2014届三省三校会题

数　学(供理科考生使用)

注意事项：

1．本试卷分为第Ⅰ卷（选择题）和第Ⅱ卷（非选择题）两部分。答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。

2．回答第Ⅰ卷时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。

3．回答第Ⅱ卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。

4．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

第Ⅰ卷

一．选择题：本大题共12小题，每小题5分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

（1）若$U=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，$A=\{1,2,3\}$，$B=\{5,6,7\}$，则$(C_UA)\bigcap(C_UB)=$ （　　）

（A）$\{4,8\}$　　（B）$\{2,4,6,8\}$　　（C）$\{1,3,5,7\}$　　（D）$\{1,2,3,5,6,7\}$

（2）命题“$\forall x\in\mathbf{R}$，$x^2-3x+2\ge 0$”的否定是 （　　）

（A）$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-3x+2<0$　　（B）$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-3x+2>0$

（C）$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-3x+2\le 0$　　（D）$\exists x\in\mathbf{R}$，$x^2-3x+2\ge 0$

（3）已知复数$z=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，则$\overline{z}+|z|=$

（A）$-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$　（B）$-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$　（C）$\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i$　（D）$\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$

（4）直线m,n不在平面α,β内，则下列命题中正确命题的个数是 （　　）

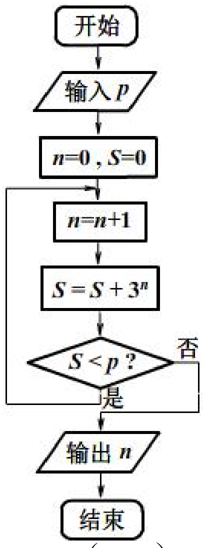
①若$m//n$且$n//\alpha$，则$m//\alpha$　　②若$m//\beta$且$\alpha//\beta$，则$m//\alpha$

③若$m\perp n$且$n\perp\alpha$，则$m//\alpha$　　④若$m\perp\beta$且$\alpha\perp\beta$，则$m//\alpha$

（A）1　　（B）2　　（C）3　　（D）4

（5）执行程序框图，若 $p = 2013$，则输出的值是 （　　）

（A）6
（B）7
（C）8
（D）9



??????

（6）向量 $\boldsymbol{a} = (-5,7)$ $(0,4)$ 在 $l: x - y + 1 = 0$ 上的正射影是 （　　）

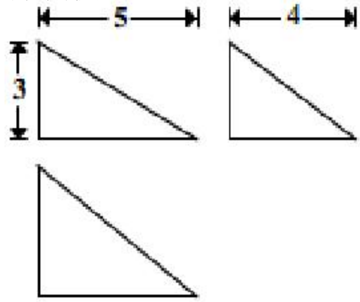
（A）$(2,2)$　　（B）$(-2,-2)$　　（C）4　　（D）$2\sqrt{2}$

（7）$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 \frac{x}{2} dx =$ （　　）

（A）0　　（B）$\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}$　　（C）$\frac{\pi}{4} - \frac{1}{4}$　　（D）$\frac{\pi}{2} - 1$

（8）某几何体的三视图如图所示，则该几何体的外接球的表面积是 （　　）

（A）200π
（B）50π
（C）$\frac{1000\sqrt{2}}{3}\pi$
（D）$\frac{145 + 3\sqrt{41}}{2}$



（9）已知 $\alpha, \beta \in (0, \frac{\pi}{2})$，则 $(\sin\alpha + \sin\beta) \cdot (\cos\alpha + \cos\beta)$ 的最大值是 （　　）

（A）1　　（B）$\sqrt{2}$　　（C）$\sqrt{3}$　　（D）2

（10）三个平面 α, β, γ 两两相交，所得的三条交线 l, m, n 相交于同一点，点 P 为空间中一点，则经过点 P 且与 α, β, γ 所成角相等的直线 （　　）

（A）有且只有一条（B）有且只有三条（C）有且只有四条（D）可能有无数条（C）

（11）$(x+y+z)^{10}$的展开式的各个项的系数组成一组数据，则下列关于该组数据的判断中错误的是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

