

专题五 数列、推理与证明、不等式

时间：120 分钟 满分：150 分

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．

1. (导学号：05856075)(2017·九江调研)等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_3 = -5$ ， $a_7 = 1$ ，则 a_{11} 等于()

A. 6 B. 7 C. 8 D. 9

2. (导学号：05856076)(2017·龙岩质检)设 $a, b \in \mathbf{R}$ 且 $a > b$ ，则下列命题正确的是()

A. $a^2 > b^2$ B. $\frac{b}{a} > 1$

C. $\log_2(a-b) > 0$ D. $2^{-a} < 2^{-b}$

3. 用反证法证明命题“设 a, b 为实数，则方程 $x^3 + ax + b = 0$ 至少有一个实根”时，要做的假设是()

- A. 方程 $x^3 + ax + b = 0$ 没有实根
B. 方程 $x^3 + ax + b = 0$ 至多有一个实根
C. 方程 $x^3 + ax + b = 0$ 至多有两个实根
D. 方程 $x^3 + ax + b = 0$ 恰好有两个实根

4. 设数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $a_1 = 1$ ， $a_n + a_{n+1} = \frac{1}{2^n} (n = 1, 2, 3, \dots)$ ，则 $S_{2n+1} =$ ()

A. $\frac{4}{3}(1 - \frac{1}{4^n})$ B. $\frac{4}{3}(1 - \frac{1}{4^{n+1}})$

C. $\frac{4}{3}(1 + \frac{1}{4^n})$ D. $\frac{4}{3}(1 + \frac{1}{4^{n+1}})$

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & x \leq 0, \\ x^2-ax, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(f(-1)) \geq a^2 - 1$ ，则实数 a 的取值范围为()

A. $[-2, -1]$ B. $[-2, 1]$

C. $[1,2]$ D. $[-1,2]$

6. (导学号: 05856077)(2018·四平摸底考试)已知 $1^2=1, 1^2-2^2=-3, 1^2-2^2+3^2=6, 1^2-2^2+3^2-4^2=-10, \dots$, 照此规律, 则 $1^2-2^2+3^2-4^2+\dots+(-1)^{10}\times 9^2$ 的值为()

A. -36 B. 36 C. -45 D. 45

7. (导学号: 05856078)已知不等式 $|y+4|-|y|\leq 2^x+\frac{a}{2^x}$ 对任意实数 x, y 都成立, 则常数 a 的最小值为()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

8. (导学号: 05856079)(2017·安顺二模)已知 $x>0, y>0, z>0$, 且 $x+y+z=3$, 则 $x^2+y^2+z^2$ 的最小值是()

A. 3 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

9. (导学号: 05856080)若平面区域 $\begin{cases} x+y-3\geq 0, \\ 2x-y-3\leq 0, \\ x-2y+3\geq 0. \end{cases}$ 夹在两条斜率为 1 的

平行直线之间, 则这两条平行直线间的距离的最小值是()

A. $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $\sqrt{5}$

10. (导学号: 05856081)(2017·大理调研)已知 $x>0, y>0$, 且 $2x+y=xy$, 则 $x+2y$ 的最小值为()

A. 5 B. 7 C. 8 D. 9

11. (导学号: 05856082)(2017·内江联考)把正整数 $1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$ 按某种规律填入下表,

	2			6			10			14	
1		4	5		8	9		12	13		$\dots$
	3			7			11			15	

按照这种规律继续填写, 则 2012 出现在()

A. 第 3 行, 第 1506 列 B. 第 3 行, 第 1508 列

C. 第 2 行, 第 1509 列 D. 第 2 行, 第 1510 列

12. (导学号: 05856083)(2017·铜仁质检)数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1=a, a_2=b$, 且满足

$a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$, 则 a_{2020} 的值为()

A. b B. $b-a$ C. $-b$ D. $-a$

二、填空题: 本题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分.

13. (导学号: 05856084)(2017·甘孜调研)等式 $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x-1}{2x+1}} \geq 1$ 的解集为

_____.

14. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 如果 a_2 和 a_6 是一元二次方程 $x^2-5x+4=0$ 的两个根, 那么 a_4 的值为_____.

