

高二文科数学试卷

考试时间：120 分钟

试题满分：150 分

命题人：刘洋，毕晓昕

校对入：刘洋，毕晓昕

一、选择题（选出每题中最合适的选项并涂在答题卡相应位置，每题 5 分，共 60 分）

1. 已知 i 为虚数单位， $z = \frac{1+3i}{1-i}$ ，则 z 的虚部为

- A. 2 B. $2i$ C. -2 D. $-2i$

2. 已知函数 $f(x) = x^2 + ex + t$ ，则 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处切线的斜率为

- A. $2e$ B. $e+2$ C. $2e+1$ D. $e+t+2$

3. 执行如图所示的程序框图，则输出的结果为

- A. 54 B. 55 C. 65 D. 66

4. 以下命题中真命题为

①对分类变量 X 与 Y ，它们的随机变量 K^2 的观测值 k 来说， k 越小，“ X 与 Y 有关系”的把握程度越大；

②两个随机变量相关性越强，则相关系数的绝对值越接近于 1；

③在回归直线方程 $\hat{y} = 0.2x + 12$ 中，当变量 x 每增加一个单位时，变量 y 平均增加 0.2 个单位.

- A. ① B. ② C. ①③ D. ②③

5. 利用独立性检验来判断两个分类变量 X 和 Y 是否有关系，通过查阅下表来确定“ X 和 Y 有关系”的可信度

（表中第一行数字代表两个变量独立的概率）. 为了调查用电脑时间与视力下降是否有关系，现从某地网民中抽取 100 位居民进行调查. 经过计算得 $K^2 \approx 3.855$ ，那么就有_____的根据认为用电脑时间与视力下降有关系.

$P(K^2 > k)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

- A. 5% B. 95% C. .99% D. 1%

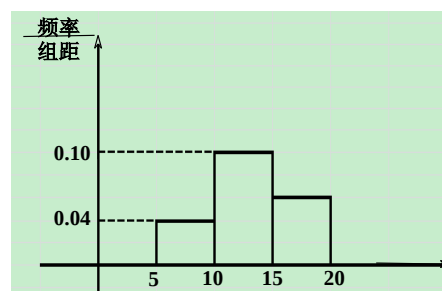
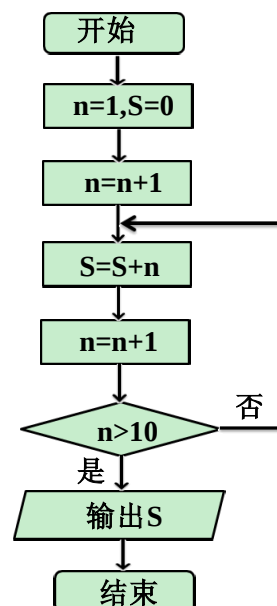
6. 余弦函数是偶函数， $f(x) = \cos(x^2 + 1)$ 是余弦函数，因此 $f(x) = \cos(x^2 + 1)$ 是偶函数，以上推理.

A. 结论不正确 B. 大前提不正确

C. 小前提不正确 D. 推理完全正确

7. 我们在研究直方图时经常用区间中点来代替一组数据，如图是一个样本的频率分布直方图，由图形中的数据可以估计该样本的平均数是

- A. 11.5 B. 12 C. 12.5 D. 12.6

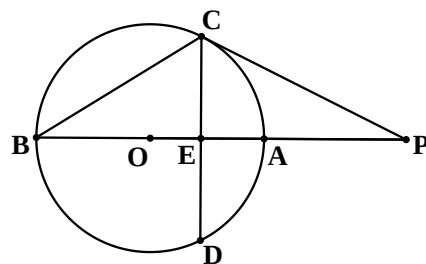


8.在极坐标系中,圆 $\rho = -4\cos\theta$ 的圆心极坐标为

- A. $(2, \pi)$ B. $(2, 0)$ C. $(4, \pi)$ D. $(4, 0)$

9.如图,直线 PC 与圆 O 相切于 C ,割线 PAB 经过圆心 O ,弦 $CD \perp AB$ 于点 E , $PC=6$, $PB=18$, 则 $CE=$