（A）数据的最小值是1　　　　　　　　（B）数据的最大值是4200

（C）平均数是894　　　　　　　　　　（D）存在数据，先后出现六次

（12）已知定义在$\mathbf{R}$上的函数$h(x)$的图像连续不间断，且对于任何一个开区间(a,b)（$a,b\in\mathbf{R}$且$a<b$），总存在$x_1,x_2\in(a,b)$，使得$h(x_1)\neq h(x_2)$．若满足不等式$(h(x)-f(x))\cdot(h(x)-g(x))\leq 0$（$x\in\mathbf{R}$）的函数$h(x)$都有极值，其中$f(x)=x^3-3x+2$（$x\in\mathbf{R}$），$g(x)=x^2+m$（$x\in\mathbf{R}$）．则$m$的取值范围是　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　（　　）

（A）$\dfrac{1-\sqrt{10}}{6}<m<\dfrac{1+\sqrt{10}}{6}$　　　　（B）$-4<m<4$

（C）$\dfrac{1-\sqrt{10}}{6}\leq m\leq\dfrac{1+\sqrt{10}}{6}$　　　　（D）$-4\leq m\leq 4$

第Ⅱ卷

本卷包括必考题和选考题两部分。第13题～第21题为必考题，每个试题考生都必须做答。第22题～第24题为选考题，考生根据要求做答。

二．填空题：本大题共4小题，每小题5分。

（13）等差数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_2+a_4+a_7+a_{11}=10$，则$a_5=$____________.

（14）在对x与y作线性相关性检验时，下列叙述中正确的是____________.

①首先作统计假设：x与y具有线性相关关系；

②首先作统计假设：x与y不具有线性相关关系；

③根据小概率0.05与$n-2$查出r的一个临界值$r_{0.05}$；

④根据样本相关系数计算公式算出r的值；

⑤作系统推断时，如果$|r|>r_{0.05}$，表明有95%的把握认为x与y之间具有线性相关关系；

⑥作系统推断时，如果$|r|>r_{0.05}$，我们没有理由拒绝原来的假设，这时寻找回归直线方程是毫无意义的.

（15）已知函数 $f(x)=x^3-3x^2+ax+1$ 在区间 $(0,3)$ 内有且只有一个极值点，则 a 的取值范围是____________.

（16）抛物线 $y^2=2px$ 的焦点是双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>0,b>0$）的一个焦点，且点 $(3,2\sqrt{6})$ 是它们的公共点，则 $a=$____________.

三．解答题：解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。

（17）（本小题满分 12 分）

在△ ABC 中，a 、b 、c 分别为三个内角 A 、B 、C 的对边．若 $A=2C$ ，且 a 、b 、c 成等差数列.

（Ⅰ）求 $\cos C$ ；

（Ⅱ）若 $c=4$ ，求 a 、b .

（18）（本小题满分 12 分）

从数字 $1,2,3,4,5,6$ 中随机抽取 3 个数字. 设这三个数字中的最大数为 X ，最小数为 Y ，这三个数的极差为 Z .

（Ⅰ）求 X,Y,Z 的分布列;

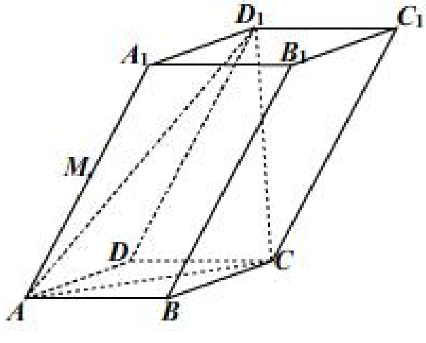
（Ⅱ）求 X,Y,Z 的数学期望.

（19）（本小题满分 12 分）

平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，$AB=AD=2$ ，$AA_1=2\sqrt{3}$ ，$\angle A_1AB=\angle A_1AD$ ，$\angle BAD=\angle A_1AC=60°$ ．点 M 是棱 AA_1 的中点.

