

高二文科 数学试卷

考试时间:120 分钟

试题满分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_6 + a_8 = 16$, $a_4 = 1$, 则 a_{10} 的值是
(A) 15 (B) 30 (C) 31 (D) 64
- 在等比数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_n > 0$ 且 $a_2 a_8 = 64$, 则 a_5 的值为
(A) 2 (B) 4 (C) 6 (D) 8
- 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 若 $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$, 则 S_{10} 等于
(A) $\frac{7}{8}$ (B) $\frac{8}{9}$ (C) $\frac{9}{10}$ (D) $\frac{10}{11}$
- 数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 1$, $a_2 = 2$, 且数列 $\{\frac{1}{a_n + 1}\}$ 是等差数列, 则 a_3 等于
(A) $\frac{1}{3}$ (B) 3 (C) 5 (D) 2007
- 数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n 满足 $S_n = 3^n + 1$, 数列 $\{a_n\}$
(A) 是等差数列 (B) 既是等差数列又是等比数列
(C) 是等比数列 (D) 既不是等差数列又不是等比数列
- 下列命题中, 正确命题的个数是
① $a > b \Rightarrow ac^2 > bc^2$ ② $a \geq b \Rightarrow ac^2 \geq bc^2$
③ $\frac{a}{c} > \frac{b}{c} \Rightarrow ac > bc$ ④ $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c} \Rightarrow ac \geq bc$
⑤ $a > b$ 且 $ac > bc \Rightarrow c > 0$ ⑥ $a \geq b$ 且 $ac \geq bc \Rightarrow c \geq 0$
(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5
- 若 A 、 B 、 C 是 $\triangle ABC$ 的内角, $\cos A \cdot \cos B > \sin A \cdot \sin B$, 则此三角形一定是
(A) 锐角三角形 (B) 直角三角形 (C) 钝角三角形 (D) 不能确定
- 关于 x 的不等式 $ax + b > 0$ 的解集为 $(-\infty, 1)$, 则关于 x 的不等式

$(bx-a)(x+2) > 0$ 的解集为

- (A) $(-2,1)$ (B) $(-\infty,-2) \cup (-1,+\infty)$ (C) $(-2,-1)$ (D) $(-\infty,-2) \cup (1,+\infty)$

9. 在数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_n = 129 - 4n^2$, 此数列的前 n 项和为 S_n , 则数列 $\{S_n\}$ 的最大项是

- (A) S_{15} (B) S_5 (C) S_{17} (D) S_7

10. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = n \cdot (1 - \frac{1}{3}) \cdot (1 - \frac{1}{4}) \cdot (1 - \frac{1}{5}) \cdots (1 - \frac{1}{n+2})$, 则 $\{a_n\}$ 是

- (A) 递增数列 (B) 既不是递增数列又不是递减数列
(C) 递减数列 (D) 以上都不对

11. 已知 $\triangle ABC$ 中, A 、 B 、 C 分别是三个内角, a 、 b 、 c 分别是角 A 、 B 、 C 的对边. 若 $\sin^2 A - \sin^2 C = (\sqrt{3}a - b)\sin B$ 且 $\triangle ABC$ 的外接圆的直径为 1, 则 C 等于

- (A) 45° (B) 30° (C) 90° (D) 60°

12. 若 $x^2 + y^2 = 1 (x, y \in R)$, 则 $x\sqrt{1+y^2}$ 的最大值为

- (A) 1 (B) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 以上都不对

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

13. 正实数 a 、 b 、 c 成等差数列, c 、 a 、 b 成等比数列, 则 $a:b:c =$ _____.

14. 设 $a > b > 0$, 集合 $M = \{x | b < x < \frac{a+b}{2}\}$, $N = \{x | \sqrt{ab} < x < a\}$, 则集合 $M \cap N =$ _____.

15. 某人向银行贷款 A 万元用于购房. 已知年利率为 r , 利息要按复利计算(即本年的利息计入次年的本金生息). 如果贷款在今年 11 月 7 日完成, 则从明年开始, 每年的 11 月 6 日向银行等额还款 a 万元, n 年还清贷款(及利息). 则 $a =$ _____ (用 A 、 r 和 n 表示).

16. (重要说明: 本题共设 (a) (b) (c) (d) 四个小题, 请在四个小题中选择一题做出解答. 若解答超过一个, 则以所解答的第一小题计分.)

(a) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = \frac{a_n}{1+3a_n}$, 则 $a_n =$ _____;

(b) 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1$, $a_{n+1} = 2a_n + 2 (n \in N^*)$, 则 $a_n =$ _____;

- (c) 数列 $\{a_n\}$ 为公差不等于 0 的等差数列, 数列 $\{b_n\}$ 是等比数列, 且 $a_1 = b_1, a_3 = b_3, a_7 = b_5$. 若 $a_{63} = b_m$, 则 $m =$ _____;
- (d) 数列 $\{a_n\}$ 满足, $a_1 = 1$, 记数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n . 当 $n \geq 2$ 时, 满足 $S_n^2 = a_n(S_n - 1)$. 则 $S_n =$ _____.

