2008-2009 学年度下学期期中阶段测试

# 高二理科数学试卷

考试时间：120 分钟　　　　试题满分：150 分

**一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1．在某一试验中事件 A 出现的概率为 $p$，则在 $n$ 次试验中 $\overline{A}$ 出现 $k$ 次的概率为（　　）

A　$1-p^k$　B　$(1-p)^k p^{n-k}$　C　$1-(1-p)^k$　D　$C_n^k(1-p)^k p^{n-k}$

2. 观察下列数:1,3,2,6,5,15,14,x,y,z,122,…中 x,y,z 的值依次是　　（　　）

A　42,41,123;　　B 13,39,123;　　C　24,23,123;　　D28,27,123.

3.设随机变量$\xi$服从分布 B(n,p),且 E$\xi$=1.6,D$\xi$=1.28 则(　　)

A　n=8,p=0.2　B n=4,p=0.4　C　n=5,p=0.32　D　n=7,p=0.45

4．在$\left(x^3+3x+2\right)^5$的展开式中 x 的系数为（　　）

A 160　　B 240　　C 360　　D 800

5．设随机变量$\xi$服从正态分布$N(0,1)$，则下列结论不正确的是：（　　）

A．$P(|\xi|<a)=P(|\xi|<a)+P(|\xi|=a)(a>0)$　B. $P(|\xi|<a)=2P(\xi<a)-1(a>0)$

C. $P(|\xi|<a)=1-2P(\xi<a)(a>0)$　　D. $P(|\xi|<a)=1-P(|\xi|>a)(a>0)$

6．设虚数$z=(x-2)+yi$其中 x、y$\in R$，当$|z|=1$时，　$y-2x$的最大值是（　　）

A．　$\sqrt{5}-4$　　B.　$-\sqrt{5}+4$　　C.　$-\sqrt{5}-4$　　D.　$\sqrt{5}+4$

7.已知$p^3+q^3$＝2，关于 $p$＋$q$ 的取值范围的说法正确的是　　（　　）

A 一定不大于 2　B 一定不大于$2\sqrt{2}$　C 一定不小于$2\sqrt{2}$　D 一定不小于 2

8.现有分别印有 0，1，3，5，7，9 六个数字的六张卡片，如果允许 9 可以当 6 用，那么从中任意抽取三张，可以组成的不同的三位数的个数为　　（　　）

A　100　　B　200　　C　152　　D 以上都不对

9.把 8 个相同的篮球任意分发给甲、乙、丙、丁 4 所中学，则不同的分法有（　　）种

A　35　　B　165　　C 105　　D　$4^8$

10．抛掷一枚骰子,当它每次落地时,向上的点数称为该次抛掷的点数,可随机出现 1 到 6 点中的任一个结果,连续抛掷三次,将第一次,第二次,第三次抛掷的点数分别记为$a,b,c$，则长度为$a,b,c$的三条线段能构成等腰三角形的概率为　　（　　）

A $\dfrac{17}{72}$　　B $\dfrac{1}{8}$　　C $\dfrac{23}{216}$　　D $\dfrac{23}{72}$

11．以下四个命题：

①$2^n > 2n+1 \quad (n \ge 3)$;

②$2+4+6+\cdots+2n = n^2+n+2 \quad (n \ge 1)$;

③凸 n 边形内角和为$f(n)=(n-1)\pi \quad (n \ge 3)$;

④凸 n 边形对角线的条数是$f(n)=\dfrac{n(n-2)}{2} \quad (n \ge 4)$.

其中满足“假设$n=k(k \in N, k \ge k_0)$时命题成立，则当 n=k+1 时命题也成立”．但不满足“当$n=n_0$（$n_0$是题中给定的 n 的初始值）时命题成立”的命题个数是（　　）

A.　1　　B.　2　　C.　3　　D.　4

12．已知$f(x)$与$g(x)$都是定义在 R 上的函数，$g(x) \ne 0$，$f'(x) \cdot g(x) < f(x) \cdot g'(x)$

$f(x)=a^x g(x)$，$\dfrac{f(1)}{g(1)}+\dfrac{f(-1)}{g(-1)}=\dfrac{5}{2}$，在有穷数列$\left\{\dfrac{f(n)}{g(n)}\right\}(n=1,2\cdots10)$中，任意取前 k 项相加，则前 k 项和大于$\dfrac{15}{16}$的概率是　　（　　）

