2018级高二上期期末考试
数学（文科）试卷

满分：150 分　　考试时间：120 分钟

一．选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1、直线 2x－4y+7=0 的斜率是　　（　　）

A．2　　B．-2　　C．$\dfrac{1}{2}$　　D．$-\dfrac{1}{2}$

2、已知命题 P：∃n∈N，2^n＞1000，则¬p 为　　（　　）

A ∀n∈N，2^n≤1 000　　B ∀n∈N，2^n＞1 000

C ∃n∈N，2^n≤1 000　　D ∃n∈N，2^n＜1 000

3、直线 $kx-y+1=3k$，当 k 变动时，所有直线都通过定点　　（　　）

A．$(0,0)$　　B．$(0,1)$　　C．$(2,1)$　　D．$(3,1)$

4、设 l 为直线,α,β 是两个不同的平面,下列命题中正确的是　　（　　）

A．若 $l//\alpha,l//\beta$,则 $\alpha//\beta$　　B．若 $l\perp\alpha,l\perp\beta$,则 $\alpha//\beta$

C．若 $l\perp\alpha,l//\beta$,则 $\alpha//\beta$　　D．若 $\alpha\perp\beta,l//\alpha$,则 $l\perp\beta$

5、若双曲线的顶点为椭圆 $x^2+\dfrac{y^2}{2}=1$ 长轴的端点，且双曲线的离心率与该椭圆的离心率的积为 1，则双曲线的方程是（　　）

A. $x^2-y^2=1$　　B. $y^2-x^2=1$　　C. $x^2-y^2=2$　　D. $y^2-x^2=2$

6、已知 $y=\dfrac{1}{3}x^3+bx^2+(b+2)x+3$ 是 R 上的单调函数，则 b 的取值范围是　　（　　）

A．$-1\le b\le 2$　　B．$b\le -1或b\ge 2$　　C．$-1<b<2$　　D．$b<-1或b>2$

7、已知三棱柱的侧棱长为 2，底面是边长为 2 的正三角形，AA_1⊥面 $A_1B_1C_1$，主视图是边长为 2 的正方形，则侧视图的面积为（　　）

A．4　　B．$2\sqrt{3}$　　C．$2\sqrt{2}$　　D.$\sqrt{3}$

8、已知 m、n 是两条不同的直线，α、β、γ 是三个不同的平面，则下列命题中不正确的序号有（　　）

①若 $\alpha\perp\beta$，$\alpha\cap\beta=m$，且 $n\perp m$，则 $n\perp\alpha$ 或 $n\perp\beta$

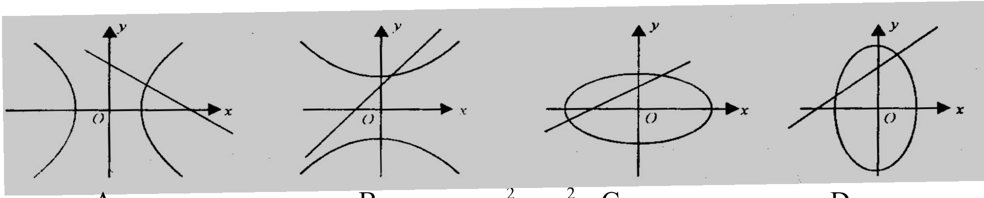
②若 m 不垂直于 α，则 m 不可能垂直于 α 内的无数条直线

③若 $\alpha\cap\beta=m$，$n//m$，且 $n\not\subset\alpha$，$n\not\subset\beta$，则 $n//\alpha$ 且 $n//\beta$

④若 $\alpha\perp\beta$，$m//n$，$n\perp\beta$，则 $m//\alpha$

A．①②③④　　B．③　　C．①④　　D．①②④

9、已知方程 $ax^2+by^2=ab$ 和 $ax+by+1=0$（其中 $ab\neq 0$，$a\neq b$），它们所表示的曲线可能是（　　）

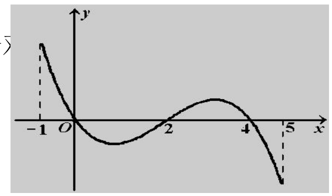


A　　　　　　B　　　　　　C　　　　　　D

10、已知抛物线 $y^2=4x$ 的焦点 F 与椭圆 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的一个焦点重合，它们在第一象限内的交点为 T，且 TF 与 x 轴垂直，则椭圆的离心率为（　）

A. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$　　B. $\frac{1}{2}$　　C. $\sqrt{2}-1$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11、已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1,5]$，部分



x	−1	0	4	5
f(x)	−1	2	2	−1

$f(x)$ 的导函数 $y=f'(x)$ 的图象如图所示．下列关于 $f(x)$ 的命题：

①函数 $f(x)$ 的极大值点为 0，4；

②函数 $f(x)$ 在 $[0,2]$ 上是减函数；

③如果当 $x\in[-1,t]$ 时，$f(x)$ 的最大值是 2，那么 t 的最大值为 4；

④函数 $y=f(x)$ 最多有 3 个零点。

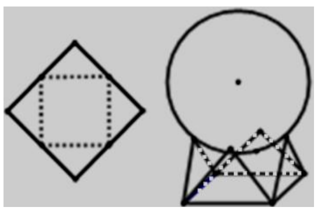
其中正确命题的序号是（　）

A、①②；　B、③④；　C、①②④；　D、②③④。

12、如图，用一边长为 $\sqrt{2}$ 的正方形硬纸，按各边中点垂直折起四个小三角形，做成一个蛋巢，将表面积为 4π 的鸡蛋（视为球体）放入其中，则鸡蛋中心（球心）与蛋巢底面的距离为（　）

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{1}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}$　　D. $\frac{3}{2}$



二、填空题（本大题共 4 道小题，每小题 5 分，共 20 分）

13、命题：“若 $x^2<1$，则 $-1<x<1$”的逆否命题是___________;

14、若 P 在曲线：$y=x^3-3x^2+2x+5$ 上移动，经过 P 点的切线的倾斜角为 α，则 α 的取值范围是____;

15、P 是圆 $(x+3)^2+(y-1)^2=2$ 上的动点，Q 是直线 $y=x$ 上的动点，则 $|PQ|$ 的最小值为______ ;

16、已知 a 为常数，若函数 f（x）=x（lnx﹣ax）有两个极值点 x_1，x_2，则 a 的取值范围是___________;

三、解答题（本大题共 6 小题,共计 70 分）

17、(本题满分 10 分）已知命题 P：方程 $\dfrac{x^2}{4-t}+\dfrac{y^2}{t-1}=1$ 所表示的曲线为焦点在 x 轴上的椭圆；命题 q：关于实数 t 的不等式 $\boldsymbol{t^2-(a+3)t+(a+2)<0}$

（1） 若命题 P 为真，求实数 t 的取值范围;

（2） 若命题 P 是命题 q 的充分不必要条件，求实数 a 的取值范围。

18、(本小题满分 12 分）已知函数 $f(x)=2\ln x-x^2$.

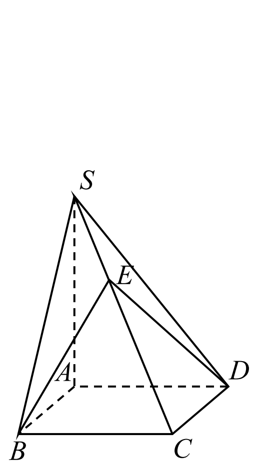
（1）求函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;

（2）求函数 $f(x)$ 的单调区间和极值;

19、(本小题满分为 1 2 分）如图，已知四棱锥 $S-ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是正方形，$SA\perp$底面 $ABCD$，E 是 SC 上的一点.

(1)求证：平面 $EBD\perp$平面 SAC;

(2)设 $SA=4$，$AB=2$，求点 A 到平面 SBD 的距离;



20、（本小题满分12分） 已知圆C：$x^2+y^2+2x-4y+3=0$.

（1）若圆C的切线在x轴和y轴上的截距相等，求此切线的方程；

（2）从圆C外一点P(x_1，y_1)向该圆引一条切线，切点为M，O为坐标原点，且有|PM|=|PO|，求|PM|的最小值.

21、（本小题满分12分）已知直线$l: x=my+4\ (m\in R)$与x轴交于点P，交抛物线 $y^2=2ax(a>0)$于A,B两点，点Q是点P关于坐标原点O的对称点，记直线AQ,BQ的斜率分别为k_1,k_2.