15. (导学号: 05856085)(2017·绵阳二模)不等式 $|x+1|-|x-2| \geq 2$ 的解集为_____.

16. (导学号: 05856086)设 S_n 是数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和, 且 $a_1=-1$, $a_{n+1}=S_n S_{n+1}$, 则 $S_n=$ _____.

三、解答题: 本题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (导学号: 05856087)(本小题满分 10 分)

(2017·漳州联考)已知函数 $f(x)=x^2+ax+a$.

(1)当 $a=4$ 时, 解不等式 $f(x)>16$;

(2)若 $f(x) \geq 1$ 对任意 x 恒成立, 求实数 a 值.

18.(导学号: 05856088)(本小题满分 12 分)

已知 $m, n \in \mathbf{R}^+$, $f(x) = |x+m| + |2x-n|$.

(1) 当 $m=n=1$ 时, 求 $f(x)$ 的最小值;

(2) 若 $f(x)$ 的最小值为 2, 求证 $\frac{1}{m} + \frac{2}{n} \geq 2$.

19.(导学号: 05856089)(本小题满分 12 分)

已知正项等比数列 $\{a_n\}$ ($n \in \mathbf{N}^*$), 首项 $a_1 = 3$, 前 n 项和为 S_n , 且 $S_3 + a_3$ 、 $S_5 + a_5$, $S_4 + a_4$ 成等差数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和为 T_n , 若对任意正整数 n , 都有 $T_n \in [a, b]$, 求 $b - a$ 的最小值.

20.(导学号: 05856090)(本小题满分 12 分)

(2017·湖州联考)为了净化空气,某科研单位根据实验得出,在一定范围内,每喷洒 1 个单位的净化剂,空气中释放的浓度 y (单位:毫克/立方米)随着时间 x (单

位:天)变化的函数关系式近似为 $y = \begin{cases} \frac{16}{8-x} - 1, & 0 \leq x \leq 4, \\ 5 - \frac{1}{2}x, & 4 < x \leq 10. \end{cases}$ 若多次喷洒,则

某一时刻空气中的净化剂浓度为每次投放的净化剂在相应时刻所释放的浓度之和.由实验知,当空气中净化剂的浓度不低于 4(毫克/立方米)时,它才能起到净化空气的作用.

(1)若一次喷洒 4 个单位的净化剂,则净化时间可达几天?

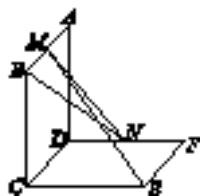
(2)若第一次喷洒 2 个单位的净化剂,6 天后再喷洒 a ($1 \leq a \leq 4$) 个单位的药剂,要使接下来的 4 天中能够持续有效净化,试求 a 的最小值(精确到 0.1,参考数据: $\sqrt{2}$ 取 1.4).

21.(导学号: 05856091)(本小题满分 12 分)

如图所示, 已知两个正方形 $ABCD$ 和 $DCEF$ 不在同一平面内, M, N 分别为 AB, DF 的中点.

(1)若平面 $ABCD \perp$ 平面 $DCEF$, 求直线 MN 与平面 $DCEF$ 所成角的正弦值;

(2)用反证法证明: 直线 ME 与 BN 是两条异面直线.



22.(导学号: 05856092)(本小题满分 12 分)

(2017·丹东调研)已知函数 $f(x)$ 的导函数 $f'(x)$, 且对任意 $x > 0$, 都有 $f'(x) > \frac{f(x)}{x}$.

(1)判断函数 $F(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上的单调性;

(2)设 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 证明: $f(x_1) + f(x_2) < f(x_1 + x_2)$;

(3)请将(2)中结论推广到一般形式, 并证明你所推广的结论.

