2015-2016 学年高一（上）期末数学试卷

考生注意：

1. 本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分，共150分. 考试时间120分钟.
2. 请将各题答案填在试卷后面的答题卡上.
3. 本试卷主要考试内容：必修一、三，必修五第三章不等式(不含线性规划).

第Ⅰ卷

一、选择题(本大题共12小题，每小题5分，共60分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的)

1. 已知集合 $M=\{x|\log_3 x\leqslant 1\}$，$N=\{x|x^2+x-2\leqslant 0\}$，则 $M\cap N$ 等于

A. $\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$　B. $\{x|1\leqslant x\leqslant 3\}$　C. $\{x|0<x\leqslant 1\}$　D. $\{x|0<x\leqslant 3\}$

2. 从某工厂生产的 P，Q 两种型号的玻璃中分别随机抽取8个样品进行检查，对其硬度系数进行统计，统计数据用茎叶图表示(如图所示). 则 P 组数据的众数和 Q 组数据的中位数分别为

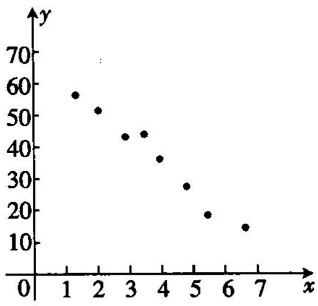
A. 22 和 22.5
B. 21.5 和 23
C. 22 和 22
D. 21.5 和 22.5

P		Q
4 1 0	1	2 6
2 2 1	2	1 2 3 3
1 0	3	3 4

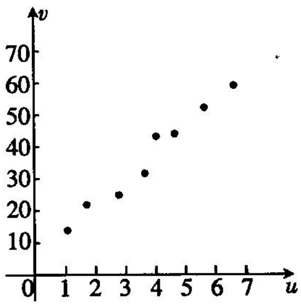
3. 函数 $f(x)=\sqrt{10-3x}+\lg(2^x-4)$ 的定义域是

A. $(2,\frac{10}{3}]$　B. $[2,\frac{10}{3}]$　C. $(2,+\infty)$　D. $[\frac{10}{3},+\infty)$

4. 对变量 x，y 有观测数据 $(x_i,y_i)(i=1,2,3,\cdots,8)$，得散点图如图①所示；对变量 u，v 有观测数据 $(u_i,v_i)(i=1,2,3,\cdots,8)$，得散点图如图②所示. 由这两个散点图可以判断



图①



图②

A. 变量 x 与 y 正相关；变量 u 与 v 正相关
B. 变量 x 与 y 正相关；变量 u 与 v 负相关
C. 变量 x 与 y 负相关；变量 u 与 v 正相关
D. 变量 x 与 y 负相关；变量 u 与 v 负相关

5. 已知 $M=x^2-3x+7$，$N=-x^2+x+1$，则

A. $M<N$　B. $M>N$
C. $M=N$　D. M，N 的大小与 x 的取值有关

6. 从1，2，3，4，5，6这6个数字中任取三个数字，其中：①至少有一个偶数与都是偶数；②至少有一个偶数与都是奇数；③至少有一个偶数与至少有一个奇数；④恰有一个偶数与恰有两个偶数. 上述事件中，是互斥但不对立的事件是

A. ① B. ② C. ③ D. ④

7. 函数 $f(x)=\lg(-x)+\frac{1}{x}$ 的零点所在区间为

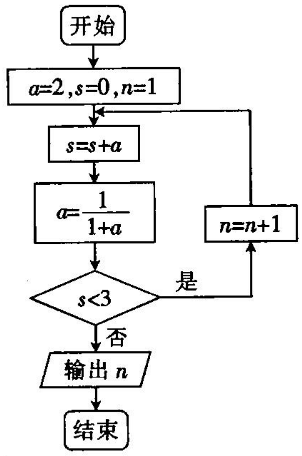
A. $(-\frac{1}{2},0)$ B. $(-3,-2)$ C. $(-2,-1)$ D. $(-1,0)$

