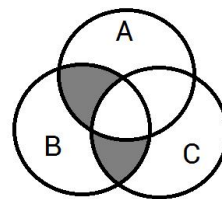


三省三校数学模拟题

一、选择题

1、已知复数 $|z|=z+\bar{z}$ ，则在复平面上以原点为起点 z 和 $\bar{z}$ 所对应的点为终点的两个向量所夹的角是（ ）

- (A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $\frac{5\pi}{6}$



2、定义三个集合之间的一种有序运算 (A, B, C) 其运算结果如图中阴影部分所示。

已知集合 $A=\{0,1,2,3,4,5\}$ ， $B=\{1,3,4,5,7\}$ ， $C=\{2,3,4,6,8\}$ ， $D=\{4,5,6,7,8,9\}$ ，则

$(A, B, C) \cup (B, C, D)$ 的结果是（ ）

- (A) $\{1,2,3,5,6,8\}$ (B) $\{1,3,5,6,8\}$ (C) $\{1,5,6,7,8\}$ (D) $\{1,2,3,5\}$

3、已知 $\triangle ABC$ ，点D、E是ABC所在平面内的点，且满足 $2\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\vec{0}$ ， $2\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{DA}=\vec{0}$ 则 $\overrightarrow{AE}=(\quad)$

- A. $\overrightarrow{AB}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$
C. $\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

4、函数 $h(x)=2\sin(2x+\frac{\pi}{4})$ 的图像与 $f(x)$ 的图像关于点 $(0,1)$ 对称，则函数 $f(x)$ 可由 $h(x)$ 经过_____的变换得到

- (A) 向上平移2个单位，向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 (B) 向上平移2个单位，向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位
(C) 向下平移2个单位，向右平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位 (D) 向下平移2个单位，向左平移 $\frac{\pi}{4}$ 个单位

5、已知条件 $p: x \geq k$ ，条件 $q: \frac{3}{x+1} < 1$ ，如果 p 是 q 的充分不必要条件，则 k 的取值范围是()

- A. $[2, +\infty)$ B. $[1, +\infty)$ C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, -1]$

6、已知 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ，且 $\frac{c-b}{c-a} = \frac{\sin A}{\sin C + \sin B}$ ，则 $\angle B = (\quad)$

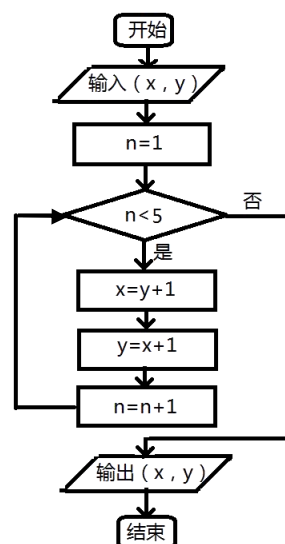
- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{\pi}{4}$ C. $\frac{\pi}{3}$ D. $\frac{3\pi}{4}$

7、一个射箭运动员在练习时只记射中9环和10环的成绩，未击中9环或10环就以0环记。某运动员在练习时击中10环的概率为 a ，击中9环的概率为 b ，击在其余位置的概率为 $c(a, b, c \in [0, 1])$ ，如果已知该运动员一次射箭击中环

数的期望为9环，则当 $\frac{10}{a} + \frac{1}{9b}$ 取最小值时， c 的值为()。

- A. $\frac{1}{11}$ B. $\frac{2}{11}$ C. $\frac{5}{11}$ D. 0

8、已知某算法的流程图如图所示，输入的数 x 和 y 为自然数，若已知输出的最后一个数对为 $(13, 14)$ ，则开始输入的 (x, y) 可能为()



A、(0, 6) B、(6, 7) C、(4, 5) D、(5, 4)

9、平面直角坐标系上有一个定点和一条定直线，动点 P 到定点和定直线的距离之差为定值 m，则点 P 的轨迹不可能是 ()

A. 射线 B. 抛物线 C. 双曲线 D. 直线

10、正三棱台 $ABC-A_1B_1C_1$ 上底的长为 a ，下底长为 b ，高为 h ，且满足 $a < b \leq \frac{3h}{4}$ ， $2a+b=h$ ，有下列命题：

(1) 该棱台可以分割成一个棱台和一个棱锥；(2) 当 $a = \frac{h}{8}$ 时，该棱台的体积取到最大值；(3) 过三个顶点的截面不可能是五边形；(4) 过任意两个顶点的直线中异面直线有 36 对。其中真命题的个数是 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

