2016～2017学年度第一学期期末学生学业质量监测

高一数学试题（B卷）

注意事项：

试卷满分为 150 分，考试用时 120 分钟．考试内容：必修一、必修二．

参考公式：

锥体的体积公式 $V=\frac{1}{3}sh$ ，其中 S 是锥体的底面积， h 是锥体的高． 球的体积公式 $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ ，球的表面积公式 $S=4\pi R^2$，R 是球的半径．

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。给出的四个选项中，只有一项是符合题 目要求的,请将正确的选项填涂在答题卡上）

1．已知集合 $A=\{1,3,5\}$，$B=\{1,m\}, A\cap B=\{1,m\}$, 则 m 等于

A.1 或 3　　B. 3 或 5　　C. 1 或 5　　D. 1 或 3 或 5

2．函数 $f(x)=\frac{\ln(4-x)}{x-2}$ 的定义域是

A. $(-\infty,4)$　　B. $(2,4)$　　C. $(0,2)\cup(2,4)$　　D. $(-\infty,2)\cup(2,4)$

3．直线 l_1 ： $(a-1)x+y+3=0$ ，直线 l_2 ：$2x+ay+1=0$ ，若 $l_1 // l_2$ ，则 $a=$

A.-1　　B.2　　C.-1 或 2　　D.不存在

4． $a=\log_2{}^{0.7}$ ， $b=(\frac{1}{5})^{\frac{2}{3}}$， $c=(\frac{1}{2})^{-3}$，则 a， b ， c 的大小关系是

A. $c>b>a$　　B. $b>c>a$　　C. $c>a>b$　　D. $a>b>c$

5．直线 $l:x+y+a=0$ 与圆 $C:x^2+y^2=3$ 截得的弦长为 $\sqrt{3}$，则 $a=$

A. $\pm\frac{3}{2}$　　B. $\pm3\sqrt{2}$　　C. ±3　　D. $\pm\frac{3}{2}\sqrt{2}$

6．指数函数 $y=a^x$ $(a>0$ ，$a\neq1)$ 的反函数图像过点 (9，2) ，则 a=

A. 3　　B. 2　　C. 9　　D. 4

7．空间二直线 a ，b 和二平面 α ，β ，下列一定成立的命题是

A. 若 $\alpha\perp\beta$，$a\perp b$ ，$a\perp\alpha$，则 $b\perp\beta$　　B.若 $\alpha\perp\beta$，$a\perp b$ ，$a\perp\alpha$，则 $b//\beta$

C.若 $\alpha\perp\beta$，$a//\alpha$，$b//\beta$，则 $a\perp b$　　D. 若 $\alpha//\beta$，$a\perp\alpha$，$b\subset\beta$，则 $a\perp b$

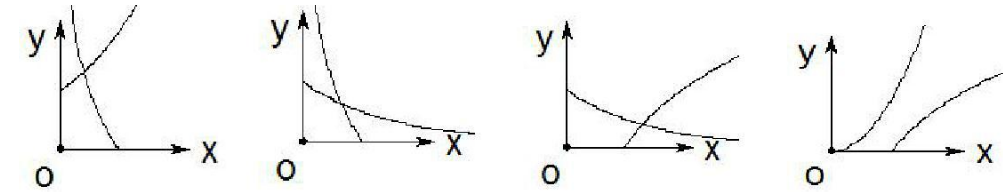
8．函数 $f(x)=\ln x-\frac{2}{x}$ 的零点所在的大致区间是

A. $(e,+\infty)$　　B. $(\frac{1}{e},1)$　　C. $(2,3)$　　D. $(e,+\infty)$

9．如图,四棱锥 P-$ABCD$ 中,所有棱长均为 2 ，O 是底面正方形 $ABCD$ 中心， E 为 PC 中点，则直线 OE 与直线 PD 所成角为

A. 30°　　B. 60°　　C. 45°　　D. 90°

10．关于 x 的函数 $y=a^x$ ， $y=\log_a x$ ，其中 $a>0$ ，$a\neq 1$ ，在第一象限内的图像只可能是



A　　　　　　B　　　　　　C　　　　　　D

11．设函数 $f(x), g(x)$ 分别是定义在 R 上的偶函数和奇函数，且 $f(x)-g(x)=x^2-x+1$ ，则 $f(1)=$

A 1　　　　　　B 2　　　　　　C 3　　　　　　D 4

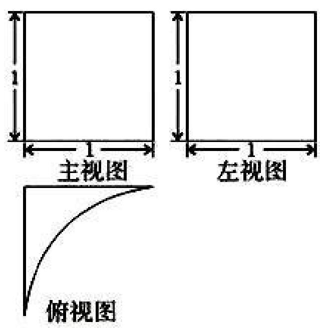
12．已知函数 $f(x)=\left|\log_2{}^x\right|$．若 $0<b<a$ ，且 $f(a)=f(b)$，则图像必定经过点 $(a, 2b)$ 的函 数为