8. 若函数 $f(x)=\begin{cases}a(x-1)+1, x<-1,\\ a^{-x}, x\geqslant -1\end{cases}$ $(a>0$, 且 $a\neq 1)$ 是 $\mathbf{R}$ 上的单调函数，则实数 a 的取值范围是

A. $(0,\frac{1}{3})$ B. $(\frac{1}{3},1)$ C. $[\frac{1}{3},1)$ D. $(0,\frac{1}{3}]$

9. 如图所示的程序框图，运行程序后，输出的结果等于

A. 6
B. 5
C. 4
D. 3



10. 将 500 个实验样本编号为 001,002,003,…,500. 采用系统抽样的方法抽取一个容量为 50 的样本，且随机抽得的一个号码为 005. 这 500 个实验样本分别放在三个样本库，从 001 到 100 放在甲样本库，从 101 到 250 放在乙样本库，从 251 到 500 放在丙样本库，则甲、乙、丙三个样本库被抽中的样本个数分别为

A. 10,15,25 B. 10,16,24
C. 11,15,24 D. 12,13,25

11. 甲乙两位同学进行乒乓球比赛，甲获胜的概率为 0.4，现采用随机模拟的方法估计这两位同学打 3 局比赛甲恰好获胜 2 局的概率：先利用计算器产生 0 到 9 之间取整数值的随机数，指定 1,2,3,4 表示甲获胜，用 5,6,7,8,9,0 表示乙获胜，再以每三个随机数为一组，代表 3 局比赛的结果. 经随机模拟产生了 30 组随机数

102 231 146 027 590 763 245 207 310 386 350 481 337 286 139
579 684 487 370 175 772 235 246 487 569 047 008 341 287 114

据此估计，这两位同学打 3 局比赛甲恰好获胜 2 局的概率为

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{3}{10}$ C. $\frac{2}{5}$ D. $\frac{11}{30}$

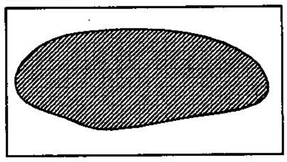
12. 设 $\min\{p,q,r\}$ 表示 p,q,r 三者中较小的一个，若函数 $f(x)=\min\{x+1,-2x+7,x^2-x+1\}$，则不等式 $f(x)>1$ 的解集为

A. $(0,2)$ B. $(-\infty,0)$ C. $(1,+\infty)$ D. $(1,3)$

第Ⅱ卷

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 将答案填在答题卡中的横线上）

13. 如图，面积为 10 的矩形中有一封闭曲线围成的阴影区域，在矩形中随机撒一粒豆子，它落在阴影区域内的概率为 $\frac{3}{5}$，则阴影区域的面积为 ___▲___.



14. 若 $\log_{\sqrt{3}}x+\log_{\sqrt{3}}y=2$，则 $3x+2y$ 的最小值为 ___▲___.

15. 已知函数 $f(x)=-x^3(x>0)$，若 $f(m)-\frac{1}{2}m^2\leqslant f(1-m)-\frac{1}{2}(1-m)^2$，则 m 的取值范围为 ___▲___.

16. 已知样本数据 a_1,a_2,a_3,a_4,a_5 的方差 $s^2=\frac{1}{5}(a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+a_5^2-80)$. 则样本数据 $2a_1+1,2a_2+1,2a_3+1,2a_4+1,2a_5+1$ 的平均数为 ___▲___.

三、解答题(本大题共 6 个小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤)

17.(本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x)=2x^2+(2-m)x-m$,$g(x)=x^2-x+2m$.

(1)若 $m=1$,求不等式 $f(x)>0$ 的解集;

(2)若 $m>0$,求关于 x 的不等式 $f(x)\leqslant g(x)$的解集.