专题五 数列、推理与

证明、不等式

1. B 设公差为 d , 则 $a_7 - a_3 = 4d = 6$, $a_{11} = a_7 + 4d = 7$.

2. D $\because a > b$, $\therefore (\frac{1}{2})^a < (\frac{1}{2})^b$, 即 $2^{-a} < 2^{-b}$.

3. A 依据反证法的要求, 即至少有一个的反面是一个也没有, 直接写出命题的否定. 方程 $x^3 + ax + b = 0$ 至少有一个实根的反面是方程 $x^3 + ax + b = 0$ 没有实根, 故应选 A.

4. B 依据递推公式的特征, 可以分项求和, 则 $S_{2n+1} = a_1 + (a_2 + a_3) + (a_4 + a_5) + \cdots + (a_{2n} + a_{2n+1}) = 1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^4} + \cdots + \frac{1}{2^{2n}} = \frac{4}{3}(1 - \frac{1}{4^{n+1}})$. 故选 B.

5. B $\because f(f(-1)) = 1 - a$, $\therefore 1 - a \geq a^2 - 1$, 化简解得 $-2 \leq a \leq 1$.

6. D 观察等式规律可知, 第 n 个等式的右边 $= (-1)^{n+1} \cdot \frac{n(n+1)}{2}$, 所以 $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + \cdots + (-1)^{10} \times 9^2 = (-1)^{10} \cdot \frac{9(9+1)}{2} = 45$.

7. D $\because |y+4| - |y| \leq |y+4-y| = 4$,

$\therefore (|y+4| - |y|)_{\max} = 4$, 要使不等式对任意实数 x, y 都成立, 应有 $2^x + \frac{a}{2^x} \geq 4$,

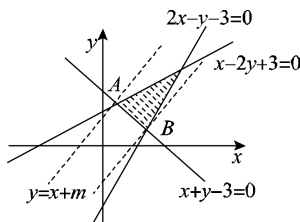
$\therefore a \geq -(2^x)^2 + 4 \times 2^x = -(2^x - 2)^2 + 4$,

令 $f(x) = -(2^x - 2)^2 + 4$, 则 $a \geq f(x)_{\max} = 4$, $\therefore a$ 的最小值为 4, 故选 D.

8. A $x^2 + y^2 + z^2 = (1^2 + 1^2 + 1^2)(x^2 + y^2 + z^2) \times \frac{1}{3} \geq (1 \times x + 1 \times y + 1 \times z)^2 \times \frac{1}{3} = 3$.

当且仅当 $x = y = z = 1$ 时等号成立.

9. B 画出不等式组的平行区域如题所示:



由 $\begin{cases} x-2y+3=0 \\ x+y-3=0 \end{cases}$ 得 $A(1,2)$.

$$\text{由} \begin{cases} 2x-y-3=0 \\ x+y-3=0 \end{cases} \text{得 } B(2,1).$$

由题意可知, 当斜率为 1 的两条直线分别过点 A 和点 B 时, 两直线的距离最小, 即 $|AB| = \sqrt{(1-2)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$. 故选 B.

$$10. \text{ D } \text{由题意得, } 2x+y=xy \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 1,$$

$$\therefore x+2y = (x+2y)\left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right) = 5 + \frac{2y}{x} + \frac{2x}{y} \geq 5 + 2\sqrt{\frac{2y}{x} \cdot \frac{2x}{y}} = 9,$$

当且仅当 $\frac{2y}{x} = \frac{2x}{y}$ 时, 即 $x=y$ 等号是成立的.

11. C 由 3, 7, 11, 15 知 $a_{503} = 2011$, $\therefore 2012$ 是第二行, 第 1509 列.

12. D $a_{n+2} = a_{n+1} - a_n$, $\therefore a_1 = a$, $a_2 = b$, $a_3 = b - a$, $a_4 = -a$, $a_5 = -b$, $a_6 = a - b$, $\dots$,

$\therefore a_n$ 是以 6 为周期的数列, $\therefore a_{2020} = a_{6 \times 336 + 4} = a_4 = -a$.

$$13. \left(-\frac{1}{2}, 1\right] \quad d \text{ 原不等式变形为: } \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x-1}{2x+1}} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^0$$

$$\therefore \frac{1}{2} < 1, \therefore \frac{x-1}{2x+1} \leq 0 \text{ 同解变形为 } \begin{cases} 2x+1 \neq 0 \\ (2x+1)(x-1) \leq 0 \end{cases} \quad \text{解得: } -\frac{1}{2} < x \leq 1,$$

$\therefore$ 原不等式的解集为: $\left(-\frac{1}{2}, 1\right]$.

