2008—2009学年度上学期期中阶段测试

高二理科数学参考答案

一选择题

1-5　$CBBDA$　6-10　$CCADB$　11-12　AB

二填空题

13．若 $a \le b$, 则 $2^a \le 2^b - 1$　　14. $(0, \pm b)$

15．$(-\infty, -a] \cup (1, +\infty)$　　16. $(-\frac{\sqrt{5}}{3}, -\frac{2}{3}] \cup [\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{3})$

17．解：$A = \left\{ x \mid \frac{ax-5}{x^2-a} > 0 \right\}$.

若 $3 \in A$，则 $\frac{3a-5}{9-a} > 0$，即 $\frac{5}{3} < a < 9$；

若 $5 \in A$，则 $\frac{5a-5}{25-a} > 0$，即 $1 < a < 25$.

若 p 真 q 假，则 $\begin{cases} \frac{5}{3} < a < 9, \\ a \leqslant 1 \text{或} a \geqslant 25, \end{cases}$ a 无解；

若 p 假 q 真，则 $\begin{cases} a \leqslant \frac{5}{3} \text{或} a \geqslant 9, \\ 1 < a < 25, \end{cases}$

解得 $1 < a \leqslant \frac{5}{3}$ 或 $9 \leqslant a < 25$.

综上，$a \in \left(1, \frac{5}{3}\right] \cup [9, 25)$.

18．

由题意得 $\begin{cases} f(0) > 0 \\ f(1) < 0 \\ f(2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0 \\ a + 2b + 1 < 0 \\ a + b + 2 > 0 \end{cases}$　如图

（1）ΔABC 的面积为 $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\times\left|BC\right|\times h=\frac{1}{2}$

（2）$\frac{b-2}{a-1}\in\left(\frac{1}{4},1\right)$

（3）$\left(8,17\right)$

19.

解：（Ⅰ）$\begin{cases}a+c=6\\a=2c\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=2\\a=4\end{cases}$，$\therefore\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$

（Ⅱ）$\left|PF_1\right|+\left|PA\right|=8+\left|PA\right|-\left|PF_2\right|$

$\because\left\|PA\right|-\left|PF_2\right\|\le\left|AF_2\right|=\sqrt{2}$

$\therefore-\sqrt{2}\le\left|PA\right|-\left|PF_2\right|\le\sqrt{2}$

$\therefore\left|PF_1\right|+\left|PA\right|$ 的最小值为 $8-\sqrt{2}$

20．

⑴ 由 $0<a<\frac{1}{2}$ 知 $-\frac{1}{2a}<-1$ 故当 $\sin x=1$ 时 $f(x)$ 取得最大值为 $\frac{5}{4}$，即 $f(1)=a+1=\frac{5}{4}\therefore a=\frac{1}{4}\therefore f(x)=\frac{1}{4}x^2+x=\frac{1}{4}(x+2)^2-1$，所以 $f(x)$ 的最小值为 -1；

⑵由 $\left|f(x)\right|\le1$ 得 $\left|ax^2+x\right|\le1,\ -1\le ax^2+x\le1$ 对于任意 $x\in[0,1]$ 恒成立，

当 $x=0$ 时，$f(x)=0$ 使 $\left|f(x)\right|\le1$ 成立；

当 $x\neq0$ 时，有 $\begin{cases}a\le\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}=(\frac{1}{x}-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4} & ①\\a\ge-\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}=-(\frac{1}{x}+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4} & ②\end{cases}$ 对于任意的 $x\in\left(0,1\right]$ 恒成立

$\because x\in(0,1],\therefore\frac{1}{x}\ge1$，则 $(\frac{1}{x}-\frac{1}{2})^2-\frac{1}{4}\ge0$，故要使①式成立，则有 $a\le0$，又 $a\neq0\therefore a<0$；

又 $-(\frac{1}{x}+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}\le-2$，则有 $a\ge-2$，综上所述：$-2\le a<0$．