- A. $\frac{24}{5}$ B. $\frac{12}{5}$ C. $\frac{16}{3}$ D. 4



10.已知复数 $z = a + bi (a, b \in \mathbb{R})$, z^2 在复平面内对应的点在第二象限, 则 z 在复平面所对应的点位于第 _____ 象限

- A. 一或二 B. 三或四 C. 一或三 D. 二或四

11.已知双曲正弦函数 $\operatorname{sh}x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ 和双曲余弦函数 $\operatorname{ch}x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ 与我们学过的正弦函数和余弦函数有许多类似的性质, 下面结论正确的是

- A. $\operatorname{sh}(x+y) = \operatorname{sh}x\operatorname{sh}y + \operatorname{ch}x\operatorname{ch}y$ B. $\operatorname{ch}(x+y) = \operatorname{sh}x\operatorname{sh}y + \operatorname{ch}x\operatorname{ch}y$
C. $\operatorname{sh}(x+y) = \operatorname{sh}x\operatorname{ch}y - \operatorname{ch}x\operatorname{sh}y$ D. $\operatorname{ch}(x+y) = \operatorname{sh}x\operatorname{sh}y - \operatorname{ch}x\operatorname{ch}y$

12.已知 $y = f(x)$ 为 $\mathbb{R}$ 上的可导函数, $f(-1) = -2$, $f(1) = 2$, 当 $x \neq 0$ 时, $f'(x) + \frac{f(x)}{x} > 0$, 则不等式 $f(x) - \frac{2}{x} > 0$ 解集为

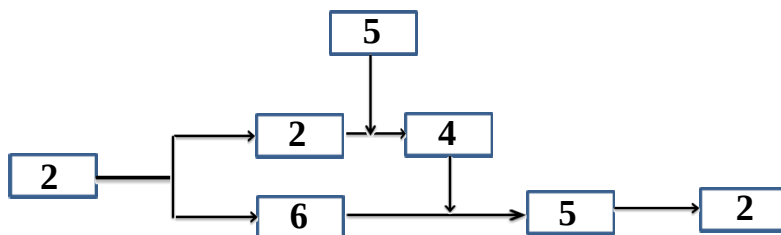
- A. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)$ C. $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$ D. $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$

二、填空题 (将正确答案完整的填在横线处并清晰的填在答题卡相应位置, 每题 5 分, 共 20 分)

13.已知复数 $z_1 = \sqrt{3} + i$, z_2 满足方程 $z_2(1-i) = z_1^2(3+4i)$, 则 $|z_2| =$ _____

14.已知曲线 C 的参数方程 $\begin{cases} x = \frac{1}{2}(e^t + e^{-t}) \\ y = \frac{1}{2}(e^t - e^{-t}) \end{cases}$ (t 为参数), 则曲线 C 的普通方程为 _____.

15.如图所示, 方框代表某工程完成必须经过的各个步骤, 这些步骤须按照箭头方向逐步进行, 没箭头连接的步骤可以同时进行, 方框中的数字表示完成个步骤所需要的工时, 则完成此工程所需要的最短工时为 _____



16.观察下面两个推理过程及结论:

(1) 若锐角 A, B, C 满足 $A+B+C=\pi$, 以角 A, B, C 分别为内角构造一个三角形, 依据正弦定理和余弦

定理可得到等式: $\sin^2 A = \sin^2 B + \sin^2 C - 2\sin B \sin C \cos A$,

(2) 若锐角 A, B, C 满足 $A+B+C=\pi$, 则 $(\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2})+(\frac{\pi}{2}-\frac{B}{2})+(\frac{\pi}{2}-\frac{C}{2})=\pi$, 以角

$\frac{\pi}{2}-\frac{A}{2}, \frac{\pi}{2}-\frac{B}{2}, \frac{\pi}{2}-\frac{C}{2}$ 分别为内角构造一个三角形, 依据正弦定理和余弦定理可以得到的等式:

$$\cos^2 \frac{A}{2} = \cos^2 \frac{B}{2} + \cos^2 \frac{C}{2} - 2\cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2} \sin \frac{A}{2}.$$

则: 若锐角 A, B, C 满足 $A+B+C=\pi$, 类比上面推理方法, 可以得到一个等式是 $\sin^2 2A =$

_____.

三、解答题 (将必要的解题步骤和文字说明写在答题卡相应题号的答题区域内, 共 70 分)

17. (本题 10 分) 已知函数 $f(x) = |x-2a| - |2x-a|, a \in R$.