14. 2 方程 $x^2 - 5x + 4 = 0$ 的两个根为 1 和 4, 等比数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 a_4 = a_2 a_6 = 4$, $a_4^2 = a_2 a_6 = 4$, 又 $a_4 = a_2 q^2 > 0$, 所以 $a_4 = 2$.

$$15. \{x | x \geq \frac{3}{2}\}$$

$$16. -\frac{1}{n} \quad \therefore a_{n+1} = S_{n+1} - S_n, \quad a_{n+1} = S_n S_{n+1}, \quad \therefore S_{n+1} - S_n = S_n S_{n+1}.$$

$$\therefore S_n \neq 0, \therefore \frac{1}{S_n} - \frac{1}{S_{n+1}} = 1, \text{ 即 } \frac{1}{S_{n+1}} - \frac{1}{S_n} = -1.$$

又 $\frac{1}{S_1} = -1$, $\therefore \left(\frac{1}{S_n}\right)$ 是首项为 -1 , 公差为 -1 的等差数列.

$$\therefore \frac{1}{S_n} = 1 + (n-1) \times (-1) = -n, \therefore S_n = -\frac{1}{n}.$$

17. (1) $a=4$ 时, 不等式 $f(x) > 16$, 即 $x^2 + 4x - 12 > 0$, 即 $(x+6)(x-2) > 0$, 解得 $x < -6$ 或 $x > 2$. 故 $a=4$ 时, 不等式 $f(x) > 16$ 的解是 $(-\infty, -6) \cup (2, \infty)$.

$+\infty$).5 分

(2) $f(x) \geq 1$ 对任意 x 恒成立, 即不等式 $x^2 + ax + a - 1 \geq 0$ 对任意 x 恒成立,

即 $\Delta = a^2 - 4(a - 1) = (a - 2)^2 \leq 0$, 故 $a = 2$.10 分

$$18. (1) \because f(x) = \begin{cases} -3x, & x < -1 \\ -x + 2, & -1 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 3x, & x > \frac{1}{2} \end{cases}, \therefore f(x) \text{ 在 } (-\infty, \frac{1}{2}) \text{ 是减函数,}$$

在 $(\frac{1}{2}, +\infty)$ 是增函数, $\therefore$ 当 $x = \frac{1}{2}$ 时, $f(x)$ 取最小值 $\frac{3}{2}$.6 分

$$(2) \because f(x) = \begin{cases} -3x - m + n, & x \leq -m \\ -x + m + n, & -m < x < \frac{n}{2} \\ 3x + m - n, & x \geq \frac{n}{2} \end{cases}, \therefore f(x) \text{ 在 } (-\infty, \frac{n}{2}) \text{ 是减函数, 在 } (\frac{n}{2},$$

$+\infty)$ 是增函数,

$\therefore$ 当 $x = \frac{n}{2}$ 时, $f(x)$ 取最小值 $f(\frac{n}{2}) = m + \frac{n}{2}$.

$\because m, n \in \mathbf{R}, \therefore \frac{1}{m} + \frac{2}{n} = \frac{1}{2}(\frac{1}{m} + \frac{2}{n})(m + \frac{n}{2})$

$= \frac{1}{2}(2 + \frac{2m}{n} + \frac{n}{2m}) \geq 2$.12 分

19. (1) 设等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为 q ,

$\because S_3 + a_3, S_5 + a_5, S_4 + a_4$ 成等差数列,

$\therefore$ 有 $2(S_5 + a_5) = (S_3 + a_3) + (S_4 + a_4)$

即 $2(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + 2a_5) = (a_1 + a_2 + 2a_3) + (a_1 + a_2 + a_3 + 2a_4)$,