A. $\dfrac{3}{5}$　　B. $\dfrac{4}{5}$　　C. $\dfrac{2}{5}$　　D. $\dfrac{1}{5}$

## 第二部分　非选择题 (共 90 分)

**二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分.**

13．若 $\cos\theta+(m-\sin\theta-\cos\theta)i$ 不可能是实数，$m\in R$，则 m 的范围是____________

14．空间有 n 个平面，其中没有两个平面相互平行，也没有三个平面相交于一条直线，这 n 个平面一共有____________条交线

15．已知 $(x^3+2x+1)(1+x)^4=a_0+a_1x+a_2x^2+\cdots+a_7x^7$，则

$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+7a_7$ =________________；

16．三角形面积 S=$\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$（a, b, c 为三边长，p 为半周长），又三角形可以看作是四边形的极端情形(即四边形的一边长退化为零)．受此启发, 请你写出圆内接四边形的面积公式：______________________________．（需说明各字母所表示的意义）

**三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分．解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

17．（1）已知 $(ax+1)^7(a\neq 0)$ 的展开式中，$x^3$ 的系数是 $x^2$ 的系数与 $x^4$ 的系数的等差中项,

求 $a$；（6 分）

（2）已知 $(2x+x^{\lg x})^8$ 的展开式中,二项式系数最大的项的值等于 $1120$,求 $x$．（6 分）

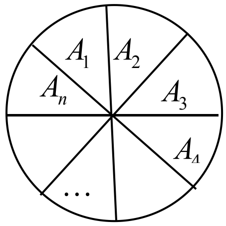
18．设非零复数 $x, y$ 满足 $x^2+xy+y^2=0$，试计算代数式 $\left(\dfrac{x}{x+y}\right)^{2009}+\left(\dfrac{y}{x+y}\right)^{2009}$ 的值（12 分）

19．在汶川大地震后对唐家山堰塞湖的抢险过程中, 武警官兵准备用射击的方法引爆从湖坝上游漂流而下的一个巨大的汽油罐. 已知只有 5 发子弹, 第一次命中只能使汽油流出, 第二次命中才能引爆. 每次射击是相互独立的, 且命中的概率都是 $\dfrac{2}{3}$.

（Ⅰ）求油罐被引爆的概率;

（Ⅱ）如果引爆或子弹打光则停止射击, 设射击次数为 $\xi$. 求 $\xi$ 的分布列及 $E\xi$.

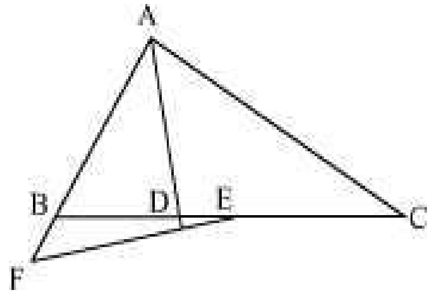
20. 如图，把一个圆分成$n(n \ge 2)$个扇形，每个扇形用红、白、蓝、黑四色之一染色，要求相邻扇形不同色，设染色方法的种数为$a_n$




（1）求出$a_2$，$a_3$，$a_4$（3 分）

（2）求出$a_n$，要求写出推导或证明过程（9 分）

21．如图，△ABC 中，∠B＝2∠C，AD 是角平分线，E 是 BC 的中点，EF⊥AD 和 AB 的延长线交于点 F　求证：BD＝2BF　（证明方法不限）　（12 分）




22（14 分）对数列$\{a_n\}$，规定$\{\Delta a_n\}$为数列$\{a_n\}$的一阶差分数列，其中

$\Delta a_n = a_{n+1} - a_n (n \in N)$。　对自然数$k$，规定$\{\Delta^k a_n\}$为$\{a_n\}$的$k$阶差分数列，其中

$$\Delta^k a_n = \Delta^{k-1} a_{n+1} - \Delta^{k-1} a_n = \Delta(\Delta^{k-1} a_n)。$$

（1）已知数列$\{a_n\}$的通项公式$a_n = n^2 + n(n \in N)$,，试判断$\{\Delta a_n\}$，$\{\Delta^2 a_n\}$是否为等差或等比数列，为什么？

