# 2015-2016学年高一（下）期末数学试卷（文科）（A卷）

**一、选择题：（共15小题．每小题4分，共60分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．）**

1．cos42°cos78°﹣sin42°sn78°=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　B．$-\frac{1}{2}$ C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　D．$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\vec{a}+\vec{b}$=（1，﹣3），$\vec{a}-\vec{b}$=（3，7），$\vec{a}\cdot\vec{b}$=（　　）

A．﹣12 B．﹣20 C．12　D．20

3．若函数$f(x)=\begin{cases}2x+2, & x\leqslant 0\\ 2^{x}-4, & x>0\end{cases}$，则f（f（1））的值为（　　）

A．﹣10 B．10　C．﹣2　D．2

4．已知$\sin(\frac{5\pi}{2}+\alpha)=\frac{1}{5}$，那么cosα=（　　）

A．$-\frac{2}{5}$B．$-\frac{1}{5}$C．$\frac{1}{5}$　D．$\frac{2}{5}$

5．已知D为△ABC的边BC的中点，△ABC所在平面内有一个点P，满足$\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}$，则$\frac{|\overrightarrow{PD}|}{|\overrightarrow{AD}|}$的值为（　　）

A．$\frac{1}{3}$　B．$\frac{1}{2}$　C．1　D．2

6．已知△ABC是边长为1的等边三角形，则（$\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC}$）•（$3\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{AC}$）=（　　）

A．$-\frac{13}{2}$　B．$-\frac{11}{2}$　C．$-6-\frac{\sqrt{3}}{2}$D．$-6+\frac{\sqrt{3}}{2}$

7．△ABC中，AB=2，AC=3，∠B=60°，则cosC=（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$ B．$\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$　C．$-\frac{\sqrt{6}}{3}$　D．$\frac{\sqrt{6}}{3}$

8．定义2×2矩阵$\begin{bmatrix}a_1 & a_2\\ a_3 & a_4\end{bmatrix}$=$a_1a_4-a_2a_3$，若f（x）=$\begin{bmatrix}\cos^2x-\sin^2x & \sqrt{3}\\ \cos(\frac{\pi}{2}+2x) & 1\end{bmatrix}$，则f（x）的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位得到函数g（x），则函数g（x）解析式为（　　）

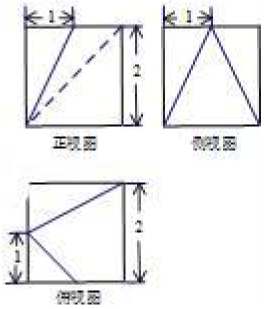
A．g（x）=﹣2cos2x　B．g（x）=﹣2sin2x

C．$g(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$　D．$g(x)=-2\cos(2x-\frac{\pi}{6})$

9．若sin（π+α）=$\frac{3}{5}$，α是第三象限的角，则$\frac{\sin\frac{\pi+\alpha}{2}-\cos\frac{\pi+\alpha}{2}}{\sin\frac{\pi-\alpha}{2}-\cos\frac{\pi-\alpha}{2}}$=（　　）

A. $\frac{1}{2}$  B. $-\frac{1}{2}$C. 2  D. －2

10．已知一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）



A．7  B．$7\frac{1}{3}$  C．$7\frac{2}{3}$  D．8

11．（1+tan18°）（1+tan27°）的值是（　　）

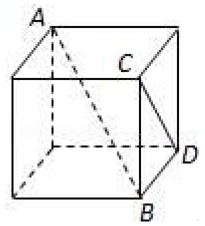
A．$\sqrt{3}$  B．$1+\sqrt{2}$

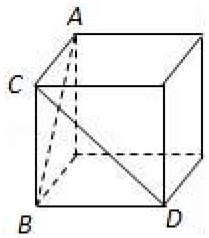
C．2  D．2（tan18°+tan27°）

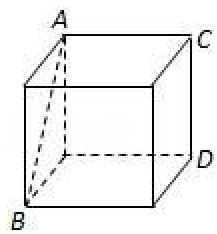
12．已知定义在 R 上的奇函数 f（x）满足 f（x+2）=﹣f（x），则 f（6）的值为（　　）

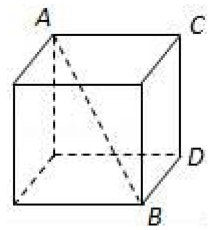
A．﹣1 B．0  C．1  D．2

13．在下列四个正方体中，能得出 AB⊥CD 的是（　　）

A. 