（Ⅰ）若P为抛物线的焦点，求a的值，并确定抛物线的准线与以AB为直径的圆的位置关系；

（Ⅱ）试证明：k_1+k_2为定值.

２２、（本题满分１２分） 设函数$f(x)=\dfrac{1}{2}mx^2-2x+\ln(x+1)\ \ (m\in R)$.

（Ⅰ）判断$x=1$能否为函数$f(x)$的极值点，并说明理由；

（Ⅱ）若存在 $m\in[-4,-1)$，使得定义在 $[1,t]$ 上的函数 $g(x)=f(x)-\ln(x+1)+x^3$ 在 $x=1$ 处取得最大值，求实数 t 取值范围。.

万州二中高 2018 级高二上期期末考试(文科)

CADBDA　BDBCAC

13、若 $x\ge 1$ 或 $x\le -1$, 则 $x^2\ge 1$　　　14、$\left[0,\frac{p}{2}\right)\cup\left[\frac{3p}{4},p\right)$

15、$\sqrt{2}$　　　1 6 、0＜a＜1/2

三、解答题（本大题共 6 小题, 共计 70 分）

17 解：(1) ∵方程 $\frac{x^2}{4-t}+\frac{y^2}{t-1}=1$ 所表示的曲线为焦点在 x 轴上的椭圆

$\therefore 4-t>t-1>0$　　解得：$1<t<\frac{5}{2}$ …………(5 分)

(2) ∵命题 P 是命题 q 的充分不必要条件

$\therefore 1<t<\frac{5}{2}$ 是不等式 $t^2-(a+3)t+(a+2)<0$ 解集的真子集

法一：因方程 $t^2-(a+3)t+(a+2)=0$ 两根为 $1,a+2$ 故只需 $a+2>\frac{5}{2}$　　解得：

$a>\frac{1}{2}$ ……(10 分)

法二：令 $f(t)=t^2-(a+3)t+(a+2)$，因 $f(1)=0$, 故只需 $f(\frac{5}{2})<0$　　解得：

$a>\frac{1}{2}$　……(10 分)

18. 解：(1) ∵ $f'(x)=-2x+\frac{2}{x}=-\frac{2(x+1)(x-1)}{x}$

$\therefore f'(1)=0$，所求的切线斜率为 0, 又切点为（1，-1）

故所求切线方程为 $y=-1$ ……………………………………………………（5 分）

（2）∵ $f'(x)=-\dfrac{2(x+1)(x-1)}{x}$ 且 $x>0$

令 $f'(x)>0$ 得 $0<x<1$，令 $f'(x)<0$ 得 $x>1$.

从而函数 $f(x)$ 的单调递增区间为（0，1），单调递减区间为（1，+∞）

显然函数只有极大值，且极大值为 $f(1)=-1$ ……………………………（12 分）

19. (1) 证明：∵ $SA\perp$ 底面 $ABCD$，BD 底面 $ABCD$，

∴ $SA\perp BD$

∵ $ABCD$ 是正方形，∴ $AC\perp BD$

∴ $BD\perp$ 平面 SAC，又 BD 平面 EBD

∴平面 $EBD\perp$ 平面 SAC. ……………(5 分)

(2) 解：设 $AC\cap BD=O$，连结 SO，则 $SO\perp BD$

由 $AB=2$，知 $BD=2\sqrt{2}$

$SO=\sqrt{SA^2+AO^2}=\sqrt{4^2+(\sqrt{2})^2}=3\sqrt{2}$

∴ $S_{\triangle SBD}=\dfrac{1}{2}BD\cdot SO=\dfrac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2}\cdot 3\sqrt{2}=6$

令点 A 到平面 SBD 的距离为 h，由 $SA\perp$ 平面 $ABCD$，则 $\dfrac{1}{3}\cdot S_{\triangle SBD}\cdot h=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\triangle ABD}\cdot SA$

∴ $6h=\dfrac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\cdot 4$　　$h=\dfrac{4}{3}$　∴点 A 到平面 SBD 的距离为 $\dfrac{4}{3}$　……………(1 2 分)

20. 解：(1) ∵切线在两坐标轴上的截距相等，∴当截距不为零时，设切线方程为 $x+y=a$，

又∵圆 C：$(x+1)^2+(y-2)^2=2$，∴圆心 C（－1，2）到切线的距离等于圆的半径 $\sqrt{2}$，

即 $\dfrac{|-1+2-a|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$，解得：$a=-1$ 或 $a=3$，

当截距为零时，设 $y=kx$，同理可得 $k=2+\sqrt{6}$ 或 $k=2-\sqrt{6}$，

则所求切线的方程为 $x+y+1=0$ 或 $x+y-3=0$ 或 $y=(2+\sqrt{6})x$ 或 $y=(2-\sqrt{6})x$ ---------6 分

（2）∵切线 PM 与半径 CM 垂直，∴ $|PM|^2=|PC|^2-|CM|^2$.

