)^2-2\cdot 2^x-8<0$

$\therefore (2^x-4)(2^x+2)<0$ ··························2 分

$\therefore 2^x-4<0$　　$\therefore 2^x<4$　　$\therefore x<2$

$\therefore$原不等式的解集是：$\{x|x<2\}$ ··························4 分

(Ⅱ)原不等式可化为$\log_2(4x)<\log_2(x^2-3x)$

$\therefore \begin{cases} 2x>0 \\ x^2-3x>0 \\ 4x<x^2-3x \end{cases}$ ··························7 分

$\therefore \begin{cases} 2x>0 \\ x(x-3)>0 \\ x(x-7)>0 \end{cases}$　　$\therefore \begin{cases} x>0 \\ x<0\text{或}x>3 \\ x<0\text{或}x>7 \end{cases}$ ··························10 分

$\therefore x>7$

18.解:首先考查集合A：

由题意知$a^2=1$或$a+1=1$,即$a=-1$或$a=1$或$a=0$.

⑴当$a=-1$时,集合$A=\{1,0\}$;

⑵当$a=0$时,集合$A=\{0,1\}$;

⑶当$a=1$时,集合$A=\{1,2\}$;··························5 分

下面考查集合B：

由题意知$b=1$或$2b+1=1$,即$b=1$或$b=0$.

⑴当 $b=0$ 时，集合 $B=\{0,1\}$；

⑵当 $b=1$ 时，集合 $B=\{1,3\}$；………………………………………………9 分

综上，满足题意的 a 和 b 的值为：

$\begin{cases}a=-1\\b=0\end{cases}$，$\begin{cases}a=0\\b=0\end{cases}$； ………………………………………………………11 分

共计两组. ………………………………………………………………12 分

19. 解；（Ⅰ）当 $a=-1$ 时，$f(x)=e^x-e^{-x}$

$\because f(-x)=e^{-x}-e^x=-(e^x-e^{-x})$

$\therefore f(-x)=-f(x)$

$\therefore f(x)$ 是奇函数，符合题意.

$\therefore f(x)$ 是奇函数时，$a=-1$. ………………………………………………6 分

（Ⅱ）设：$0\le x_1<x_2$，

$f(x_2)-f(x_1)=(e^{x_2}+\dfrac{a}{e^{x_2}})-(e^{x_1}+\dfrac{a}{e^{x_1}})=(e^{x_2}-e^{x_1})(1-\dfrac{a}{e^{x_2}e^{x_1}})$ …………8 分

$\because x_2>x_1\ge 0$ $\quad\therefore e^{x_2}>e^{x_1}\ge 1$

$\therefore e^{x_2}-e^{x_1}>0$ 且 $e^{x_2}e^{x_1}>1$

$\therefore \dfrac{a}{e^{x_2}e^{x_1}}<1$ $\qquad\therefore 1-\dfrac{a}{e^{x_2}e^{x_1}}>0$

$\therefore f(x_2)-f(x_1)>0$

$\therefore$函数 $f(x)$ 在区间 $[0,+\infty)$ 上是单调增函数. ………………………………12 分

20. 解：（Ⅰ） $f(100)=4\times 100=400$；

$f(1000)=400+0.9\times 4\times(1000-100)=3640$；

$f(5000)=3640+0.8\times 4\times(5000-1000)=16440$；…………………4 分

（Ⅱ）$f(x)=\begin{cases}4x & (0<x\le 100)\\ 400+3.6(x-100) & (100<x\le 1000)\\ 3640+3.2(x-1000) & (1000<x\le 5000)\\ 16440+2.8(x-5000) & (x>5000)\end{cases}$

即：$f(x)=\begin{cases}4x & (0<x\le 100)\\ 3.6x+40 & (100<x\le 1000)\\ 3.2x+440 & (1000<x\le 5000)\\ 2.8x+2440 & (x>5000)\end{cases}$ ……………………………10 分

（Ⅲ）设 8000 元能购买 m 公斤这种水果.