B. 

C. 

D. 


14．直线 x+（$a^2$+1）y+1=0（a∈R）的倾斜角的取值范围是（　　）

A．$[0,\frac{\pi}{4}]$ B．$[\frac{3\pi}{4},\pi)$  C．$[0,\frac{\pi}{4}]\cup(\frac{\pi}{2},\pi)$ D．$[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})\cup[\frac{3\pi}{4},\pi)$

15．若函数 f（x）=$\begin{cases}(3-a)x-3, & x\leqslant 7\\ a^{x-6}, & x>7\end{cases}$单调递增，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．$(\frac{9}{4},3)$ B．$[\frac{9}{4},3)$ C．（1，3） D．（2，3）

**二．填空题：（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分．）**

16．已知向量$\overrightarrow{OA}$=(k，12)，$\overrightarrow{OB}$=(4，5)，$\overrightarrow{OC}$=(﹣k，10)，且 A、B、C 三点共线，则 k=____________．

17．已知向量$\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$满足$|\overrightarrow{a}|$=1，$|\overrightarrow{b}|$=1，$\overrightarrow{a}$与$\overrightarrow{b}$的夹角为 60°，则$|\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}|$=____________．

18．若 $\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$，且$\alpha\in(0,\frac{\pi}{2})$，则 sinα+cosα=____________．

19．在四棱锥 S﹣ABCD 中，SA⊥面 ABCD，若四边形 ABCD 为边长为 2 的正方形，SA=3，则此四棱锥外接球的表面积为____________．

20．圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ 关于直线 2ax﹣by﹣2=0（a，b∈R）对称，则 ab 的取值范围是____________．

**三、解答题：（本大题共 6 个小题，共 70 分．解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．）**

21．已知平面向量$\vec{a}$=（1，x），$\vec{b}$=（2x+3，－x）（x∈R）．

（1）若$\vec{a}$∥$\vec{b}$，求|$\vec{a}$－$\vec{b}$|

（2）若$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角为锐角，求 x 的取值范围．

22．已知$\alpha\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，且$\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，

（1）求 cosα的值；

（2）若$\sin(\alpha-\beta)=-\frac{3}{5}$，$\beta\in(\frac{\pi}{2},\pi)$，求 cosβ的值．

23．已知向量$\vec{a}$=（sinx，sinx），$\vec{b}$=（cosx，sinx），若函数 f（x）=$\vec{a}\cdot\vec{b}$．

（1）求 f（x）的最小正周期；

（2）若 x∈[0，$\frac{\pi}{2}$]，求 f（x）的单调减区间．

24．在锐角△ABC 中，a、b、c 分别为角 A、B、C 所对的边，且$\sqrt{3}a$=2csinA

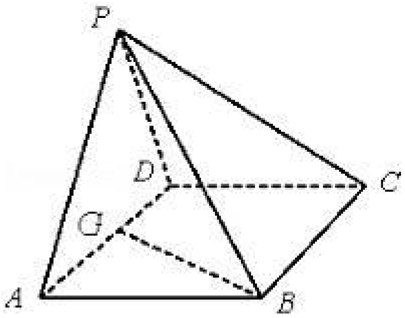
（1）确定角 C 的大小；

（2）若 c=$\sqrt{7}$，且△ABC 的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求 a+b 的值．

25．如图，在四棱锥 P－ABCD 中，底面 ABCD 是∠DAB=60°且边长为 a 的菱形，侧面 PAD 是等边三角形，且平面 PAD⊥底面 ABCD，G 为 AD 的中点．

（1）求证：BG⊥PD；

（2）求 点 G 到平面 PAB 的距离．




26．若在定义域内存在实数 $x_0$，使得 f（$x_0$+1）=f（$x_0$）+f（1）成立，则称函数有“飘移点”$x_0$．

（1）函数 f（x）=$\frac{1}{x}$是否有“飘移点”？请说明理由；

（2）证明函数 f（x）=$x^2+2^x$ 在（0，1）上有“飘移点”；

（3）若函数 f（x）=lg（$\frac{a}{x^2+1}$）在（0，+∞）上有“飘移点”，求实数 a 的取值范围．

# 2015-2016学年河北省衡水市冀州中学高一（下）期末数学试卷（文科）（A卷）

参考答案与试题解析

**一、选择题：（共15小题．每小题4分，共60分．在每个小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的．）**

1．cos42°cos78°﹣sin42°sn78°=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　B．﹣$\frac{1}{2}$ C．$\frac{\sqrt{3}}{2}$　D．﹣$\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考点】两角和与差的余弦函数．