18.(本小题满分 12 分)

一个生物研究性学习小组,为了研究平均气温与一天内某豆类胚芽生长之间的关系,他们分别记录了 4 月 6 日至 4 月 11 日的平均气温 x(℃)与该豆类胚芽一天生长的长度y(mm),得到如下数据:

日期	4 月 6 日	4 月 7 日	4 月 8 日	4 月 9 日	4 月 10 日	4 月 11 日
平均气温 x(℃)	10	11	13	12	8	6
一天生长的长度 y(mm)	22	25	29	26	16	12

该小组的研究方案是:先从这六组数据中选取 6 日和 11 日的两组数据作为检验数据,用剩下的 4 组数据即:7 日至 10 日的四组数据求出线性回归方程.

(1)请按研究方案求出 y 关于 x 的线性回归方程 $\hat{y}=\hat{b}x+\hat{a}$;

(2)用 6 日和 11 日的两组数据作为检验数据,并判断该小组所得线性回归方程是否理想.(若由线性回归方程得到的估计数据与所选的检验数据的误差均不超过 1 mm,则认为该方程是理想的)

参考公式:$\begin{cases}\hat{b}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum\limits_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}=\dfrac{\sum\limits_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum\limits_{i=1}^{n}x_i^2-n\overline{x}^2},\\ \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}.\end{cases}$

19.(本小题满分 12 分)

已知 $0<a<1$,函数 $f(x)=\log_a x$.

(1)若 $f(5a-1)\geqslant f(2a)$,求实数 a 的最大值;

(2)当 $a=\dfrac{1}{2}$时,设 $g(x)=f(x)-3^x+2m$,若函数 $g(x)$在$(1,2)$上有零点,求实数 m 的取值范围.

20.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=x^2-2(a-2)x-b^2+13$.

(1)先后两次抛掷一枚质地均匀的骰子(骰子六个面上分别标有数字 1,2,3,4,5,6).骰子向上的数字依次记为 a,b,求方程 $f(x)=0$ 有两个不等正根的概率;

(2)如果 $a\in[2,6]$,求函数 $f(x)$ 在区间$[2,3]$上是单调函数的概率.

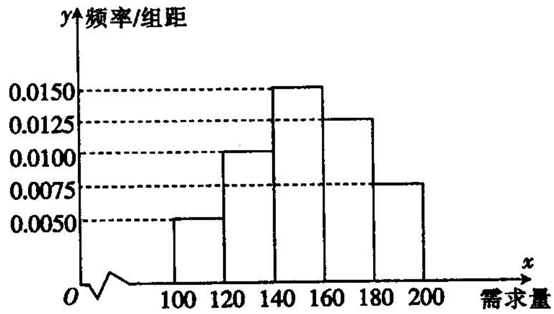
21.(本小题满分 12 分)

一名大学生尝试开家小“网店”销售一种学习用品,经测算每售出 1 盒该产品获利 30 元,未售出的商品每盒亏损 10 元.根据统计资料,得到该商品的月需求量的频率分布直方图(如图所示).该同学为此购进 180 盒该产品,以 x(单位:盒,$100\leqslant x\leqslant 200$)表示一个月内的市场需求量,$y$(单位:元)表示一个月内经销该产品的利润.

(1)根据直方图估计这个月内市场需求量 x 的平均数;

(2)将 y 表示为 x 的函数;

(3)根据直方图估计这个月利润不少于 3800 元的概率(用频率近似概率).



22.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=\dfrac{-3^x+a}{3^{x+1}+b}$.

(1)当 $a=b=1$ 时,求满足 $f(x)=3^x$ 的 x 的值;

(2)若函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数,

①判断 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 的单调性并用定义法证明;

②当 $x\neq0$ 时,函数 $g(x)$ 满足 $f(x)\cdot[g(x)+2]=\dfrac{1}{3}(3^{-x}-3^x)$,若对任意 $x\in\mathbf{R}$ 且 $x\neq0$,不等式 $g(2x)\geqslant m\cdot g(x)-11$ 恒成立,求实数 m 的最大值.