三、解答题: 本大题共 6 小题, 共 74 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

下面是某组同学对辽宁广播电视塔进行塔高测量时所做的实习作业. 请将表格中“计算过程(主要算式与结果)”一栏填写完整(计算过程及结论保留三位有效数字).

实 习 作 业

2007 年 10 月 XX 日

测量项目	辽 宁 广 播 电 视 塔 塔 高 测 量		
测得的相关数据	$\alpha = 65^\circ, \beta = 52^\circ,$ $\gamma = 77^\circ, CD = 112\text{m},$ $B'B = 1\text{m}.$	附图	
计算过程 (主要算式 与结果)			
参与测量人员	略	课题 负责人	略
参与计算人员	略	复核	略
指导教师 审核意见	略		

备注	<p>1. 相关资料:</p> <p>辽宁广播电视塔位于沈阳市南运河河畔, 于 1989 年建成, 塔高 305.5 米, 是当时我国最高的、世界第十高的广播电视塔.</p> <p>目前 (2007 年) 辽宁广播电视塔是我国第九高的广播电视塔.</p> <p>2. 参考数据:</p> <p>$\sin 13^\circ = 0.225$, $\cos 13^\circ = 0.974$, $\tan 13^\circ = 0.231$, $\sin 26^\circ = 0.438$, $\cos 26^\circ = 0.899$, $\tan 26^\circ = 0.488$, $\sin 39^\circ = 0.629$, $\cos 39^\circ = 0.777$, $\tan 39^\circ = 0.810$, $\sin 52^\circ = 0.788$, $\cos 52^\circ = 0.616$, $\tan 52^\circ = 1.28$, $\sin 65^\circ = 0.906$, $\cos 65^\circ = 0.423$, $\tan 65^\circ = 2.14$.</p>
----	--



18. (本小题满分 12 分)

(I) 已知 x 、 y 满足:
$$\begin{cases} x+3y-4 \leq 0 \\ 3x+y+4 \geq 0 \\ x-y \leq 0 \end{cases}$$
 若 $z = 7x + y$, 求 z 的最大值和最小

值;

(II) 已知 x 、 y 满足:
$$\begin{cases} x+3y-4 \leq 0 \\ 3x+y+4 \geq 0 \\ x-y \geq 0 \end{cases}$$
 若 $z = 7x + y$, 指出 z 的取值范围. (本

问只需写明结论即可, 不必书写证明、求解过程)

19. (本小题满分 12 分)

解不等式:

(I) $|x^2 - x| > x + 3$; (II) $\frac{1}{x+1} + 2 > \frac{1}{2-x}$.

20. (本小题满分 12 分)

已知等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + a_2 + a_4 + a_8 + a_{16} = 88$, $a_{32} = 95$. 数列 $\{b_n\}$ 满足 $a_n = \log_2 b_n$ ($n \in \mathbb{N}^*$).

(I) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式;

(II) 设 $c_n = a_n b_n$, S_n 为数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项. 求 S_n .

21. (本小题满分 12 分)

定期定额投资, 是一种投资方法, 就是每隔一段固定时间(一个月或两个月)以固定的金额投资于同一投资产品. 对于大多数没有时间研究经济景气变化的投资人而言, 定期定额投资策略可以说是相当省时省力的投资方法, 并且还可以避免不小心买在高点的风险. 因此“定期定额投资”常被称为“懒人理财术”、“傻瓜理财术”.

下面我们以数学的方式来研究“定期定额投资”.

某投资产品 J 的单价是不断的上下波动变化的, 记其在 2007 年 8 月 1 日的单价为 t_1 元/单位, 在 2007 年 9 月 1 日的单价为 t_2 元/单位, 在 2007 年 10 月 1 日的单价为 t_3 元/单位, 在 2007 年 11 月 1 日的单价为 t_4 元/单位.

我们来对比以下两种购买方式:

(a) 在上述四个日期中, 每次都购买 N 个单位的投资产品 J ;

(b) 在上述四个日期中, 每次都购买 M 元的投资产品 J (即定期定额投资策略);

设两种购买方式所购投资产品 J 的平均单价分别为 T_a 和 T_b , 显然: 平均单价 = $\frac{\text{投资总额}}{\text{所购产品的总单位数}}$.

(I) 用 t_1, t_2, t_3, t_4 , 表示 T_a 和 T_b ;

(II) 证明: $T_a \geq T_b$, 并指出 $T_a = T_b$ 的条件. (即定期定额投资平均单价较低)

22. (本小题满分 14 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = 2n - 1$. 数列 $\{b_n\}$, 满足 $b_1 = a_1$, $b_2 = a_2 + a_3$, $b_3 = a_4 + a_5 + a_6$, $b_4 = a_7 + a_8 + a_9 + a_{10}$, \dots . 即, 数列 $\{b_n\}$ 的第 n ($n \geq 1$) 项, 是数列 $\{a_n\}$ 中顺次 n 个连续项的和.

(I) 求数列 $\{b_n\}$ 的通项公式 b_n ;

(II) 求: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$.