【分析】利用两角和的余弦公式，诱导公式，求得所给式子的值．

【解答】解：cos42°cos78°﹣sin42°sn78°=cos（42°+78°）=cos120°=﹣cos60°=﹣$\frac{1}{2}$，

故选：B．

2．已知向量$\vec{a}$，$\vec{b}$满足$\vec{a}+\vec{b}$=（1，﹣3），$\vec{a}-\vec{b}$=（3，7），$\vec{a}\cdot\vec{b}$=（　　）

A．﹣12 B．﹣20 C．12　D．20

【考点】平面向量数量积的运算．

【分析】求出两向量的坐标，代入数量积的坐标运算即可．

【解答】解：∵$(\vec{a}+\vec{b})+(\vec{a}-\vec{b})=2\vec{a}$=（4，4），

∴$\vec{a}=(2,\ 2)$，∴$\vec{b}=(\vec{a}+\vec{b})-\vec{a}$=（﹣1，﹣5）．

∴$\vec{a}\cdot\vec{b}$=2×（﹣1）﹣2×5=﹣12．

故选A．

3．若函数$f(x)=\begin{cases}2x+2, & x\leqslant 0\\ 2^x-4, & x>0\end{cases}$，则f（f（1））的值为（　　）

A．﹣10 B．10　C．﹣2　D．2

【考点】函数的值．

【分析】先求f（1），再求f（f（1））即可．

【解答】解：f（1）=2﹣4=﹣2，

f（f（1））=f（﹣2）

=2×（﹣2）+2=﹣2，

故选C．

4．已知$\sin(\frac{5\pi}{2}+\alpha)=\frac{1}{5}$，那么cosα=（　　）

A. $-\frac{2}{5}$B. $-\frac{1}{5}$C. $\frac{1}{5}$  D. $\frac{2}{5}$

【考点】诱导公式的作用.

【分析】已知等式中的角变形后，利用诱导公式化简，即可求出 cosα的值.

【解答】解：$\sin\left(\frac{5\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\left(2\pi+\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\sin\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)=\cos\alpha=\frac{1}{5}$.

故选 C.

5．已知 D 为△ABC 的边 BC 的中点，△ABC 所在平面内有一个点 P，满足$\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}$，则$\frac{|\overrightarrow{PD}|}{|\overrightarrow{AD}|}$的值为（　　）

A. $\frac{1}{3}$  B. $\frac{1}{2}$  C. 1  D. 2

【考点】平面向量的基本定理及其意义.

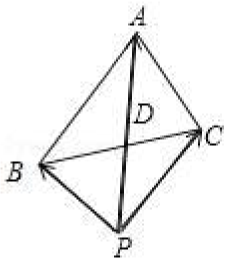
【分析】如图所示，由于$\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}$，可得：PA 是平行四边形 PBAC 的对角线，PA 与 BC 的交点即为 BC 的中点 D．即可得出.

【解答】解：如图所示，

∵$\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}$，

∴PA 是平行四边形 PBAC 的对角线，PA 与 BC 的交点即为 BC 的中点 D．∴$\frac{|\overrightarrow{PD}|}{|\overrightarrow{AD}|}=1$.

故选：C.




6．已知△ABC 是边长为 1 的等边三角形，则$(\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC})\cdot(3\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{AC})=$（　　）

A. $-\frac{13}{2}$  B. $-\frac{11}{2}$  C. $-6-\frac{\sqrt{3}}{2}$D. $-6+\frac{\sqrt{3}}{2}$

【考点】平面向量数量积的运算.

【分析】将式子展开计算.

【解答】解：$(\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{BC})\cdot(3\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{AC})=3\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}-4\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-6\overrightarrow{BC}^2+8\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AC}$

$=3\times1\times1\times\cos120°-4\times1\times1\times\cos60°-6\times1^2+8\times1\times1\times\cos60°$

$=-\frac{3}{2}-2-6+4$

$=-\frac{11}{2}$.