学校________ 班级________ 姓名________ 准考证号________ 座位号________

密 封 线

邢台市 2016~2017 学年高一(上)期末测试
数学试卷答题卡

正确填涂 ▬

错误填涂

准考证号								
[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]	[0]
[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]	[1]
[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]	[2]
[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]	[3]
[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]	[4]
[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]	[5]
[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]	[6]
[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]	[7]
[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]	[8]
[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]	[9]

贴 条 形 码 区

注意事项

1.答题前,考生先将自己的姓名、准考证号填写清楚,并用 2B 铅笔涂上准考证号。
2.选择题必须使用 2B 铅笔填涂;非选择题必须使用 0.5 毫米及以上(但不要太粗)黑色字迹的签字笔书写,要求字体工整、笔迹清楚。
3.请严格按照题号在相应的答题区域内作答,超出答题区域书写的答案无效;在草稿纸、试题卷上答题无效。
4.保持卡面清洁,不装订、不要折叠、不要破损。

此栏考生禁填 缺考标记 [ ] 缺考考生由监考员贴条形码,并用 2B 铅笔涂左边的缺考标记。

题号	一	二	三						总 分
			17	18	19	20	21	22	
分数									

选择题

1 [A] [B] [C] [D] 4 [A] [B] [C] [D] 7 [A] [B] [C] [D] 10 [A] [B] [C] [D]
2 [A] [B] [C] [D] 5 [A] [B] [C] [D] 8 [A] [B] [C] [D] 11 [A] [B] [C] [D]
3 [A] [B] [C] [D] 6 [A] [B] [C] [D] 9 [A] [B] [C] [D] 12 [A] [B] [C] [D]

非选择题

得分	评卷人

13.________________(5 分)

14.________________(5 分)

15.________________(5 分)

16.________________(5 分)

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

得分	评卷人

17.(10 分)

得分	评卷人

18.(12 分)

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

得分	评卷人

19.(12 分)

请在各题目的答题区域内作答,超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

得分	评卷人

20.(12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

得分	评卷人

21.(12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

请在各题目的答题区域内作答，超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

得分	评卷人

22.(12分)

请在各题目的答题区域内作答，超出黑色矩形边框限定区域的答案无效

邢台市2016～2017学年高一(上)期末测试
数学试卷参考答案

1.C　由已知 $M=\{x|0<x\leqslant 3\}$，$N=\{x|-2\leqslant x\leqslant 1\}$，所以 $M\cap N=\{x|0<x\leqslant 1\}$.

2.A　P 组数据的众数为 22；Q 组数据的中位数为 $\frac{22+23}{2}=22.5$.

3.A　因为 $\begin{cases}10-3x\geqslant 0,\\ 2^x-4>0,\end{cases}$ 所以 $2<x\leqslant\frac{10}{3}$.

4.C　由图①知，总体来说 y 随着 x 的增大而减小，所以 x 与 y 负相关；同理 u 与 v 是正相关.

5.B　因为 $M-N=2x^2-4x+6=2(x-1)^2+4>0$，所以 $M>N$.

6.D　由互斥事件与对立事件的概念可知.

7.B　计算 $f(-1)=-1<0$，$f(-2)=\lg 2-\frac{1}{2}<0$，$f(-3)=\lg 3-\frac{1}{3}>0$.

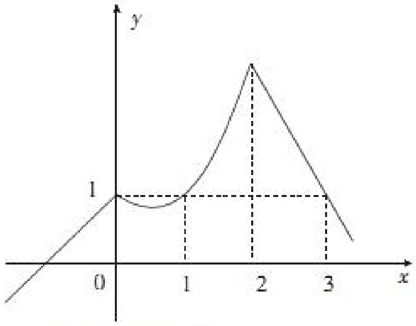
可知 $f(x)=\lg(-x)+\frac{1}{x}$ 的零点所在区间为 $(-3,-2)$.

8.C　$\because a>0$，$x<-1$ 时，$f(x)=a(x-1)+1$ 是增函数，$\therefore\begin{cases}\frac{1}{a}>1,\\ -2a+1\leqslant a,\end{cases}$ 解得 $\frac{1}{3}\leqslant a<1$.