化简得 $4a_5 = a_3$, 从而 $4q^2 = 1$, 解得 $q = \pm \frac{1}{2}$,

$\because a_n > 0, \therefore q = \frac{1}{2}$, 得 $a_n = 3 \times (\frac{1}{2})^{n-1}$.5 分

(2) 由(1)知, $na_n = 3n \times (\frac{1}{2})^{n-1}$, $T_n = 3 \times 1 + 3 \times 2 \times (\frac{1}{2}) + 3 \times 3 \times (\frac{1}{2})^2 + \cdots + 3n(\frac{1}{2})^n$

-1

$$\frac{1}{2}T_n = 3 \times 1 \times (\frac{1}{2}) + 3 \times 2 \times (\frac{1}{2})^2 + \cdots + 3(n-1) \times (\frac{1}{2})^{n-1} + 3n(\frac{1}{2})^n$$

两式相减得:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}T_n &= 3 \times 1 + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right) + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \cdots + 3 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - 3n\left(\frac{1}{2}\right)^n \\ &= 3 \times \frac{[1 - (\frac{1}{2})^n]}{1 - \frac{1}{2}} - 3n\left(\frac{1}{2}\right)^n = 6 - \frac{6+3n}{2^n}, \\ \therefore T_n &= 12 - \frac{6+3n}{2^{n-1}} < 12.\end{aligned}$$

又 $na_n = 3n \times (\frac{1}{2})^{n-1} > 0$, $\therefore \{T_n\}$ 单调递增,

$\therefore (T_n)_{\min} = T_1 = 3$, 故有 $3 \leq T_n < 12$.

$\therefore$ 对任意正整数 n , 都有 $T_n \in [a, b]$,

$\therefore a \leq 3, b \geq 12$.

即 a 的最大值为 3, b 的最小值为 12.

故 $(b-a)_{\min} = 12 - 3 = 9.12$ 分

20. (1) $\therefore$ 第一次喷洒 4 个单位的净化剂,

$$\therefore \text{浓度 } f(x) = 4y = \begin{cases} \frac{64}{8-x} - 4, & 0 \leq x \leq 4, \\ 20 - 2x, & 4 < x \leq 10. \end{cases}$$

则当 $0 \leq x \leq 4$ 时, 由 $\frac{64}{8-x} - 4 \geq 4$, 解得 $0 \leq x \leq 8$, $\therefore$ 此时 $0 \leq x \leq 4$.

当 $4 < x \leq 10$ 时, 由 $20 - 2x \geq 4$, 解得 $x \leq 8$, $\therefore$ 此时 $4 < x \leq 8$.

综合得 $0 \leq x \leq 8$, 若一次投放 4 个单位的净化剂, 则有效净化时间可达 8 天.6

分

(2) 设从第一次喷洒起, 经 $x (6 \leq x \leq 10)$ 天,

$$\text{浓度 } g(x) = 2\left(5 - \frac{1}{2}x\right) + a\left[\frac{16}{8-(x-6)} - 1\right]$$

$$= 10 - x + \frac{16a}{14-x} - a$$

$$= (14-x) + \frac{16a}{14-x} - a - 4$$

$$\geq 2\sqrt{(14-x) \cdot \frac{16a}{14-x}} - a - 4$$

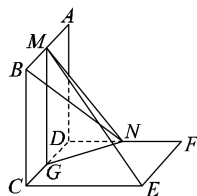
$$=8\sqrt{a}-a-4.$$

$$\because 14-x \in [4,8], \text{ 从而 } 1 \leq a \leq 4. \therefore 4\sqrt{a} \in [4,8].$$

故当且仅当 $14-x=4\sqrt{a}$ 时, y 有最小值为 $8\sqrt{a}-a-4$.

$$\text{令 } 8\sqrt{a}-a-4 \geq 4, \text{ 解得 } 24-16\sqrt{2} \leq a \leq 4, \therefore a \text{ 的最小值为 } 24-16\sqrt{2} \approx 1.612$$

分



21. (1) 如图所示, 取 CD 的中点 G , 连接 MG , NG .