A. $y=\dfrac{2}{x}$　　　　B. $y=2x$　　　　C. $y=2^x$　　　　D. $y=x^2$

二、填空题(本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分)

13． $x^2+y^2-2x+4y=0$ 的圆心坐标是_______,半径是_________。

14．某几何体的三视图如右图所示，其中俯视图中的弧线是半径为 1 的四分之一个圆弧，则该几何体的表面积为_______。



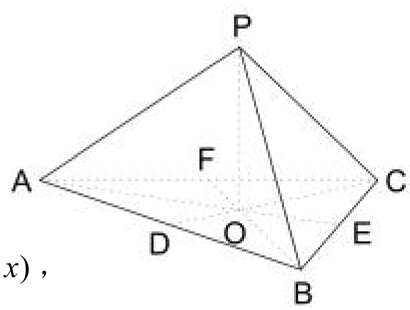
15．圆 $C:(x-1)^2+y^2=1$ 关于直线 $l: x=0$ 对称的圆的标准方程为_____。

16．函数 $f(x)=(m^2-1)x^m$ 是幂函数,且在 $(0,+\infty)$ 上是增函数,则实数 m 的值为______

17．正方体的棱长是 2，则其外接球的体积是________。

18. $f(x)=\begin{cases}2^x, x\leq 1\\ \log_9{}^x, x>1\end{cases}$, 则 $f(x)>\dfrac{1}{2}$ 的解集是_______。

19．ABC 是边长为 6 的等边三角形，P 为空间一点 ，$PA=PB=PC$，P 到平面 ABC 距离为 $\sqrt{3}$ ，则 PA 与平面 ABC 所成角的正弦值为______。



20．设 $y=f(x)$ 是定义在 R 上的偶函数，且 $f(1+x)=f(1-x)$ ，当 $0\leq x\leq 1$ 时， $f(x)=2^{-x}$，则 $f(3)=$_____。

三、解答题(本大题共 5 小题，每小题 10 分，共 50 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算 步骤)

21．求值: $\log_2{}^3\cdot\log_3{}^4+(\log_2{}^{48}-\log_2{}^3)^{\frac{1}{2}}$

22．一直线 l 过直线 $l_1:2x-y=1$ 和直线 $l_2:x+2y=3$ 的交点 P，且与直线 $l_3:x-y+1=0$ 垂直．

(1)求直线 l 的方程；

(2)若直线 l 与圆 $C:(x-a)^2+y^2=8\ (a>0)$ 相切，求 a ．

23. 已知 x 满足 $\sqrt{3}\le 3^x\le 9$．

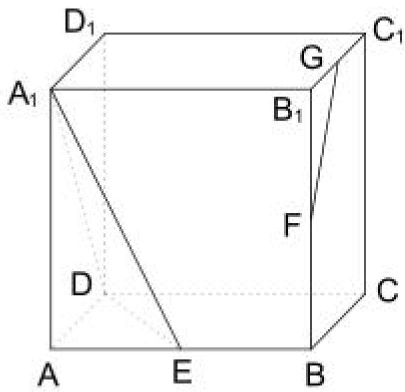
(1)求 x 的取值范围；

(2)求函数 $y=(\log_2{}^x-1)(\log_2{}^x+3)$ 的值域．

24.如 图 ，正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的棱长为 2，E 、F 、G 分别为 AB 、BB_1 、B_1C_1 的中点．

(1)求证： $A_1D\perp FG$ ；

(2)求二面角 A_1-DE-A 的正切值．



25. 定义域为 R 的奇函数 $f(x)=\dfrac{b-h(x)}{1+h(x)}$，其中 $h(x)$ 是指数函数，且 $h(2)=4$ ．

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2)求不等式 $f(2x-1)>f(x+1)$ 的解集．