（Ⅰ）求二面角 $A-CD_1-C_1$ 的余弦值;

（Ⅱ）棱 BC 上是否存在一点 N ，使得 MN // 平面 ACD_1 ？若存在，求出点 N 的位置；若不存在，请说明理由.



（20）（本小题满分 12 分）

椭圆M ：$\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的离心率为$\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，且经过点$P(1,\dfrac{\sqrt{2}}{2})$. 直线$l_1$：$y=k_1x+m_1$与椭圆$M$ 交于A,C两点，直线l_2：$y=k_2x+m_2$与椭圆M 交于B,D两点.，四边形$ABCD$是平行四边形.

（Ⅰ）求椭圆C的方程；

（Ⅱ）求证：平行四边形$ABCD$的对角线AC和BD相交于原点O；

（Ⅲ）若平行四边形$ABCD$为菱形，求菱形$ABCD$面积的最小值.

（21）（本小题满分 12 分）

已知函数$f(x)=\dfrac{\ln x}{\ln(2x-1)}$，其中$x\in(1,+\infty)$.

（Ⅰ）证明：函数$f(x)$在$(1,+\infty)$上是单调增函数；

（Ⅱ）设函数$g(x)=f(\dfrac{a^x+1}{2})$，其中$a>1$.证明：函数$g(x)$在$(0,+\infty)$上是单调增函数，并写出函数$g(x)$的解析式；

（Ⅲ）证明：$\sqrt[n]{\dfrac{\alpha^n+\beta^n}{2}}\le\sqrt[n+1]{\dfrac{\alpha^{n+1}+\beta^{n+1}}{2}}$，其中$\alpha,\beta\in\mathbf{R}^+$，$n\in\mathbf{N}^*$.

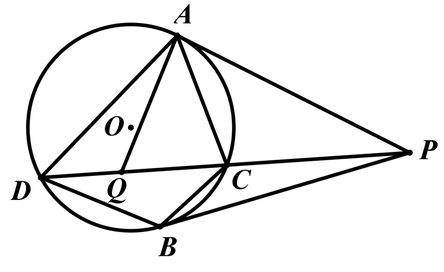
请考生在第 22、23、24 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

（22）（本小题满分 10 分）选修 4-1:几何证明选讲

如图，PA,PB是圆O的两条切线，A,B是切点，C是劣弧AB(不包括端点)上一点，直线PC交圆O于另一点D，Q在弦CD上，且$\angle DAQ=\angle PBC$. 求证：

（Ⅰ）$\dfrac{BD}{AD}=\dfrac{BC}{AC}$；

（Ⅱ）$\triangle ADQ\backsim\triangle DBQ$.



（23）（本小题满分 10 分）选修 4-4:坐标系与参数方程

已知点P的直角坐标是(x,y). 以平面直角坐标系的原点为极坐标的极点，x轴的正半轴为极轴，建立极坐标系. 设点P的极坐标是(ρ,θ)，点Q的极坐标是$(\rho,\theta+\theta_0)$，其中θ_0是常数.

设点Q的平面直角坐标是(m,n).

（Ⅰ）用x,y,θ_0表示m,n；

（Ⅱ）若m,n满足$n=\dfrac{\sqrt{3}}{3}m+\dfrac{1}{m}$，且$\theta_0=\dfrac{\pi}{3}$，求点$P$的直角坐标$(x,y)$满足的方程，并指出该方程所表示的曲线是哪一种圆锥曲线.

（Ⅱ）若m,n满足$n=m+\dfrac{1}{m}$，且$\theta_0=\dfrac{3\pi}{8}$，求点P的直角坐标(x,y)满足的方程，并指出该方程所表示的曲线是哪一种圆锥曲线.

（24）（本小题满分 10 分）选修 4-5:不等式选讲

函数$f(x)=|x+a|+|x+1|+|a+1|$.

（Ⅰ）若$a=3$时，解不等式$f(x)<|x-4|$；

（Ⅱ）证明：$f(x)\geq 2$，并指出取等条件.