设正方形 $ABCD$, $DCEF$ 的边长为 2, 则 $MG \perp CD$, $MG=2$, $NG=\sqrt{2}$.

$\because$ 平面 $ABCD \perp$ 平面 $DCEF$, $\therefore MG \perp$ 平面 $DCEF$.

可得 $\angle MNG$ 是 MN 与平面 $DCEF$ 所成的角.

$$\because MN=\sqrt{6}, \therefore \sin \angle MNG=\frac{\sqrt{6}}{3}.$$

故 MN 与平面 $DCEF$ 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$. 6 分

(2) 假设直线 ME 与 BN 共面,

连接 EN , 则 $AB \subset$ 平面 $MBEN$,

且平面 $MBEN$ 与平面 $DCEF$ 交于 EN .

$\because$ 两正方形不共面, 故 $AB \not\subset$ 平面 $DCEF$.

又 $AB \parallel CD$, $CD \subset$ 平面 $DCEF$,

$\therefore AB \parallel$ 平面 $DCEF$,

而 EN 为平面 $MBEN$ 与平面 $DCEF$ 的交线,

$\therefore AB \parallel EN$.

又 $AB \parallel CD \parallel EF$, $\therefore EN \parallel EF$, 这与 $EN \cap EF = E$ 矛盾, 故假设不成立.

$\therefore ME$ 与 BN 不共面, 它们是异面直线. 12 分

$$22. (1) \text{ 对 } F(x) \text{ 求导数, 得 } F'(x) = \frac{xf'(x) - f(x)}{x^2}.$$

$$\because f'(x) > \frac{f(x)}{x}, x > 0, \therefore xf'(x) > f(x),$$

$$\text{即 } xf'(x) - f(x) > 0, \therefore F'(x) > 0.$$

故 $F(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数. 4 分

(2) $\because x_1 > 0, x_2 > 0, \therefore 0 < x_1 < x_1 + x_2$.

由(1), 知 $F(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数,

$$\therefore F(x_1) < F(x_1 + x_2), \text{ 即 } \frac{f(x_1)}{x_1} < \frac{f(x_1 + x_2)}{x_1 + x_2}.$$

$$\because x_1 > 0, \therefore f(x_1) < \frac{x_1}{x_1 + x_2} f(x_1 + x_2). \text{ 同理可得 } f(x_2) < \frac{x_2}{x_1 + x_2} f(x_1 + x_2).$$

以上两式相加, 得 $f(x_1) + f(x_2) < f(x_1 + x_2)$. 8 分

(3)(2)中结论的推广形式为: 设 $x_1, x_2, \dots, x_n \in (0, +\infty)$, 其中 $n \geq 2$,

则 $f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n) < f(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$.

$\because x_1 > 0, x_2 > 0, \dots, x_n > 0, \therefore 0 < x_1 < x_1 + x_2 + \dots + x_n$.

由(1), 知 $F(x) = \frac{f(x)}{x}$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数,

$$\therefore F(x_1) < F(x_1 + x_2 + \dots + x_n),$$

$$\text{即 } \frac{f(x_1)}{x_1} < \frac{f(x_1 + x_2 + \dots + x_n)}{x_1 + x_2 + \dots + x_n}.$$

$$\because x_1 > 0, \therefore f(x_1) < \frac{x_1}{x_1 + x_2 + \dots + x_n} f(x_1 + x_2 + \dots + x_n).$$

同理可得

$$f(x_2) < \frac{x_2}{x_1 + x_2 + \dots + x_n} f(x_1 + x_2 + \dots + x_n),$$

$$f(x_3) < \frac{x_3}{x_1 + x_2 + \dots + x_n} f(x_1 + x_2 + \dots + x_n), \dots f(x_n) < \frac{x_n}{x_1 + x_2 + \dots + x_n} f(x_1 + x_2 + \dots$$

$+ x_n)$.

以上 n 个不等式相加,

得 $f(x_1) + f(x_2) + \dots + f(x_n) < f(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$. 12 分