高二期中理科数学参考答案

一．选择题

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
B	B	D	D	C	A	D	C	A	C	D	C

二. 填空题

13. $-\dfrac{1}{3}$　14. $a_n=\begin{cases}1, n=1\\ \dfrac{1}{3}(\dfrac{4}{3})^{n-2}, (n\geq 2)\end{cases}$　15. $[-1,\dfrac{17}{7}]$　16. ②③④

三. 解答题

17. 解析　由命题 p 知 $2c^2-3c-2>0$，得 $c>2或c<-\dfrac{1}{2}$；……………………2 分

由命题 q 知：$2\leq x+\dfrac{1}{x}\leq\dfrac{5}{2}$.要使此式恒成立，则 $2>\dfrac{1}{c}$，即 $c>\dfrac{1}{2}$或 $c<0$…………4 分

又由 p 或 q 为真，p 且 q 为假知，

p、q 必有一真一假，

①p 为真，q 为假时，$\begin{cases}c>2或c<-\dfrac{1}{2}\\ 0\leq c\leq\dfrac{1}{2}\end{cases}$　无解

②p 为假，q 为真时，$\begin{cases}-\dfrac{1}{2}\leq c\leq 2\\ c>\dfrac{1}{2}或c<0\end{cases}$　得 $-\dfrac{1}{2}\leq c<0或\dfrac{1}{2}<c\leq 2$

综上可知，c 的取值范围为 $-\dfrac{1}{2}\leq c<0或\dfrac{1}{2}<c\leq 2.$　............. 10 分

18. 解：（1）由 S_4,S_{10},S_7 成等差数列，得 $S_4+S_7=2S_{10}$.

当 $q=1$ 时，$S_4=4a_1,S_7=7a_1,S_{10}=10a_1,\because a_1\neq 0,\therefore S_4+S_7\neq 2S_{10}$. 所以 $q\neq 1$.

……….2 分

则 $\dfrac{a_1(1-q^4)}{1-q}+\dfrac{a_1(1-q^7)}{1-q}=2\dfrac{a_1(1-q^{10})}{1-q}$,

化简得：$1+q^3=2q^6$, 解得 $q^3=-\dfrac{1}{2}$.　…………4 分

则 $a_2+a_5=a_2+a_2q^3=\dfrac{1}{2}a_2, a_8=a_2q^6=\dfrac{1}{4}a_2$.

所以 $a_2+a_5=2a_8$, 即 a_2,a_8,a_5 也成等差数列。　…………6 分

（2）设以 a_2,a_8,a_5 为前三项的等差数列的第四项是数列 $\{a_n\}$ 的第 k 项，则有 $a_k-a_5=a_8-a_2$，即 $a_1q^{k-1}-a_1q^4=a_1q^7-a_1q$. 整理得 $q^{k-2}=-\dfrac{5}{4}$.

因为 $q^{3(k-2)}=(-\dfrac{1}{2})^{k-2}=(-\dfrac{5}{4})^3=-\dfrac{125}{64}$ 无解，所以不存在。 …………12 分

19. 解：（1）以题意可得：$T=\begin{cases}\left[x-\dfrac{3x}{2(96-x)}\right]A(1\le x\le 94,x\in N)\\ 0(x>94,x\in N)\end{cases}$. …………4 分

（2）由（1）可知当日产量超过 94 件时，不能盈利。

当 $1\le x\le 94$ 时，$T=(x+\dfrac{3}{2}-\dfrac{144}{96-x})A=[97\dfrac{1}{2}-(96-x)-\dfrac{144}{96-x}]A$

$\because x\le 94,\therefore 96-x>0,\therefore (96-x)+\dfrac{144}{96-x}\ge 2\sqrt{144}=24.$

$\therefore T\le (97\dfrac{1}{2}-24)A=\dfrac{147}{2}A.$ …………10 分

等号当且仅当 $96-x=\dfrac{144}{96-x}$ 时，即 $x=84$ 时成立。

所以要获得最大利润，日产量应为 84 件。 …………12 分

20. 解：（Ⅰ）联立方程组 $\begin{cases}y=kx+m\\ \dfrac{x^2}{4}+y^2=1\end{cases}$ 消去 y 得

$(1+4k^2)x^2+8kmx+4m^2-4=0$

$\Delta=16(1+4k^2-m^2)>0$ ……3 分

由弦长公式得 $|PQ|=\sqrt{1+k^2}\cdot\dfrac{4\sqrt{1+4k^2-m^2}}{1+4k^2}$ ……5 分

点 O 到直线 PQ 距离 $d=\dfrac{|m|}{\sqrt{1+k^2}}$ ……6 分

所以 $S_{\Delta OPQ}=\dfrac{1}{2}d\times|PQ|=\dfrac{2|m|\sqrt{1+4k^2-m^2}}{1+4k^2}\le 2\times\dfrac{\dfrac{m^2+1+4k^2-m^2}{2}}{1+4k^2}=1$