（2）若数列$\{a_n\}$首项$a_1 = 1$，且满足$\Delta^2 a_n - \Delta a_{n+1} + a_n = -2^n (n \in N)$，求数列$\{a_n\}$的通项公式。

（3）对（2）中数列$\{a_n\}$，是否存在等差数列$\{b_n\}$，使得$b_1 C_n^1 + b_2 C_n^2 + \cdots + b_n C_n^n = a_n$对一切自然$n \in N$都成立？若存在，求数列$\{b_n\}$的通项公式；若不存在，则请说明理由。

辽宁省实验中学2008-2009学年度下学期期中阶段测试

# 高二理科数学试卷（答案）

一，选择题

DAABC  AACBD AA

二，填空题

13、$m>\sqrt{2}$或$m<-\sqrt{2}$    14、$\dfrac{n(n-1)}{2}$（$C_n^2$也算对）    15、208

16 $\sqrt{(p-a)(p-b)(p-c)(p-d)}$（其中a,b,c,d为各边长，p为四边形半周长）

三，解答题

17（1）解：$x^3$系数为$C_7^4(ax)^3$，$x^2$系数为$C_7^5(ax)^2$，$x^4$系数为$C_7^3(ax)^4$

由题意得$2C_7^4(ax)^3=C_7^5(ax)^2+C_7^3(ax)^4$

解得$a=\dfrac{5\pm\sqrt{5}}{5}$ ……………………………………………………（6分）

（2）解：由题意得：$T_5=C_8^4(2x)^4(x^{\lg x})^4=1120$

$x^{1+\lg x}=1$

解得，$x=1$或$x=\dfrac{1}{10}$

18 解：将已知方程变形为 $\left(\dfrac{x}{y}\right)^2+\left(\dfrac{x}{y}\right)+1=1$，

解这个一元二次方程，得

$$\frac{x}{y}=-\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{3}}{2}i=\omega.$$

显然有$\omega^3=1,\ \ 1+\omega=-\omega^2$， 而$2009=3\times669+2$，于是

原式$=\dfrac{\omega^{2009}}{(1+\omega)^{2009}}+\dfrac{1}{(1+\omega)^{2009}}=\dfrac{\omega^2}{(-\omega^2)^{2009}}+\dfrac{1}{(-\omega^2)^{2009}}=\dfrac{1+\omega^2}{-\omega}=1.$ （12分）

19（1）设命中油罐的次数为 $X$，则当 $X=0$ 或 $X=1$ 时，油罐不能被引爆。

$$P(X=0)=(1-\frac{2}{3})^5=\frac{1}{243},$$

$$P(X=1)=C_5^1\times\frac{2}{3}\times(1-\frac{2}{3})=\frac{10}{243}$$

所以油罐被引爆的概率 $P=1-P(X=0)-P(X=1)=\frac{232}{243}$ ………………4 分

（2）射击次数 $\xi$ 的取值为 2，3，4，5

$$P(\xi=2)=\frac{2}{3}\times\frac{2}{3}=\frac{4}{9},$$

$$P(\xi=3)=C_2^1\times\frac{2}{3}(1-\frac{2}{3})\times\frac{2}{3}=\frac{8}{27},$$

$$P(\xi=4)C_3^1\times\frac{2}{3}(1-\frac{2}{3})^2\times\frac{2}{3}=\frac{4}{27},$$

$$P(\xi=5)=1-P(\xi=2)-P(\xi=3)-p(\xi=4)=\frac{1}{9}.$$ ………………8 分

所以 $\xi$ 的分布列为:

| ξ | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|
| $P$ | $\frac{4}{9}$ | $\frac{8}{27}$ | $\frac{4}{27}$ | $\frac{1}{9}$ |

………………10 分

$$E\xi=2\times\frac{4}{9}+3\times\frac{8}{27}+4\times\frac{4}{27}+5\times\frac{1}{9}=\frac{79}{27}$$ …………………………12