9.D　$s=0,a=2,n=1$；$s=2,a=\frac{1}{3},n=2$；$s=\frac{7}{3},a=\frac{3}{4},n=3$；$s=\frac{37}{12}>3,a=\frac{4}{7}$，输出 $n=3$.

10.A　从 500 个实验样本中抽取容量为 50 的样本，可知抽样间隔为 $\frac{500}{50}=10$，由于第一个号码为 005，所以甲样本库抽取的号码为：005，015，025，…，095，共 10 个；乙样本库抽取的号码为：105，115，125，…，195，205，…，245，共 15 个；丙样本库抽取的号码为：255，265，275，…，495，共 25 个.

11. B　在 30 组随机数中表示 3 局中甲恰好获胜 2 局的有：102、146、245、310、481、337、139、235、246，共 11 组，所以概率 $P=\frac{9}{30}=\frac{3}{10}$.



12. D　由题意得 $f(x)=\begin{cases}x+1,x<0,\\x^2-x+1,0\leqslant x\leqslant 2,\\-2x+7,x>2,\end{cases}$ 作出函数 $f(x)$ 的图象如图所示，则 $f(x)>1$ 的解集为 $(1,3)$.

13. 6　$\frac{S_{阴影}}{S_{矩形}}=\frac{3}{5}$，所以 $S_{阴影}=\frac{3}{5}\times S_{矩形}=\frac{3}{5}\times 10=6$.

14. $6\sqrt{2}$　由 $\log_{\sqrt{3}}x+\log_{\sqrt{3}}y=2$，得 $\log_{\sqrt{3}}xy=2$，所以 $xy=3$，且 $x>0$，$y>0$，所以 $3x+2y\geqslant 2\sqrt{6xy}=6\sqrt{2}$，当且仅当 $3x=2y$，$xy=3$ 时，$3x+2y$ 取得最小值 $6\sqrt{2}$.

15. $[\frac{1}{2},1)$　由于 $f(m)-\frac{1}{2}m^2\leqslant f(1-m)-\frac{1}{2}(1-m)^2$.

令 $F(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2=-x^3-\frac{1}{2}x^2(x>0)$，则 $F(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上为减函数，

不等式为 $F(m)\leqslant F(1-m)$，所以 $\begin{cases}m\geqslant 1-m\\m>0\\1-m>0\end{cases}$，解得 $\begin{cases}m\geqslant\frac{1}{2}\\m>0\\m<1\end{cases}$，即 $\frac{1}{2}\leqslant m<1$.

16. 9　设样本 a_1,a_2,a_3,a_4,a_5 的平均数为 $\overline{a}$.

$s^2=\frac{1}{5}[(a_1-\overline{a})^2+(a_2-\overline{a})^2+(a_3-\overline{a})^2+(a_4-\overline{a})^2+(a_5-\overline{a}^2)]$

$=\frac{1}{5}[a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+a_5^2-2(a_1+a_2+a_3+a_4+a_5)\overline{a}+5\overline{a}^2]$

$=\frac{1}{5}(a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+a_5^2-5\bar{a}^2)$

$=\frac{1}{5}(a_1^2+a_2^2+a_3^2+a_4^2+a_5^2-80)$

所以$5\bar{a}^2=80$，$\bar{a}=4$，数据$2a_1+1,2a_2+1,2a_3+1,2a_4+1,2a_5+1$的平均数为9.