21．

解：（1）当 a=1,b=-2 时，函数化为 $f(x)=x^2-x-3$，设 x_0 为 $f(x)$ 的不动点，则

$x_0{}^2-x_0-3=x_0$，解得：$x_0=-1或x_0=3$

（2）由已知，方程 $ax^2+bx+(b-1)=0$ 对任意的实数 b 有两个不相等的实数根，于是

$\Delta_1=b^2-4a(b-1)>0,即b^2-4ab+4a>0$

由上式对任意的实数 b 恒成立，则 $\Delta_2=16a^2-16a<0$

解得 $0<a<1$

（3）设 $A(x_1,x_1),B(x_2,x_2)$，A,B 的中点 E(x_E,y_E)，由方程 $ax^2+bx+(b-1)=0$ 得，

$x_E=\dfrac{x_1+x_2}{2}=-\dfrac{b}{2a}$，

又 A,B 在直线 y=x 上，且 A,B 两点关于直线 $y=kx+\dfrac{1}{2a^2+1}$ 对称，则

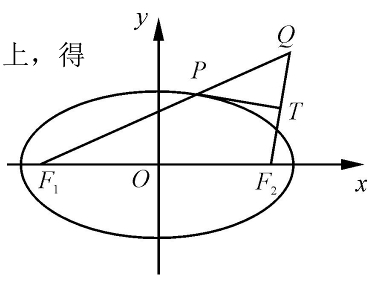
$k=-1$，E 在直线 $y=kx+\dfrac{1}{2a^2+1}$ 上，

于是有 $y_E=-x_E+\dfrac{1}{2a^2+1}$，即 $-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{b}{2a}+\dfrac{1}{2a^2+1}$，

由 a>0，则 $b=-\dfrac{a}{2a^2+1}=-\dfrac{1}{2a+\dfrac{1}{a}}\geq-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$，

当且仅当 $a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}时，b有最小值-\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

22.



解 （Ⅰ）设点 P 的坐标为（x,y）,由 P（x,y）在椭圆上，得

$|\overrightarrow{F_1P}|=\sqrt{(x+c)^2+y^2}=\sqrt{(x+c)^2+b^2-\dfrac{b^2}{a^2}x^2}=\sqrt{(a+\dfrac{c}{a}x)^2}$.

又由 $x\geq-a$, 知 $a+\dfrac{c}{a}x\geq-c+a>0$，

所以$|\overrightarrow{F_1P}|=a+\frac{c}{a}x$.

（Ⅱ） 当$|\overrightarrow{PT}|=0$时，点（a，0）和点（－a，0）在轨迹上.

当$|\overrightarrow{PT}|\neq 0$且$|\overrightarrow{TF_2}|\neq 0$时，由$|\overrightarrow{PT}|\cdot|\overrightarrow{TF_2}|=0$，得$\overrightarrow{PT}\perp\overrightarrow{TF_2}$.

又$|\overrightarrow{PQ}|=|\overrightarrow{PF_2}|$，所以T为线段$F_2Q$的中点.

在△QF_1F_2中，$|\overrightarrow{OT}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{F_1Q}|=a$，所以有$x^2+y^2=a^2$.

综上所述，点T的轨迹C的方程是$x^2+y^2=a^2$.

（Ⅲ） C上存在点M（x_0,y_0）使S=b^2的充要条件是$\begin{cases}x_0^2+y_0^2=a^2, & ③\\ \frac{1}{2}\cdot 2c|y_0|=b^2. & ④\end{cases}$

由③得$|y_0|\leq a$，由④得$|y_0|\leq\frac{b^2}{c}$. 所以，当$a\geq\frac{b^2}{c}$时，存在点M，使S=b^2；

当$a<\frac{b^2}{c}$时，不存在满足条件的点M.

当$a\geq\frac{b^2}{c}$时，$\overrightarrow{MF_1}=(-c-x_0,-y_0),\overrightarrow{MF_2}=(c-x_0,-y_0)$，

由$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=x_0^2-c^2+y_0^2=a^2-c^2=b^2$，

$\overrightarrow{MF_1}\cdot\overrightarrow{MF_2}=|\overrightarrow{MF_1}|\cdot|\overrightarrow{MF_2}|\cos\angle F_1MF_2$，

$S=\frac{1}{2}|\overrightarrow{MF_1}|\cdot|\overrightarrow{MF_2}|\sin\angle F_1MF_2=b^2$，得$\tan\angle F_1MF_2=2$.