20．解：设分成 n 个扇形时染色方法为 $a_n$ 种

（1）当 n=2 时 $A_1$、$A_2$ 有 $A_4^2$=12 种，即 $a_2$=12， $a_3=24$， $a_4=84$ …………3

（2）当分成 n 个扇形，如图，$A_1$ 与 $A_2$ 不同色，$A_2$ 与 $A_3$ 不同色，…，$A_{n-1}$ 与 $A_n$ 不同色，共有 $4\times3^{n-1}$ 种染色方法，但由于 $A_n$ 与 $A_1$ 邻，所以应排除 $A_n$ 与 $A_1$ 同色的情形；$A_n$ 与 $A_1$ 同色时，可把 $A_n$、$A_1$ 看成一个扇形，与前 $n-2$ 个扇形加在一起为 $n-1$ 个扇形，此时有 $a_{n-1}$ 种染色法，故有如下递推关系：

$a_n = 4\times 3^{n-1} - a_{n-1}$ ……………………………………………………6

$$\therefore a_n = -a_{n-1} + 4\times 3^{n-1} = -(-a_{n-2} + 4\times 3^{n-2}) + 4\times 3^{n-1}$$

$$= a_{n-2} - 4\times 3^{n-2} + 4\times 3^{n-1} = -a_{n-3} + 4\times 3^{n-3} - 4\times 3^{n-2} + 4\times 3^{n-1}$$

$$= \cdots = 4\times[3^{n-1} - 3^{n-2} + \cdots + (-1)^n \times 3]$$ ……………………………………12

$$= (-1)^n \times 3 + 3^n$$

21．证明一：

解: 设 $BC = a, \angle C = \partial$, 则 $BD = \dfrac{a}{2}, \angle B = 2\partial, \angle BAC = \pi - 3\partial \therefore \angle BAD = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{3\partial}{2}$

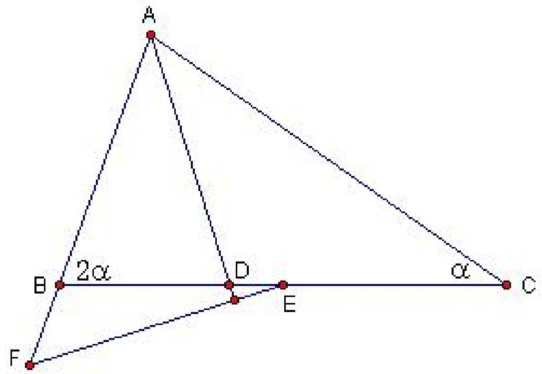
$\therefore \angle BDA = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\partial}{2} \therefore \angle BEF = \dfrac{\partial}{2}, \angle BFE = \dfrac{3\partial}{2}$.

在 $\triangle ABC$ 中，由正弦定理可得: $\dfrac{AB}{\sin\partial} = \dfrac{a}{\sin 3\partial}. \therefore AB = \dfrac{a\sin\partial}{\sin 3\partial}$

在 $\triangle ABD$ 中，由正弦定理可得:

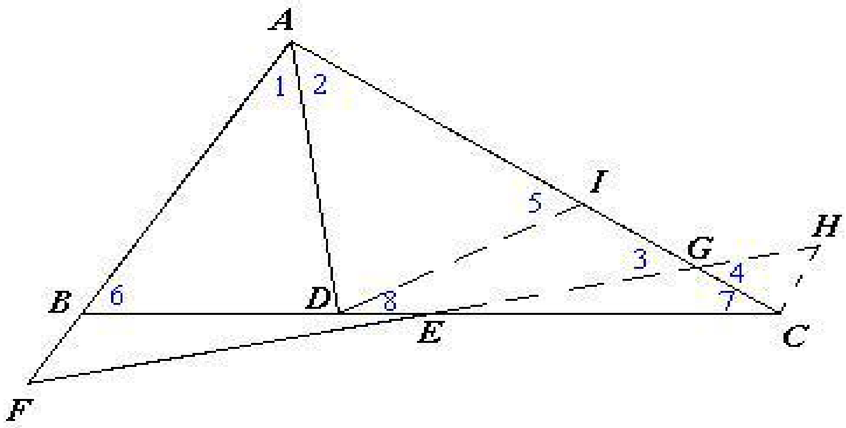
$$\frac{AB}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\partial}{2})} = \frac{BD}{\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{3\partial}{2})} \therefore BD = \frac{a\sin\partial\cos\frac{3\partial}{2}}{\sin 3\partial\cos\frac{\partial}{2}} = \frac{2a\sin\frac{\partial}{2}\cos\frac{\partial}{2}\cos\frac{3\partial}{2}}{2\sin\frac{3\partial}{2}\cos\frac{3\partial}{2}\cos\frac{\partial}{2}} = \frac{a\sin\frac{\partial}{2}}{\sin\frac{3\partial}{2}}.$$