∴ $(x_1+1)^2+(y_1-2)^2-2=x_1^2+y_1^2$. ∴ $2x_1-4y_1+3=0$.

∴动点 P 的轨迹是直线 $2x-4y+3=0$. ∴ $|PM|$ 的最小值就是 $|PO|$ 的最小值.

而 $|PO|$ 的最小值为原点 O 到直线 $2x-4y+3=0$ 的距离 $d=\dfrac{3\sqrt{5}}{10}$. --12 分

21．解：（Ⅰ）由直线$l: x = my + 4$ $(m \in R)$得点P（4，0），故$\frac{a}{2}=4 \Rightarrow a=8$…(2分)

设交点$A(x_1,y_1),B(x_2,y_2)$，

它们的中点$M(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$，设点$M$到抛物线

的准线的距离为d，则$d=\frac{x_1+x_2}{2}+4$， ……………(4分)

$\because r=\frac{1}{2}|AB|=\frac{x_1+4+x_2+4}{2}=\frac{x_1+x_2}{2}+4=d$，所以抛物线的准线与以$AB$为直径的圆相切. ………………(6分)

（Ⅱ）由直线$l: x=my+4$得点$P(4,0)$，$\therefore Q(-4,0)$，将直线$l: x=my+4$与抛物线的方程

$y^2=2ax$联立得$y^2-2amy-8a=0$ $\Delta>0$总成立，

$$\begin{cases} y_1+y_2=2am \\ y_1y_2=-8a \end{cases} \quad (*)$$ ……………………………………(8分)

$k_1+k_2=\frac{y_1}{x_1+4}+\frac{y_2}{x_2+4}=\frac{y_1(x_2+4)+y_2(x_1+4)}{(x_1+4)(x_2+4)}=\frac{y_1(my_2+8)+y_2(my_1+8)}{(x_1+4)(x_2+4)}$ … …（10分)

$\therefore k_1+k_2=\frac{2my_1y_2+8(y_1+y_2)}{(x_1+4)(x_2+4)}$，代入$(*)$得，$k_1+k_2=0$，故$k_1+k_2$为定值. …(12分)

２２．解：（Ⅰ）$f'(x)=mx-2+\frac{1}{x+1}$，令$f'(1)=0$，得$m=\frac{3}{2}$；…………………………………2分

当$m=\frac{3}{2}$时，$f'(x)=\frac{(3x+2)(x-1)}{x+1}$，于是$f(x)$在$(-1,-\frac{2}{3})$单调递增，在$(-\frac{2}{3},1)$单调递减，

在$(1,+\infty)$单调递增.

故当$m=\frac{3}{2}$时，$x=1$是$f(x)$的极小值点…………………………………………………….4分

（Ⅱ）$g(x)=f(x)-\ln(x+1)+x^3=x^3+\frac{1}{2}mx^2-2x$.

由题意，当$x\in[1,t]$时，$g(x)\le g(1)$恒成

立……………………………………………………..6 分

易得 $g(x)-g(1)=(x-1)[x^2+(1+\frac{1}{2}m)x+\frac{1}{2}m-1]\le 0$，令 $h(x)=x^2+(1+\frac{1}{2}m)x+\frac{1}{2}m-1$，因为 $h(x)$ 必然在端点处取得最大值，即 $h(t)\le 0$……………………………………１０分

即 $t^2+(1+\frac{1}{2}m)t+\frac{1}{2}m-1\le 0$，即 $\frac{-t^2-t+1}{t+1}\ge -2$，解得，$1<t\le\frac{1+\sqrt{13}}{2}$，

所以 t 的取值范围为 $1<t\le\frac{1+\sqrt{13}}{2}$……………　１２分