参考答案

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.）

BDCAD ADCBB BA

二、填空题（本大题共 6 小题，每小题 5 分，共 30 分.）

13．$\underline{(1,-2)}$　$\underline{\sqrt{5}}$　　14．$\underline{4}$　　15．$\underline{(x+1)^2+y^2=1}$　　16．$\underline{\sqrt{2}}$

17．$\underline{4\sqrt{3}\pi}$　　18．$\underline{(-\infty,1)\cup(3,+\infty)}$　　19．$\dfrac{\sqrt{5}}{5}$　　20．$\dfrac{1}{2}$

三、解答题（本大题共 5 小题，共 50 分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

21．求值：$\log_2 3\cdot\log_3 4+(\log_2 48-\log_2 3)^{\frac{1}{2}}$.

解：原式$=\dfrac{\lg 3}{\lg 2}\cdot\dfrac{\lg 4}{\lg 3}+(\log_2\dfrac{48}{3})^{\frac{1}{2}}$ ……………………………………………………4 分

$=\dfrac{2\lg 2}{\lg 2}+4^{\frac{1}{2}}$ ……………………………………………………………8 分

$=2+2$

$=4$ ……………………………………………………………10 分

22．一直线 l 过直线 $l_1:2x-y=1$ 和直线 $l_2:x+2y=3$ 的交点 P，且与直线 $l_3:x-y+1=0$ 垂直.

(1)求直线 l 的方程；

(2)若直线 l 与圆 $C:(x-a)^2+y^2=8\ (a>0)$ 相切，求 a.

解：(1).由 $\begin{cases}2x-y=1\\x+2y=3\end{cases}$ 解得 $P(1,1)$ ……………………………………………………1 分

又直线 l 与直线 $l_3:x-y+1=0$ 垂直，故 l 的斜率为 -1

所以 $l:y-1=-(x-1)$ ……………………………………………………………3 分

即直线 l 的方程为 $x+y-2=0$ ……………………………………………………………4 分.

(2) 由题设知$C(a,0)$，半径$r=2\sqrt{2}$……………………………………………5 分

因为直线l与圆$C:(x-a)^2+y^2=8$相切，

$\therefore a>0$且C到直线l的距离为$2\sqrt{2}$……………………………………………6 分

$\therefore \frac{|a-2|}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

得$a=6$或$a=-2$（舍）………………………………………………………………9 分

$\therefore a=6$. ……………………………………………………………………10 分

23. 已知x满足$\sqrt{3}\le 3^x\le 9$

(1)求x的取值范围；

(2)求函数$y=(\log_2 x-1)(\log_2 x+3)$的值域.

解：(1) 因为 $\sqrt{3}\le 3^x\le 9$

$\therefore 3^{\frac{1}{2}}\le 3^x\le 3^2$……………………………………………………………1 分

由于指数函数$y=3^x$在R上单调递增

$\therefore \frac{1}{2}\le x\le 2$……………………………………………………………………3 分

(2) 由（1）得$\frac{1}{2}\le x\le 2$

$\therefore -1\le \log_2 x\le 1$…………………………………………………………………4 分

令$t=\log_2 x$，则$y=(t-1)(t+3)=t^2+2t-3$，其中$t\in[-1,1]$………………………5 分

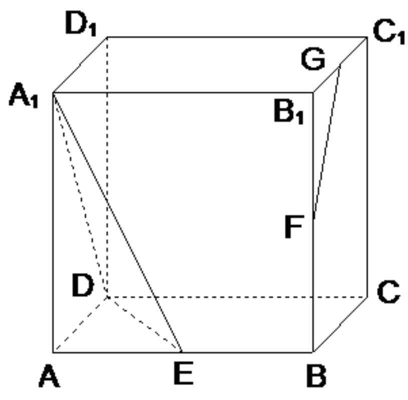
因为函数$y=t^2+2t-3$开口向上，且对称轴为$t=-1$………………………………………6 分

$\therefore$函数$y=t^2+2t-3$在$t\in[-1,1]$上单调递增……………………………………7 分

$\therefore y$的最大值为$f(1)=0$，最小值为$f(-1)=-4$……………………………………9 分

$\therefore$函数$y=(\log_2 x-1)(\log_2 x+3)$的值域为$[-4,0]$. ……………………………10 分

24. 如图，正方体$ABCD-A_1B_1C_1D_1$的棱长为2，E、F、G分别为AB、BB_1、B_1C_1的中点.