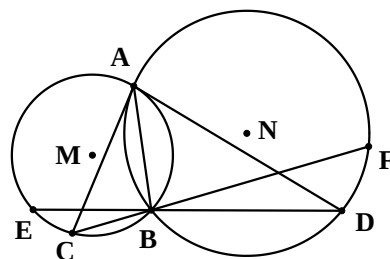
(1) 当 $a=4$ 时, 解不等式 $f(x)+3>0$;

(2) 若 $a>0$, 求 $f(x)$ 的最大值.

18. (本题 12 分) 如图, 圆 M 与圆 N 交于 A, B 两点, 以 A 为切点作

两圆的切线分别交圆 M 和圆 N 于 C, D 两点, 延长 DB 交圆 M 于

点 E , 延长 CB 交圆 N 于点 F . 已知 $BC=5, DB=10$.



(1) 求 AB 的长; (2) 求 $\frac{CF}{DE}$.

19. (本题 12 分) 由某种设备的使用年限 x_i (年) 与所支出的维修费 y_i (万元) 的数据资料, 算得 $\sum_{i=1}^5 x_i^2 = 90$,

$$\sum_{i=1}^5 x_i y_i = 112, \quad \sum_{i=1}^5 x_i = 20, \quad \sum_{i=1}^5 y_i = 25.$$

(I) 求所支出的维修费 y 对使用年限 x 的线性回归方程 $y = bx + a$;

(II) 判断变量 x 与 y 之间是正相关还是负相关;

(III) 估计使用年限为 8 年时, 支出的维修费约是多少.

附: 在线性回归方程 $y = bx + a$ 中, $b = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n \bar{x}^2}$, $a = \bar{y} - b \bar{x}$, 其中 $\bar{x}$, $\bar{y}$ 为样本平均值, 线性

回归方程也可写为 $y = \hat{b}x + a$.

20. (本题 12 分) 已知在平面直角坐标系中, 直线 l 的参数方程为
$$\begin{cases} x = 1 + \frac{3}{5}t \\ y = 1 + \frac{4}{5}t \end{cases} \quad (t \text{ 为参数}),$$
 以原点为极点,

x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程是 $\rho = 1$.

(1) 曲线 C 和直线 l 相交于 A, B 两点, 求线段 AB 的长度

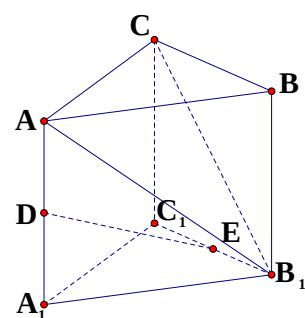
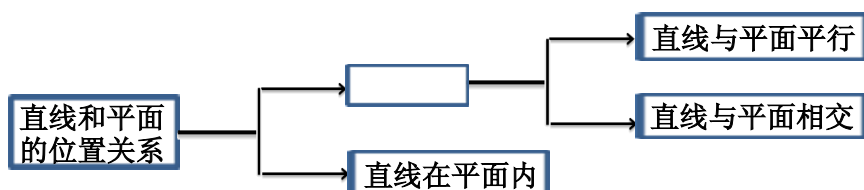
(2) 过曲线 C 上任意一点 P 做和已知直线 l 成 30° 角的直线, 交直线 l 与点 Q , 求线段 PQ 长度的最大值.

21. (本题 12 分) (1) 在立体几何中, 同一空间内, 我们研究直线与平面的位置关系可以得到如下的结构图, 写出空格处应填的内容

(2) 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, D, E 分别是边 AA_1, B_1C_1 的中点

(i) 指出直线 DE 和平面 AB_1C 的位置关系, 并用综合法进行证明;

(ii) 用反证法证明: 直线 DE 和平面 ABC 不平行.



22. (本题 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$,

(I) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(II) 若方程 $f(x) = m$ 有且只有一个解, 求实数 m 的取值范围;

(III) 当 $x_1 \neq x_2$ 且 $x_1, x_2 \in (-\infty, 2]$ 时, 若有 $f(x_1) = f(x_2)$, 求证: $x_1 + x_2 > 0$.