

2017~2018 学年度第一学期期末抽测

高一年级数学试题

注意事项

考生在答题前请认真阅读本注意事项及各题答题要求

1. 本试卷共 4 页，均为非选择题（第 1 题 ~ 第 20 题，共 20 题）。本卷满分 160 分，考试时间为 120 分钟。考试结束后，请将本卷和答题纸一并交回。
2. 答题前，请您务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔填写在试卷及答题纸的规定位置。
3. 作答试题，必须用 0.5 毫米黑色墨水的签字笔在答题纸上的指定位置作答，在其它位置作答一律无效。
4. 如需作图，须用 2B 铅笔绘、写清楚，线条、符号等须加黑、加粗。

参考公式：扇形的面积公式： $S = \frac{1}{2}rl$ ，其中 r 为扇形的半径， l 为扇形的弧长。

一、填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共计 70 分。请把答案填写在答题纸相应位置上。

1. 已知集合 $A = \{-1, 0, 1\}$ ， $B = \{0, 1, 2\}$ ，则 $A \cap B =$ ▲。
2. $\sin 405^\circ$ 的值为 ▲。
3. 若幂函数 $f(x) = x^\alpha$ 的图象过点 $(9, 3)$ ，则实数 α 的值为 ▲。
4. 已知角 α 的终边经过点 $(-3, 4)$ ，则 $\cos \alpha$ 的值为 ▲。
5. 函数 $y = \lg(3 - x)$ 的定义域为 ▲。
6. 圆心角为 2rad ，半径为 3cm 的扇形的面积为 ▲ cm^2 。
7. 求值： $8^{\frac{2}{3}} + \log_3 2 \times \log_2 27 =$ ▲。
8. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, & x \leq 0, \\ \frac{a}{x}, & x > 0, \end{cases}$ 若 $f(f(-1)) = 2$ ，则实数 a 的值为 ▲。
9. 已知点 $O(0, 0)$ ， $A(1, 0)$ ， $B(0, 2)$ ， $C(-1, 4)$ ，若 $\overrightarrow{OC} = \lambda \overrightarrow{OA} + \mu \overrightarrow{OB} (\lambda, \mu \in \mathbf{R})$ ，则 $\lambda + \mu$ 的值为 ▲。
10. 已知 $\cos(75^\circ + x) = \frac{1}{4}$ ，则 $\sin(x - 15^\circ)$ 的值为 ▲。
11. 将函数 $y = \sin(2x - \frac{\pi}{3})$ 的图象先向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度，再将图象上所有点的横坐标变为原来的 2 倍（纵坐标不变），那么所得图象的函数解析式为 ▲。

12. 若 $f(x) = \begin{cases} 1-2a-ax, & x < 1, \\ \log_a x, & x \geq 1 \end{cases}$ 是 \mathbf{R} 上的单调函数, 则实数 a 的取值范围是 ▲ .

13. 已知定义在 \mathbf{R} 上的偶函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(1,0)$ 对称, 且当 $x \in (1,2]$ 时, $f(x) = 3-2x$. 若关于 x 的方程 $f(x) = \log_a |x| (a > 1)$ 恰好有 8 个不同的实数根, 则实数 a 的取值集合是 ▲ .

14. 已知函数 $f(x) = 2^{|x|}$, 若存在实数 m, n , 使得 $f(x-m) \leq 2x$ 对任意的 $x \in [2, n]$ 都成立, 则 $m+n$ 的取值范围是 ▲ .

二、解答题: 本大题共 6 小题, 共计 90 分. 请在答题纸指定的区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分)

已知函数 $f(x) = 2\sin(2x + \varphi) (-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2})$, 且 $f(x)$ 的图象过点 $(0,1)$.

- (1) 求函数 $f(x)$ 的最小正周期及 φ 的值;
- (2) 求函数 $f(x)$ 的最大值及取得最大值时自变量 x 的集合;
- (3) 求函数 $f(x)$ 的单调增区间.

16. (本小题满分 14 分)

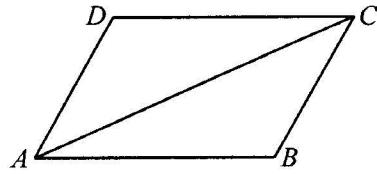
已知向量 $\mathbf{a} = (\cos \alpha, 1)$, $\mathbf{b} = (\frac{1}{2}, \sin \alpha)$.

- (1) 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 求 $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ 的值;
- (2) 若 $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$, 求 $\tan \alpha$ 及 $\frac{4\sin \alpha + \cos \alpha}{2\sin \alpha - 3\cos \alpha}$ 的值.

17. (本小题满分 14 分)

如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $AD=2$, $\angle BAD=60^\circ$.

- (1) 求 $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$ 的值;
- (2) 求 $\cos \angle BAC$ 的值.



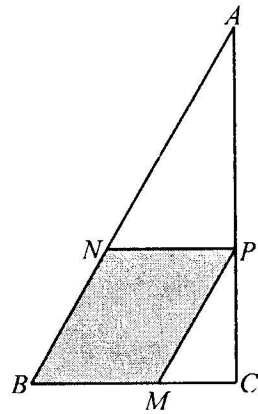
(第 17 题)

18. (本小题满分 16 分)

如图, 某学校有一块直角三角形空地 ABC , 其中 $\angle C = \frac{\pi}{2}$, $BC=20\text{m}$, $AB=40\text{m}$. 该

校欲在此空地上建造一平行四边形生物实践基地 $BMPN$, 点 M , P , N 分别在 BC , CA , AB 上.

- (1) 若四边形 $BMPN$ 为菱形, 求基地边 BM 的长;
- (2) 求生物实践基地的最大占地面积.



(第 18 题)

19. (本小题满分 16 分)

集合 A 是由满足以下性质的函数 $f(x)$ 组成: ① $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是增函数; ② 对于任意的 $x \geq 0$, $f(x) \in [3, 4]$. 已知函数 $f_1(x) = \sqrt{x} + 3$, $f_2(x) = 4 - \frac{1}{2^x}$.

(1) 试判断 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 是否属于集合 A , 并说明理由;

(2) 将 (1) 中你认为属于集合 A 的函数记为 $f(x)$.

(i) 试用列举法表示集合 $P = \{x \mid f(x)[4 - f(x)] = 3\}$;

(ii) 若函数 $f(x)$ 在 $[m, n] (m \geq 0)$ 上的值域为 $[2^m + \frac{a}{2^m}, 2^n + \frac{a}{2^n}]$,

求实数 a 的取值范围.

20. (本小题满分 16 分)

已知函数 $f(x) = a(x+1)^2 + |x|$, $a \in \mathbf{R}$.

(1) 当 $a = 0$ 时, 求证: 函数 $f(x)$ 是偶函数;

(2) 若对任意的 $x \in [-1, 0) \cup (0, +\infty)$, 都有 $f(x) \leq ax + \frac{1}{|x|} + a$, 求 a 的取值范围;

(3) 若函数 $f(x)$ 有且仅有 4 个零点, 求 a 的取值范围.