17.解：(1)当$m=1$时，$2x^2+x-1>0$，

$\therefore x>\frac{1}{2}$或$x<-1$， …………………………………………………… 4分

$\therefore f(x)>0$的解集是$\{x|x>\frac{1}{2}$或$x<-1\}$. …………………………………… 5分

(2)$\because 2x^2+(2-m)x-m\leqslant x^2-x+2m$，

$\therefore x^2+(3-m)x-3m\leqslant 0$， …………………………………………………… 7分

$\therefore (x+3)(x-m)\leqslant 0$，…………………………………………………… 8分

$\because m>0$，$\therefore -3\leqslant x\leqslant m$， …………………………………………………… 9分

$\therefore f(x)\leqslant g(x)$的解集为$\{x|-3\leqslant x\leqslant m\}$. …………………………………… 10分

18.解：(1)$\because \bar{x}=\frac{11+13+12+8}{4}=11$，$\bar{y}=\frac{25+29+26+16}{4}=24$，

$\therefore \hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})(y_i-\bar{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\bar{x})^2}=\frac{(11-11)(25-24)+(13-11)(29-24)+(12-11)(26-24)+(8-11)(16-24)}{(11-11)^2+(13-11)^2+(12-11)^2+(8-11)^2}$，求

得$\hat{b}=\frac{18}{7}$，由$\hat{a}=\bar{y}-\hat{b}\bar{x}$，可得$\hat{a}=-\frac{30}{7}$，

$\therefore y$关于x的线性回归方程为$\hat{y}=\frac{18}{7}x-\frac{30}{7}$， …………………………………… 8分

(2)∵当 $x=10$ 时，$\hat{y}=\frac{150}{7}$，误差为：$\left|\frac{150}{7}-22\right|=\frac{4}{7}<1$，

当 $x=6$ 时，$\hat{y}=\frac{78}{7}$，误差为：$\left|\frac{78}{7}-12\right|=\frac{6}{7}<1$，

∴该小组所得线性回归方程是理想的. …………………………………………………………………… 12 分

19. 解：(1)∵$0<a<1$，∴$0<5a-1\leqslant 2a$，∴$\frac{1}{5}<a\leqslant\frac{1}{3}$.

∴a 的最大值为$\frac{1}{3}$. …………………………………………………………………………………… 5 分

(2)$g(x)=\log_{\frac{1}{2}}x-3^x+2m$ 为$(0,+\infty)$上的减函数. ………………………………………… 7 分

∵$g(x)$在$(1,2)$上有零点，

∴$\begin{cases}g(1)=-3+2m>0\\ g(2)=-1-9+2m<0\end{cases}$，解得$\frac{3}{2}<m<5$. ………………………………………… 11 分

∴实数 m 的取值范围为$(\frac{3}{2},5)$. ……………………………………………………………………… 12 分

20. 解：(1)如果先后抛掷的一枚均匀的骰子所得到的向上的点数记为(a,b)，则基本事件有 36 个.

“方程 $x^2-2(a-2)x-b^2+13=0$ 有两个不等正根”为事件 A，所以$\begin{cases}a-2>0\\ 13-b^2>0\\ (a-2)^2+b^2-13>0\end{cases}$，满足事件 A 的基本事件有：$(5,3)$，$(6,1)$，$(6,2)$，$(6,3)$共 4 个，

所以 $P(A)=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}$. ………………………………………………………………………………… 6 分

