2008—2009学年度下学期期末考试高二年级（文科）

数学试题参考答案

一、选择题：本大题共12小题，每小题5分，共60分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题意要求的.

1.A　2.B　3.A　4.B　5.C　6.C　7.B　8.D　9.B　10.D　11.B　12.A

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，满分20分.

13.2009　　14. $\sqrt{3}a^2$　　15. （2.5，2.4）　　16.2

三、解答题（本大题有6小题，共70分. 解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤）

17. 解：令 $t=\sin x$，$t\in[-1,1]$，

$\therefore y=-(t-\frac{a}{2})^2+\frac{1}{4}(a^2-a+2)$，对称轴为 $t=\frac{a}{2}$，---------------------3分

（1）当 $-1\le\frac{a}{2}\le 1$，即 $-2\le a\le 2$ 时，　$y_{\max}=\frac{1}{4}(a^2-a+2)=1$，得 $a=2$ 或 $a=-1$.　　-------------------------------5分

（2）当 $\frac{a}{2}>1$，即 $a>2$ 时，函数 $y=-(t-\frac{a}{2})^2+\frac{1}{4}(a^2-a+2)$ 在 $[-1,1]$ 单调递增，

$y_{\max}=-1+a-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}=1$，得 $a=2$ (舍).　　---------------------7分

（3）当 $\frac{a}{2}<-1$，即 $a<-2$ 时，函数 $y=-(t-\frac{a}{2})^2+\frac{1}{4}(a^2-a+2)$ 在 $[-1,1]$ 单调递减，

由 $y_{\max}=-1-a-\frac{1}{4}a+\frac{1}{2}=1$，得 $a=-\frac{6}{5}$（舍去）.　　-------------9分

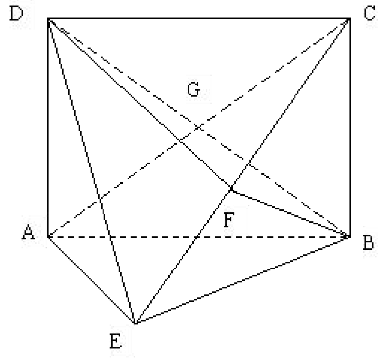
综上可得：a 的值为 $a=2$ 或 $a=-1$　　--10分

18. （Ⅰ）证明：$\because AD\perp$ 平面 ABE，$AD// BC$，

$\therefore BC\perp$ 平面 ABE，则 $AE\perp BC$，　　-----2分

又 $\because BF\perp$ 平面 ACE，则 $AE\perp BF$，

$\therefore AE\perp$ 平面 BCE.　　-----------4分



（Ⅱ）证明：依题意可知：G 是 AC 的中点，

$\because BF\perp$ 平面 ACE，则 $CE\perp BF$，而 $BC=BE$

$\therefore F$ 是 EC 的中点，

在 ΔACE 中，$FG// AE$，　　------------6分

又 $FG\subset$ 平面 BFD，$AE\not\subset$ 平面 BFD，

$\therefore AE//$ 平面 BFD.　　---------8分

（Ⅲ）解：由（Ⅰ）知 $AE\perp$ 平面 BCE，

又 $FG// AE$，$\therefore FG\perp$ 平面 BCE，

$\because G$ 是 AC 的中点，F 是 EC 的中点

$\therefore FG // AE$，且 $FG=\frac{1}{2}AE=1$，

在 $Rt\Delta ACE$ 中，$BF=\frac{1}{2}CE=\sqrt{2}$

$\therefore S_{\Delta CFB}=\frac{1}{2}\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}=1$ ------11 分

$\therefore V_{C-BFG}=V_{G-BCF}=\frac{1}{3}S_{\Delta CFB}\cdot GF=\frac{1}{3}$

19.解（I）设动点 $M(x,y)$ 为轨迹上任意一点，则点 M 的轨迹就是集合

$P=\{M \mid |MA|=\frac{1}{2}|MB|\}$．由两点距离公式，点 M 适合的条件可表示为

$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=\frac{1}{2}\sqrt{(x-8)^2+y^2}$，平方后再整理，得 $x^2+y^2=16$．------6 分

(II)方法一：设 $MN=a$，又 $OM=4, ON=2\sqrt{2}$，由余弦定理，得

$\cos\angle OMN=\frac{OM^2+MN^2-ON^2}{2OM\cdot MN}=\frac{8+a^2}{8a}\ge\frac{\sqrt{2}}{2}$， 又 $\angle OMN\in(0,\frac{\pi}{2})$

$\therefore \angle MON$ 的最大值为 $\frac{\pi}{4}$，此时 $MN\perp ON$。 ------12 分

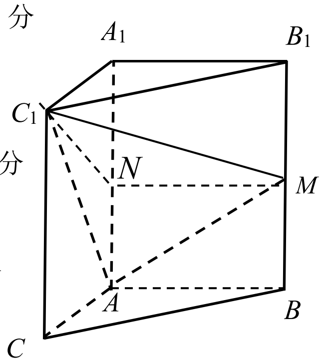
方法二：设 $\angle ONM=\theta$，在 ΔOMN 中，由正弦定理可知，

$\sin\angle OMN=\frac{ON}{OM}\sin\theta=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\theta$，当 $\sin\theta=1$ 时，$\sin\angle OMN$ 取得最大值 $\frac{\sqrt{2}}{2}$，

$\angle OMN$ 取得最大值 $\frac{\pi}{4}$。 ------ 12 分

20．解：（Ⅰ）过 M 作 $MN\perp AA_1$ 于 N，连接 NC_1，显然 $MN\perp$ 平面 AA_1C_1，

所以 ΔMAC_1 在平面 ACC_1A_1 内的正射影是 ΔNAC_1． ------3 分



$AN=\frac{1}{2}$，$A_1C_1=1$，ΔNAC_1 的面积为 $S=\frac{1}{2}AN\cdot A_1C_1=\frac{1}{4}$．