11、已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2(1-x)+1, & -1 \leq x < k \\ x^3-3x+2, & k \leq x \leq a \end{cases}$ ，若存在 k 使得函数的值域是 $[0, 2]$ ，则实数 a 的取值范围是 ()

A. $[\sqrt{3}, +\infty)$ B. $(0, \sqrt{3}]$ C. $[1, \sqrt{3}]$ D. $\{2\}$

12、设函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$ ，对任意 $x \in R$ 都有 $f'(x) > f(x)$ 成立，则 ()

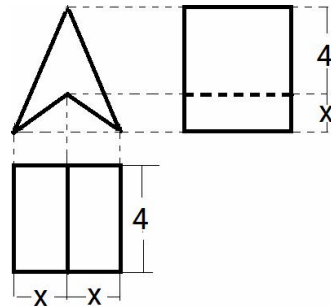
A. $f(\ln 2014) > 2014f(0)$ B. $f(\ln 2014) = 2014f(0)$
C. $f(\ln 2014) < 2014f(0)$ D. $f(\ln 2014)$ 与 $2014f(0)$ 的大小不确定

二、填空题

13、某几何体的三视图如图所示，已知该几何体的体积为 16，则该几何体的表面积为_____

14、已知函数 $f(x) = |\cos x| \cdot \sin x$ ，给出下列五个说法：

① $f\left(\frac{2014\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{4}$ ② 若 $|f(x_1)| = |f(x_2)|$ ，则 $x_1 = x_2 + k\pi$ ③ $f(x)$ 在区



间 $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增. ④ 函数 $f(x)$ 的周期为 π . ⑤ $f(x)$ 的图象关于点

$\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$ 成中心对称. 其中正确说法的序号是_____.

15、如果斜率不为零的一条直线和双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a, b > 0)$ 的两条渐近线相交于 M, N 两点，和双曲线的两支相交于 P, Q 两点，设 MN 中点为 A，PQ 中点为 B，则 $\overrightarrow{OA}$ 与 $\overrightarrow{OB}$ 的夹角的取值集合为_____

16、已知方程 $\frac{|\cos x|}{x} = k$ 在 $(0, +\infty)$ 上有两个不同的解 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ ，则下列的四个命题

①. $\sin 2\alpha = 2\alpha \cos^2 \alpha$; ②. $\cos 2\alpha = 2\alpha \sin^2 \alpha$; ③. $\sin 2\beta = -2\beta \sin^2 \beta$; ④. $\cos 2\beta = -\beta^2 \sin^2 \beta$.

其中所有真命题的序号是_____

三、解答题

17、设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，对任意 $n \in N^*$ 满足 $2S_n = a_n + n^2$ ，且 $a_n > 0$.

(I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

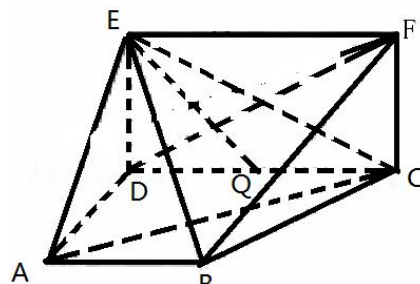
(II) 设 $c_n = \begin{cases} a_n + a_{n+1}, & n \text{ 为奇数,} \\ 3 \times 2^{a_{n-1}} + 1 & n \text{ 为偶数} \end{cases}$ ，求数列 $\{c_n\}$ 的前 $2n$ 项和 T_{2n} .

18、如图，CDEF 为矩形，ABCD 为梯形，平面 CDEF $\perp$ 平面 ABCD，
AB//CD， $\angle ADC = 90^\circ$ ， $AB = AD = \frac{1}{2} CD = 1$ ， $ED = \sqrt{2}$. Q 为 CD 中点

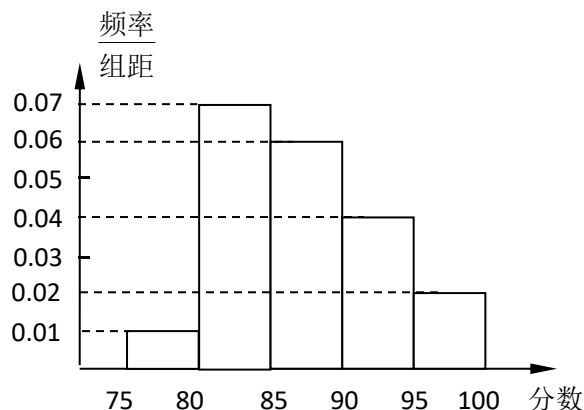
(I) 求证：EQ $\perp$ 平面 ADF；

(II) 求直线 EF 与平面 EBC 所成角的正弦值.

