

2010—2011 学年度下学期期中阶段测试

高一 数学试卷

考试时间：120 分钟

试题满分：150 分

一、选择题：每题 5 分，共计 60 分

1. 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6, A = 30^\circ, B = 120^\circ$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为

- A. 9 B. 18 C. $9\sqrt{3}$ D. $18\sqrt{3}$

2. 在 $\triangle ABC$ 中, 若 $a = 2, b = 2\sqrt{2}$, 且三角形有解, 则 A 的取值范围是

- A. $0^\circ < A < 30^\circ$ B. $0^\circ < A \leq 45^\circ$ C. $0^\circ < A < 90^\circ$ D. $30^\circ < A < 60^\circ$

3. 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5, BC = 7, AC = 8$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的值为

- A. 79 B. 69 C. 5 D. -5

4. 设 $m, m+1, m+2$ 是钝角三角形的三边长, 则实数 m 的取值范围是

- A. $0 < m < 3$ B. $1 < m < 3$ C. $3 < m < 4$ D. $4 < m < 6$

5. 关于 x 的方程 $x^2 - x \cdot \cos A \cdot \cos B - \cos^2 \frac{C}{2} = 0$ 有一个根为 1, 则 $\triangle ABC$ 一定是

- A. 等腰三角形 B. 直角三角形 C. 锐角三角形 D. 钝角三角形

6. 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n+1}}$, 则该数列的前 () 项之和等于 9.

- A. 98 B. 99 C. 96 D. 97

7. 在等差数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $S_4 = 1, S_8 = 4$, 则 $a_{17} + a_{18} + a_{19} + a_{20}$ 的值为

- A. 9 B. 12 C. 16 D. 17

8. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_2 = 6$, 且 $a_5 - 2a_4 - a_3 + 12 = 0$ 则 a_n 为

- A. 6 B. $6 \cdot (-1)^{n-2}$ C. $6 \cdot 2^{n-2}$ D. 6. 或 $6 \cdot (-1)^{n-2}$ 或 $6 \cdot 2^{n-2}$

9. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列, 且公比 $q = 2$, 若 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{100} = 240$,

则 $a_4 + a_8 + a_{12} + \cdots + a_{100} =$

- A. 15 B. 128 C. 30 D. 60

10. 一个等差数列共有 $3n$ 项, 若前 $2n$ 项的和为 100, 后 $2n$ 项的和为 200, 则中间 n 项的

和为

A. 75

B. 100

C. 50

D. 125

11. 目标函数 $z = 2x + y$ ，变量 x, y 满足
$$\begin{cases} x - 4y + 3 \leq 0 \\ 3x + 5y < 25 \\ x \geq 1 \end{cases}$$
，则有

A. $z_{\max} = 12, z_{\min} = 3$

B. $z_{\max} = 12, z$ 无最小值

C. $z_{\min} = 3, z$ 无最大值

D. z 既无最大值，也无最小值

12. 已知 $a > b > c > d > 0$ ，并且 $\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b-c} + \frac{1}{c-d} \geq \frac{m}{a-d}$ ，则有

A. m 有最大值为 9，没有最小值

B. m 有最小值为 9，没有最大值

C. m 有最大值为 12，没有最小值

D. m 有最大值为 12，没有最小值

二、填空题：每小题 5 分，共计 20 分

13. 一船以每小时 15km 的速度向东航行，船在 A 处看到一个灯塔 B 在北偏东 60° ，行驶 4h 后，船到达 C 处，看到这个灯塔在北偏东 15° ，这时船与灯塔的距离为_____ km 。

14. 若 a, b, c 成等比数列， a, x, b 成等差数列， b, y, c 成等差数列，则 $\frac{a}{x} + \frac{c}{y} =$ _____

15. 设 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，函数 $f(x) = a \lg(x^2 - 2a + 1)$ 有最小值，则不等式

$\log_a(x^2 - 5x + 7) > 0$ 的解集为 _____

16. 若不等式 $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \cdots + \frac{1}{2n} \geq \frac{k}{12}$ 对于大于 1 的一切自然数 n 都成立，则实数 k 的取值范围是_____

三、解答题：共 70 分，要写出文字说明、证明过程或演算步骤

17. (本题 10 分) 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $a - b = 4, a + c = 2b$ ，且最大角为 120° ，求 $\triangle ABC$ 的三边长。

18. (本题 12 分) 在锐角三角形中, 边 a, b 是方程 $x^2 - 2\sqrt{3}x + 2 = 0$ 的两根, 角 A, B 满足 $2\sin(A+B) - \sqrt{3} = 0$, 求角 C 的度数, 边 c 的长度及 $\triangle ABC$ 的面积.

19. (本题 12 分) 求和: $1 + 3a + 5a^2 + 7a^3 + \cdots + (2n-1)a^{n-1}$.

20. (本题 12 分) 甲乙两地相距 $S\text{km}$, 汽车从甲地匀速行驶到乙地, 速度不低于 $c\text{km/h}$ 不超过 $d\text{km/h}$. 已知汽车每小时的运输成本 (单位: 元) 由可变部分和固定部分组成: 可变部分与速度 v (单位: km/h) 的平方成正比, 且比例系数为 b , 固定部分为 a 元, 为了使全程运输成本最小, 汽车应该以多大的速度行驶?

21. (本题 12 分) 设函数是定义在 $(-\infty, +\infty)$ 上的增函数, 如果不等式 $f(1-ax-x^2) < f(2-a)$ 对于任意 $x \in [0, 1]$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围。

22. (本题 12 分) 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1 = 2, a_n = 2 - \frac{1}{a_{n-1}}, n = 2, 3, 4, \dots$,

(1) 求证: 数列 $\left\{\frac{1}{a_n - 1}\right\}$ 为等差数列; (2) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 令 $T_n = \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{a_{i+1}}$, 求证: $T_n < n + \frac{3}{4}$.