故选：B．

7．△ABC 中，AB=2，AC=3，∠B=60°，则 cosC=（　　）

A．$\frac{\sqrt{3}}{3}$ B．$\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$ C．$-\frac{\sqrt{6}}{3}$ D．$\frac{\sqrt{6}}{3}$

【考点】正弦定理．

【分析】由已知及正弦定理可得 $\sin C=\frac{AB\sin B}{AC}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，又 AB＜AC，利用大边对大角可得 C 为锐角，根据同角三角函数基本关系式即可求得 cosC 得值．

【解答】解：∵AB=2，AC=3，∠B=60°，

∴由正弦定理可得：$\sin C=\frac{AB\sin B}{AC}=\frac{2\times\frac{\sqrt{3}}{2}}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}$，

又∵AB＜AC，C 为锐角，

∴$\cos C=\sqrt{1-\sin^2C}=\frac{\sqrt{6}}{3}$．

故选：D．

8．定义 2×2 矩阵$\begin{bmatrix}a_1 & a_2\\ a_3 & a_4\end{bmatrix}=a_1a_4-a_2a_3$，若 $f(x)=\begin{bmatrix}\cos^2x-\sin^2x & \sqrt{3}\\ \cos(\frac{\pi}{2}+2x) & 1\end{bmatrix}$，则 f（x）的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位得到函数 g（x），则函数 g（x）解析式为（　　）

A．g（x）=－2cos2x　B．g（x）=－2sin2x

C．$g(x)=2\sin(2x-\frac{\pi}{6})$　D．$g(x)=-2\cos(2x-\frac{\pi}{6})$

【考点】函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换；三角函数中的恒等变换应用．

【分析】利用三角恒等变换化简函数 f（x）的解析式，再利用函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换规律，求得函数 g（x）解析式．

【解答】解：由题意可得 $f(x)=\begin{bmatrix}\cos^2x-\sin^2x & \sqrt{3}\\ \cos(\frac{\pi}{2}+2x) & 1\end{bmatrix}=\cos^2x-\sin^2x-\sqrt{3}\cos(\frac{\pi}{2}+2x)$

$=\cos2x+\sqrt{3}\sin2x=2\cos(2x-\frac{\pi}{3})$，

则 f（x）的图象向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位得到函数 $g(x)=2\cos[2(x-\frac{\pi}{3})-\frac{\pi}{3}]=2\cos(2x-\pi)=-2\cos2x$，

故选：A．

9．若 $\sin(\pi+\alpha)=\frac{3}{5}$，α是第三象限的角，则$\frac{\sin\frac{\pi+\alpha}{2}-\cos\frac{\pi+\alpha}{2}}{\sin\frac{\pi-\alpha}{2}-\cos\frac{\pi-\alpha}{2}}$=（　　）

A．$\frac{1}{2}$　B．$-\frac{1}{2}$C．2　D．－2

【考点】运用诱导公式化简求值．

【分析】已知等式利用诱导公式化简求出 sinα的值，根据α为第三象限角，利用同角三角函数间基本关系求出 cosα的值，原式利用诱导公式化简，整理后将各自的值代入计算即可求出值．

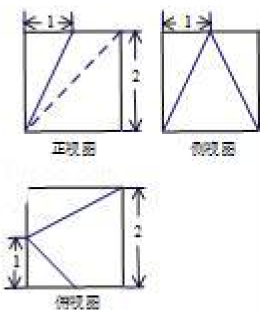
【解答】解：∵$\sin(\pi+\alpha)=-\sin\alpha=\frac{3}{5}$，即 $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，α是第三象限的角，

∴$\cos\alpha=-\frac{4}{5}$，

则原式$=\frac{\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2}}=\frac{(\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2})^2}{(\cos\frac{\alpha}{2}+\sin\frac{\alpha}{2})(\cos\frac{\alpha}{2}-\sin\frac{\alpha}{2})}=\frac{1+\sin\alpha}{\cos\alpha}=-\frac{1}{2}$，