当且仅当 $1+4k^2=2m^2$ 时，ΔOPQ 面积的最大值为 1. ……9 分

（Ⅱ）由韦达定理得：

$$x_1^2+x_2^2=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2=(\frac{8km}{1+4k^2})^2-2\times\frac{4m^2-4}{1+4k^2}$$ ……10 分

将$1+4k^2=2m^2$代入上式得：

$$x_1^2+x_2^2=(\frac{-8km}{2m^2})^2-2\times\frac{4m^2-4}{2m^2}=\frac{16k^2+4-4m^2}{m^2}=4$$ ……12 分

21.解：（1）$\because a_1=1, a_{n+1}=a_n+n+\frac{1}{2}$,

$\therefore a_2=a_1+1+\frac{1}{2}$;

$a_3=a_2+2+\frac{1}{2}$;

$\cdots$

$a_n=a_{n-1}+)+(n-1)+\frac{1}{2}$.

相加得 $a_n=a_1+\frac{(n-1)n}{2}+\frac{n-1}{2}=\frac{n^2+1}{2}$. ………4 分

（2）$b_n=\frac{a_{n+1}}{n(n+1)2^n}=\frac{(n+1)^2+1}{n(n+1)2^{n+1}}=\frac{n^2+2n+2}{n(n+1)2^{n+1}}$

$=\frac{n^2+n}{n(n+1)2^{n+1}}+\frac{n+2}{n(n+1)2^{n+1}}=\frac{1}{2^{n+1}}+\frac{1}{n\cdot 2^n}-\frac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+1}}$. …………6 分

$\therefore S_n=(\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\cdots+\frac{1}{2^{n+1}})+(\frac{1}{1\cdot 2}-\frac{1}{2\cdot 2^2}+\frac{1}{2\cdot 2^2}-\frac{1}{3\cdot 2^3}+\cdots+\frac{1}{n\cdot 2^n}-\frac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+1}})$

$=\frac{\frac{1}{2^2}(1-\frac{1}{2^n})}{1-\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}-\frac{1}{(n+1)\cdot 2^{n+1}}=1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\cdot\frac{n+2}{n+1}$. …………10 分

$\because \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\cdot\frac{n+2}{n+1}=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}(1+\frac{1}{n+1})$ 单调递减；

$\therefore 0<(\frac{1}{2})^{n+1}\cdot\frac{n+2}{n+1}\le(\frac{1}{2})^2\times\frac{3}{2}=\frac{3}{8}$,

$\therefore \frac{5}{8}\le S_n<1$. …………12 分

22. 解：（Ⅰ）依题意有$\begin{cases} a=2, \\ c=1 \end{cases}$，又因为$b^2=a^2-c^2$，所以得$\begin{cases} a^2=4, \\ b^2=3. \end{cases}$

故椭圆C的方程为$\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1$. ……4 分

（Ⅱ）依题意，点M,N满足$\begin{cases} \dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{3}=1, \\ my=x-1, \end{cases}$

即y_M,y_N是方程$(3m^2+4)y^2+6my-9=0$的两个根.

得$\begin{cases} \Delta=144\cdot(m^2+1)>0, \\ y_M+y_N=\dfrac{-6m}{3m^2+4}, \\ y_My_N=\dfrac{-9}{3m^2+4}, \\ y_M-y_N=\dfrac{12\cdot\sqrt{m^2+1}}{3m^2+4}. \end{cases}$

设$\angle MAx=\alpha,\angle NAx=\beta$，则$\angle MAN=\alpha+\beta$，

由$\tan\alpha=k_{AM}=\dfrac{y_M}{x_M+2}$，$\tan\beta=-k_{AN}=-\dfrac{y_N}{x_N+2}$，

得$\tan\angle MAN=\dfrac{3(y_M-y_N)}{(m^2+1)y_My_N+3m(y_M+y_N)+9}$

$=\dfrac{4\sqrt{m^2+1}}{3}$.

所以当$m=0$时，即l垂直x轴时$\tan\angle MAN$的值最小，该最小值为$\dfrac{4}{3}$，

故$\angle MAN$的最小值是$\arctan\dfrac{4}{3}$.

……12 分