(2)记“函数 $f(x)$在区间$[2,3]$上是单调函数”为事件 B，

因为 $a\in[2,6]$，$f(x)=x^2-2(a-2)x-b^2+13$ 的对称轴为 $x=a-2\in[0,4]$，

区间长为 4，$f(x)$在区间$[2,3]$上是单调函数时，只要对称轴不在$[2,3]$上即可，所以对称轴不在$[2,3]$的区

间长为 3，根据几何概型的定义，$P(B)=\frac{3}{4}$. ……………………………………………………………… 12 分

21. 解：(1)由频率直方图得：需求量在[100，120)内的频率$=0.005\times20=0.1$，
需求量在[120，140)内的频率$=0.01\times20=0.2$，需求量在[140，160)内的频率$=0.015\times20=0.3$，需求量在[160，180)内的频率$=0.0125\times20=0.25$，需求量在[180，200]内的频率$=0.0075\times20=0.15$.
所以，平均数 $\overline{x}=110\times0.1+130\times0.2+150\times0.3+170\times0.25+190\times0.15=153$. ……………………… 4 分
(2)因为每售出 1 盒该产品获利润 30，未售出的产品，每盒亏损 10 元，
所以当 $100\leqslant x\leqslant180$ 时，$y=30x-10(180-x)=40x-1800$；
当 $180<x\leqslant200$ 时，$y=30\times180=5400$.
所以 $y=\begin{cases}40x-1800 & 100\leqslant x\leqslant180,x\in\mathbf{Z}\\5400 & 180<x\leqslant200,x\in\mathbf{Z}\end{cases}$. ……………………………………………………………… 8 分
(3)因为利润不少于 3800 元，所以 $40x-1800\geqslant3800$，$\therefore x\geqslant140$，
所以由(1)知利润不少于 3800 元的概率为 $1-0.1-0.2=0.7$. ……………………………………………… 12 分

22. 解：(1) 由题意，$\frac{-3^x+1}{3^{x+1}+1}=3^x$，化简得 $3\cdot(3^x)^2+2\cdot3^x-1=0$，
解得 $3^x=-1$(舍)或 $3^x=\frac{1}{3}$，所以 $x=-1$. ……………………………………………………………… 2 分
(2)因为 $f(x)$是奇函数，所以 $f(-x)+f(x)=0$，所以$\frac{-3^{-x}+a}{3^{-x+1}+b}+\frac{-3^x+a}{3^{x+1}+b}=0$，
化简并变形得：$(3a-b)(3^x+3^{-x})+2ab-6=0$，
要使上式对任意的 x 成立，则 $3a-b=0$ 且 $2ab-6=0$，
解得：$\begin{cases}a=1,\\b=3\end{cases}$或$\begin{cases}a=-1\\b=-3\end{cases}$，因为 $f(x)$的定义域是 $\mathbf{R}$，所以$\begin{cases}a=-1\\b=-3\end{cases}$舍去，
所以 $a=1,b=3$，所以 $f(x)=\frac{-3^x+1}{3^{x+1}+3}$. ……………………………………………………………… 4 分

①函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减，证明如下：因为 $f(x)=\dfrac{-3^x+1}{3^{x+1}+3}=\dfrac{1}{3}(-1+\dfrac{2}{3^x+1})$，

对任意 $x_1, x_2\in\mathbf{R}, x_1<x_2$ 有：$f(x_1)-f(x_2)=\dfrac{1}{3}(\dfrac{2}{3^{x_1}+1}-\dfrac{2}{3^{x_2}+1})=\dfrac{2}{3}\cdot\dfrac{3^{x_2}-3^{x_1}}{(3^{x_1}+1)(3^{x_2}+1)}$，

因为 $x_1<x_2$，所以 $3^{x_2}-3^{x_1}>0$，所以 $f(x_1)>f(x_2)$，

因此 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上递减. ………………………………………………………………………… 6 分

②因为 $f(x)\cdot[g(x)+2]=\dfrac{1}{3}(3^{-x}-3^x)$，所以 $g(x)=\dfrac{3^{-x}-3^x}{3f(x)}-2(x\neq0)$.

即 $g(x)=3^x+3^{-x}(x\neq0)$，所以 $g(2x)=3^{2x}+3^{-2x}=(3^x+3^{-x})^2-2$. ……………………………… 8 分

不等式 $g(2x)\geqslant m\cdot g(x)-11$ 恒成立，即 $(3^x+3^{-x})^2-2\geqslant m\cdot(3^x+3^{-x})-11$，

所以 $m\leqslant3^x+3^{-x}+\dfrac{9}{3^x+3^{-x}}$ 恒成立.

令 $t=3^x+3^{-x}$，$t>2$，则 $m\leqslant t+\dfrac{9}{t}$ 在 $t>2$ 时恒成立.

令 $h(t)=t+\dfrac{9}{t}$，易知 $h(t)$ 在 $(2,3)$ 上单调递减，在 $(3,+\infty)$ 上单调递增，

所以 $h(t)_{\min}=h(3)=6$，所以 $m\leqslant6$.

所以实数 m 的最大值为 6. ………………………………………………………………………………… 12 分