(1)求证：$A_1D \perp FG$；

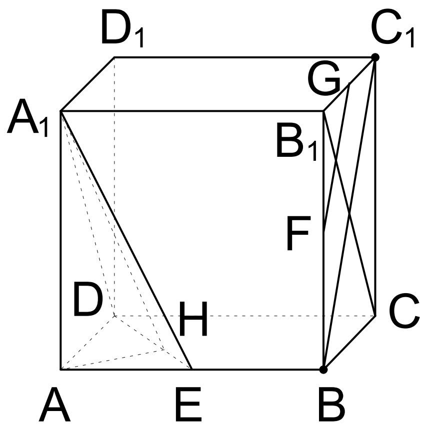
(2)求二面角 $A_1 - DE - A$ 的正切值.

(1)证明：连接 B_1C、BC_1 …………………1 分

在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，

因为 F 、G 分别为 BB_1 、B_1C_1 的中点

$\therefore FG // BC_1$ ………………………………………………2 分



又因为 $A_1D // B_1C$，$B_1C \perp BC_1$

$\therefore A_1D \perp FG$． ……………………………………………4 分

(2)解：过 A 作 $AH \perp ED$ 于 H，连接 A_1H ………………5 分

因为在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中，$A_1A \perp$ 底面 $ABCD$

$\therefore A_1A \perp ED$

因为 $AH \perp ED$

$\therefore ED \perp$ 平面 A_1AH ………………………………6 分

$\therefore ED \perp A_1H$

$\therefore \angle AHA_1$ 是二面角 $A - DE - A_1$ 的平面角…………………………………………………7 分

因为正方体的棱长为 2，E 为 AB 的中点

$\therefore AE = 1$，$AD = 2$

$\therefore R_t\Delta EAD$ 中，$AH = \dfrac{AD \cdot AE}{DE} = \dfrac{2 \times 1}{\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore R_t\Delta A_1AH$ 中，$\tan\angle AHA_1 = \dfrac{A_1A}{AH} = \dfrac{2}{\frac{2}{\sqrt{5}}} = \sqrt{5}$ …………………………………9 分

$\therefore$二面角 $A_1 - DE - A$ 的正切值为 $\sqrt{5}$． ……………………………………………10 分

25. 定义域为 R 的奇函数 $f(x)=\dfrac{b-h(x)}{1+h(x)}$， $h(x)$ 是指数函数，且 $h(2)=4$.

(1)求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2)求不等式 $f(2x-1)>f(x+1)$ 的解集.

解：（1）因为 $h(x)$ 是指数函数

$\therefore$ 令 $h(x)=a^{x}$ $(a>0$，$a\neq 1)$

因为 $h(2)=4$

$\therefore a^{2}=4$

$\therefore a=2$

$\therefore h(x)=2^{x}$ ……………………………………………………………………2 分

$\therefore f(x)=\dfrac{b-2^{x}}{1+2^{x}}$

因为 $f(x)$ 是定义域为 R 的奇函数

$\therefore f(0)=\dfrac{b-1}{1+1}=0$

$\therefore b=1$ ……………………………………………………………………3 分

$\therefore f(x)=\dfrac{1-2^{x}}{1+2^{x}}$ ……………………………………………………………………4 分

(2) 因为 $f(x)=\dfrac{1-2^{x}}{1+2^{x}}=\dfrac{2-(2^{x}+1)}{2^{x}+1}=-1+\dfrac{2}{2^{x}+1}$ ………………………………………5 分

$\therefore f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{2}{2^{x_1}+1}-\dfrac{2}{2^{x_2}+1}=\dfrac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}$ ………………………………………6 分

设 $x_1<x_2$，则 $2^{x_1}<2^{x_2}$

则 $f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{2(2^{x_2}-2^{x_1})}{(2^{x_1}+1)(2^{x_2}+1)}>0$

$\therefore f(x_1)>f(x_2)$

$\therefore f(x)$ 是 R 上的减函数…………………………………………………………………8 分

$\therefore f(2x-1) > f(x+1)$ 等价于 $2x-1 < x+1$，即 $x < 2$ ……………………………9 分

$\therefore$不等式 $f(2x-1) > f(x+1)$ 的解集是 $(-\infty, 2)$． ……………………………10 分.