$\therefore \Delta MAC_1$ 在平面 ACC_1A_1 内的正射影的面积为 $\frac{1}{4}$． ------6 分

（Ⅱ）设 $B_1M=x$（$0<x\le 1$），$A_1C_1\perp$ 平面 MAA_1B_1，

即 A_1C_1 是四棱锥 $C_1-MAA_1B_1$ 的高， ------7 分

且 $A_1C_1=1$，梯形 MAA_1B_1 的面积 $S=\frac{1}{2}(x+1)$，

$\therefore$ 四棱锥 $C_1-MAA_1B_1$ 的体积 $V=\frac{1}{3}\cdot S\cdot A_1C_1=\frac{1}{6}(x+1)$（$0<x\le 1$） --10 分

得 $\frac{1}{6}<V\le\frac{1}{3}$，

$\therefore$四棱锥$C_1-MAA_1B_1$体积的取值范围是$(\frac{1}{6},\frac{1}{3}]$.　　------12 分

21.解：（I）$\because f(x)$的定义域为 R 关于原点对称，且$f(-x)=e^{-x}-e^{x}=-f(x)$

$\therefore f(x)$是奇函数。　　　　--2 分

在定义域内任取x_1,x_2，且$x_1>x_2$，则

$$f(x_1)-f(x_2)=e^{x_1}-e^{-x_1}-(e^{x_2}-e^{-x_2})=(e^{x_1}-e^{x_2})+(e^{-x_2}-e^{-x_1})$$

$$=(e^{x_1}-e^{x_2})(1+\frac{1}{e^{x_1+x_2}})$$

又$e^{x_1}>e^{x_2},e^{x_1+x_2}>0$，$\therefore f(x_1)>f(x_2)$

$\therefore f(x)$在$x\in R$上是增函数　　　　------6 分

（II）由第（I）题的结论知：$f(x)$在$x\in R$上是奇函数又是增函数。

$\therefore f(x-t)+f(t^3-x^3)\ge 0$对一切$x\in(-\infty,1]$都成立，

$\Leftrightarrow t^3-t\ge x^3-x$对一切$x\in(-\infty,1]$都成立，　　　　------8 分

应用导数不难求出函数$y=x^3-x$在$x\in(-\infty,1]$上的最大值为$(-\frac{\sqrt{3}}{3})^3-(-\frac{\sqrt{3}}{3})=\frac{2\sqrt{3}}{9}$

$\therefore t^3-t\ge x^3-x$对一切$x\in(-\infty,1]$都成立$\Leftrightarrow t^3-t\ge\frac{2\sqrt{3}}{9}$　　------10 分

$\because t^3-t-\frac{2\sqrt{3}}{9}=(t+\frac{\sqrt{3}}{3})^2(t-\frac{2\sqrt{3}}{3})\ge 0$

$\Leftrightarrow t\ge\frac{2\sqrt{3}}{3}$或$t=-\frac{\sqrt{3}}{3}$　　　　------12 分

22.解：（Ⅰ）由题意可知，可行域是以$A_1(-2,0),A_2(2,0)$及点$M(1,\sqrt{3})$为顶点的三角形，

$\because A_1M\perp A_2M$，$\therefore \Delta A_1A_2M$为直角三角形，　　　　--2 分

$\therefore$外接圆 C 以原点 O 为圆心，线段 A_1A_2 为直径，故其方程为$x^2+y^2=4$.

$\because$2b=4，$\therefore$b=2. 又$e=\frac{\sqrt{2}}{2}$，可得$a=2\sqrt{2}$.

$\therefore$所求椭圆 C_1 的方程是$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{4}=1$.　　　　------4 分

（Ⅱ）设 A（x_1，y_1），B（x_2，y_2），$P(x_0,y_0)$，OA 的斜率为$\frac{y_1}{x_1}$，则 PA 的斜率为$-\frac{x_1}{y_1}$，

则 PA 的方程为：$y-y_1=-\dfrac{x_1}{y_1}(x-x_1)$,化简为：$y_1y+x_1x=4$，

同理 PB 的方程为 $x_2x+y_2y=4$ ------6 分

又 PA、PB 同时过 P 点，则 $x_1x_0+y_1y_0=4$，$x_2x_0+y_2y_0=4$，

∴AB 的直线方程为：$x_0x+y_0y=4$ ------8 分

（或者求出以 OP 为直径的圆，然后求出该圆与圆 C 的公共弦所在直线方程即为 AB 的方程）

从而得到 $M(\dfrac{4}{x_0},0)$、$N(0,\dfrac{4}{y_0})$

所以 $S_{\Delta MON}=\dfrac{1}{2}|OM|\cdot|ON|=\dfrac{1}{2}|\dfrac{4}{x_0}|\cdot|\dfrac{4}{y_0}|=8\cdot\dfrac{1}{|x_0y_0|}$ ------10 分

$\because |x_0y_0|=4\sqrt{2}|\dfrac{x_0}{2\sqrt{2}}\cdot\dfrac{y_0}{2}|\le 2\sqrt{2}(\dfrac{x_0^2}{8}+\dfrac{y_0^2}{4})=2\sqrt{2}$

$\therefore S_{\Delta MON}=\dfrac{8}{|x_0y_0|}\ge\dfrac{8}{2\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

当且仅当 $|\dfrac{x_0}{2\sqrt{2}}|=|\dfrac{y_0}{2}|$ 时，$S_{\Delta MON_{\min}}=2\sqrt{2}$. ------12 分