(III) 在 EC 上是否存在一点 M，使得平面 MAD 与平面 EBC 所成锐二面角的大小为 $\frac{\pi}{3}$.



19、某个团购网站为了更好的满足消费者，对在其网站发布的团购产品展开了用户调查，每个用户在使用了团购产品后可以对该产品进行打分，打分的最高分是 100 分。上个月该网站共登出了 100 份团购产品，所有用户打分的平均分作为该产品的参考分值，将这些产品按照成绩分成以下几组：第一组 $[75, 80)$ ，第二组 $[80, 85)$ ，第三组 $[85, 90)$ ，第四组 $[90, 95)$ ，第五组 $[95, 100)$ ，得到的频率分布直方图如图所示.



(1) 分别求第 3, 4, 5 组的频率；

(2) 某人决定在得分较高的第 3, 4, 5 组中用分层抽样的方式抽取 6 个产品.

① 已知甲产品和乙产品均在第三组，求甲、乙同时被选中的概率；

② 该人决定在这 6 个产品中随机抽取 2 个在周末消费，设第 4 组中有 X 个产品被消费，求 X 的分布列和数学期望.

20、已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 与直线 $2x + \sqrt{3}y - 3\sqrt{2} = 0$ 相切于点 $(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{6}}{3})$ ，过右焦点 F 的直

线 l 与 C 相交于 A, B 两点，.

(I) 求椭圆的方程；

(II) C 上是否存在点 P , 使得当 l 绕 F 转到某一位置时, 四边形 $OAPB$ 构成平行四边形? 若存在, 求出所有的 P 的坐标与 l 的方程; 若不存在, 说明理由.

21、设 $f(x) = e^x$.

(I) $a \in R$, 讨论函数 $g(x) = f(x) - ax$ 的单调性.

(II) 若 $a > 0$, $g(x) \geq a$ 对一切 $x \in R$ 恒成立, 求 a 的最大值.

(III) 求证: $1^n + 3^n + \dots + (2n-1)^n < \frac{\sqrt{e}}{e-1} (2n)^n (n \in N^*)$.

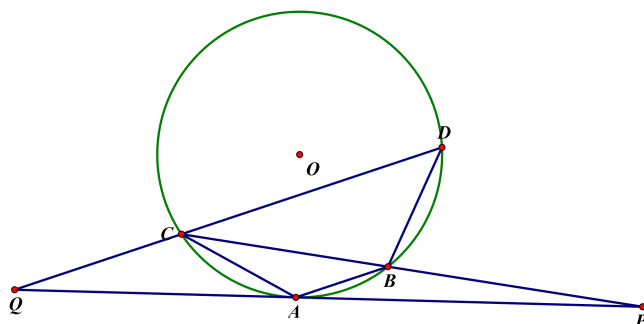
四、选做题

22、选修 4-1: 几何证明选讲

已知 PQ 与圆 O 相切于点 A , PBC 交圆于 B, C 两点, D 是圆上一点, 满足 $AB \parallel CD$, DC 的延长线交

PQ 于点 Q , (I) 求证: $AC^2 = AQ \cdot AD$

(II) 若 $AQ = 2AP$, $AB = \sqrt{3}$, $BP = 2$, 求四边形 $ABDC$ 的面积



23、选修 4-4: 坐标系与参数方程

已知在直角坐标系 xOy 中, 圆锥曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x = 1 + 4\cos\theta \\ y = 2 + 4\sin\theta \end{cases}$ (θ 为参数), 直线 l 经过定点 $P(3,$

5), 倾斜角为 $\frac{\pi}{3}$.

(I) 写出直线 l 的参数方程和圆的标准方程;

(II) 设直线 l 与圆相交于 A, B 两点, 求 $|PA| \cdot |PB|$ 的值.

24、选修 4-5: 不等式选讲

设函数 $f(x) = |2x-1| - |x+2|$.

(I) 求不等式 $f(x) \geq 3$ 的解集;

(II) 若 $\{x \mid f(x) \geq t^2 - 3t\} \cap \{y \mid 0 \leq y \leq 1\} \neq \emptyset$, 求实数 t 的取值范围.