在 $\triangle BFE$ 中，由正弦定理可得: $\dfrac{BF}{\sin\frac{\partial}{2}} = \dfrac{\frac{a}{2}}{\sin\frac{3\partial}{2}} \therefore BF = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{a\sin\frac{\partial}{2}}{\sin\frac{3\partial}{2}} \therefore BD = 2BF$




……………………………………12 分

证明二：




作CH//AF, 延长FE分别交AC,CH于G,H. 在AC上取点I, 使得AI=AB, 连结DI.

∠1=∠2, AD⊥FG, => AF=AG, ∠F=∠3,
易证△FEB≌△HEC, 则CH=FB, ∠F=∠H,
∠3=∠4=∠H, => CG=CH=FB
易证△ABD≌△AID ,则∠5=∠6, DI=DB,
∴∠5=2∠7
∴∠7=∠8, =>IC=ID=BD
AF=AG, AB=AI, => AF-AB=AG-AI, => BF=GI
又∵GC=BF, ∴IC=2BF
∵BD=IC
∴BD=2BF
证毕.

………………12 分

22.

解：（1） $\Delta a_n = a_{n+1} - a_n = (n+1)^2 + (n+1) - (n^2 + n) = 2n + 2$，∴$\{\Delta a_n\}$是首项为 4 公差为 2 的等差数列。

$\Delta^2 a_n = 2(n+1) + 2 - (2n+2) = 2$

∴$\{\Delta^2 a_n\}$是首项为 2，公差为 0 的等差数列；也是首项为 2，公比为 1 的等比数列。

……………………4 分

（2）解一：

$\Delta^2 a_n - \Delta a_{n+1} + a_n = -2^n$，即 $\Delta a_{n+1} - \Delta a_n - \Delta a_{n+1} + a_n = -2^n$，即 $\Delta a_n - a_n = 2^n$，

$\therefore a_{n+1} = 2a_n + 2^n$

$\because a_1 = 1$，$\therefore a_2 = 4 = 2\times 2^1$，$a_3 = 12 = 3\times 2^2$，$a_4 = 32 = 4\times 2^3$，

猜想：$a_n = n\cdot 2^{n-1}$ ……………………6 分

证明：ⅰ）当 $n=1$ 时，$a_1 = 1 = 1\times 2^0$；

ⅱ）假设 $n=k$ 时，$a_k = k\cdot 2^{k-1}$

$n = k+1$ 时，$a_{k+1} = 2a_k + 2^k = k\cdot 2^k + 2^k = (k+1)\cdot 2^{(k+1)-1}$ 结论也成立

$\therefore$由ⅰ）、ⅱ）可知，$a_n = n\cdot 2^{n-1}$ ……………………10 分

另解： 因为 $a_{n+1} = 2a_n + 2^n$，所以 $\frac{a_{n+1}}{2^{n+1}} = \frac{a_n}{2^n} + \frac{1}{2}$，$\therefore \left\{\frac{a_n}{2^n}\right\}$为等差数列

$\frac{a_n}{2^n} = \frac{a_1}{2^1} +$（n—1）$\cdot\frac{1}{2}$ $\frac{a_n}{2^n} = \frac{1}{2^1} +$（n—1）$\cdot\frac{1}{2}$， $\frac{a_n}{2^n} = \frac{n}{2}$，$a_n = n\bullet 2^{n-1}$ ……10 分

（3）$b_1C_n^1 + b_2C_n^2 + \cdots + b_nC_n^n = a_n$，即 $b_1C_n^1 + b_2C_n^2 + \cdots + b_nC_n^n = n\cdot 2^{n-1}$

$\because 1C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \cdots + nC_n^n = n\left(C_{n-1}^0 + C_{n-1}^1 + C_{n-1}^2 + \cdots + C_{n-1}^{n-1}\right) = n\cdot 2^{n-1}$

$\therefore$存在等差数列 $\{b_n\}$，$b_n = n$，使得 $b_1C_n^1 + b_2C_n^2 + \cdots + b_nC_n^n = a_n$ 对一切自然 $n\in N$ 都成立。 …………………………14 分