∵ $3640<8000<16440$　　　∴ $1000<m<5000$

∴ $3.2m+440=8000$　　　∴ $m=2362.5$ ……………………………12 分

21. 解：（Ⅰ）$f(x)=(x+1)^2+2$

⑴当 $t+\dfrac{1}{2}\le -1$ 时，即 $t\le -\dfrac{3}{2}$ 时，$g(t)=f(t)=t^2+2t+3$

当 $t+\dfrac{1}{2}>-1$ 时，即 $t>-\dfrac{3}{2}$ 时，$g(t)=f(t+1)=(t+1)^2+2(t+1)+3=t^2+4t+6$

即：$g(t)=\begin{cases}t^2+2t+3 & (t\le -\dfrac{3}{2})\\ t^2+4t+6 & (t>-\dfrac{3}{2})\end{cases}$ ……………………………………………4 分

⑵当 $t+1\le -1$ 时，即 $t\le -2$ 时，$h(t)=f(t+1)=t^2+4t+6$

当 $t\le -1<t+1$ 时，即 $-2<t\le -1$ 时，$g(t)=f(-1)=2$

当 $t>-1$ 时，即 $t>-1$ 时，$h(t)=f(t)=t^2+2t+3$

即：$h(t)=\begin{cases}t^2+4t+6 & (t\le -2)\\ 2 & (-2<t\le -1)\\ t^2+2t+3 & (t>-1)\end{cases}$ ……………………………10 分

（Ⅱ）函数 $h(t)$ 图象的对称轴是 $t=-\dfrac{3}{2}$；函数 $h(t)$ 在区间 $(-\infty,-2]$ 上是单调减函数，函数 $F(t)$ 在区间 $[-1,+\infty)$ 上是单调增函数. ……………………………13 分

22. 解：设函数 $f(x)=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq 1$）

（Ⅰ）$\because f(64)=\log_a 64=3$ $\qquad\therefore a=4$

$\therefore f(x)=\log_4 x$（$x>0$）……………………………………………2 分

（Ⅱ）$g(x)=(\log_a x)^2+(\log_a 2-1)\cdot\log_a x$． 设：$\frac{1}{2}\le x_1<x_2\le 2$，

则 $g(x_2)-g(x_1)=[(\log_a x_2)^2+(\log_a 2-1)\cdot\log_a x_2]-[\log_a x_1)^2+(\log_a 2-1)\cdot\log_a x_1]$

$=(\log_a x_2-\log_a x_1)[\log_a x_2+\log_a x_1+(\log_a 2-1)]$………5 分

$\because y=g(x)$ 在区间 $[\frac{1}{2},2]$ 上是增函数

$\therefore g(x_2)-g(x_1)=(\log_a x_2-\log_a x_1)[\log_a x_2+\log_a x_1+(\log_a 2-1)]>0$

⑴当 $a>1$ 时，有 $\log_a x_2-\log_a x_1>0$

$\therefore \log_a x_2+\log_a x_1+(\log_a 2-1)>0$ 即 $\log_a x_2+\log_a x_1>1-\log_a 2$

$\because \frac{1}{2}\le x_1<x_2\le 2$ $\qquad\therefore \log_a x_2+\log_a x_1>\log_a\frac{1}{2}+\log_a\frac{1}{2}$

$\therefore 2\log_a\frac{1}{2}\ge 1-\log_a 2$ ……………………………………………7 分

即：$\log_a\frac{1}{2}\ge 1=\log_a a$ $\qquad\therefore a\le\frac{1}{2}$ 这与 $a>1$ 矛盾

$\therefore a$ 不存在. ………………………………………………………9 分

⑵当 $0<a<1$ 时，有 $\log_a x_2-\log_a x_1<0$

$\therefore \log_a x_2+\log_a x_1+(\log_a 2-1)<0$ 即 $\log_a x_2+\log_a x_1<1-\log_a 2$

$\because \frac{1}{2}\le x_1<x_2\le 2$ $\qquad\therefore \log_a x_2+\log_a x_1<\log_a\frac{1}{2}+\log_a\frac{1}{2}$

$\therefore 2\log_a\frac{1}{2}\le 1-\log_a 2$ ……………………………………………11 分

即：$\log_a\frac{1}{2}\le 1=\log_a a$ $\qquad\therefore 0<a\le\frac{1}{2}$ ………………………13 分

综上，a 的取值范围是 $\{a\,|\,0<a\le\frac{1}{2}\}$．