故选：B．

10．已知一个几何体的三视图如图所示，则该几何体的体积为（　　）

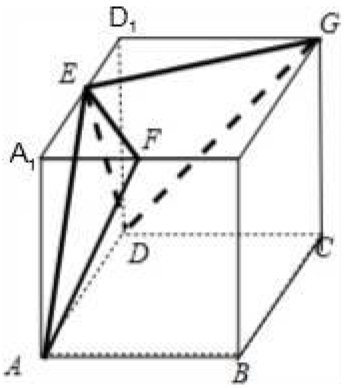



A．7　B．$7\frac{1}{3}$　C．$7\frac{2}{3}$　D．8

【考点】由三视图求面积、体积．

【分析】根据几何体的三视图知，该几何体是棱长为 2 的正方体，去掉两个三棱锥剩余的部分，结合图中数据即可求出它的体积．

【解答】解：根据几何体的三视图知，该几何体是棱长为 2 的正方体，去掉两个三棱锥剩余的部分，

如图所示；


所以该几何体的体积为

$V=V_{正方体}-V_{三棱锥A-EFA_1}-V_{三棱锥D-FGD_1}$

$=2^3-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1^2\times2-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times2\times2$

=7．

故选：A．

11．（1+tan18°）（1+tan27°）的值是（　　）

A．$\sqrt{3}$　B．$1+\sqrt{2}$

C．2　　D．2（tan18°+tan27°）

【考点】两角和与差的正切函数．

【分析】要求的式子即 1+tan18°+tan27°+tan18°tan27°，再把 tan18°+tan27°=tan45°（1﹣tan18°tan27°）代入，化简可得结果．

【解答】解：（1+tan18°）（1+tan27°）=1+tan18°+tan27°+tan18°tan27°=1+tan45°（1﹣tan18°tan27°）+tan18°tan27°=2，

故选 C．

12．已知定义在 R 上的奇函数 f（x）满足 f（x+2）=﹣f（x），则 f（6）的值为（　　）

A．﹣1　B．0　　C．1　　D．2

【考点】奇函数．

【分析】利用奇函数的性质 f（0）=0 及条件 f（x+2）=﹣f（x）即可求出 f（6）．

【解答】解：因为 f（x+2）=﹣f（x），

所以 f（6）=﹣f（4）=f（2）=﹣f（0），

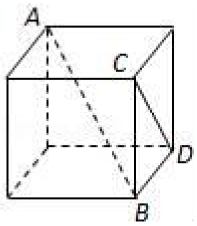
又 f（x）是定义在 R 上的奇函数，

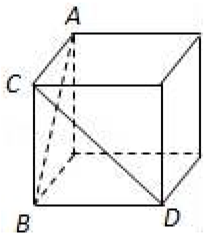
所以 f（0）=0，

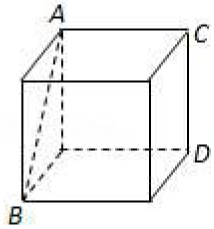
所以 f（6）=0，

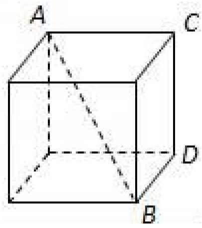
故选 B．

13．在下列四个正方体中，能得出 AB⊥CD 的是（　　）

A. 

B. 

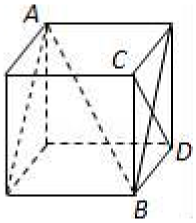
C. 

D. 


【考点】直线与平面垂直的性质．

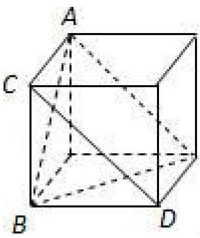
【分析】在图 A 中作出经过 AB 的对角面，发现它与 CD 垂直，故 AB⊥CD 成立；在图 B 中作出正方体过 AB 的等边三角形截面，可得 CD、AB 成 60°的角；而在图 C、D 中，不难将直线 CD 进行平移，得到 CD 与 AB 所成角为锐角．由此可得正确答案．

【解答】解：对于 A，作出过 AB 的对角面如图，




可得直线 CD 与这个对角面垂直，根据线面垂直的性质，AB⊥CD 成立；

对于 B，作出过 AB 的等边三角形截面如图，




将 CD 平移至内侧面，可得 CD 与 AB 所成角等于 60°；

对于 C、D，将 CD 平移至经过 B 点的侧棱处，可得 AB、CD 所成角都是锐角．

故选 A．

14．直线 x+（$a^2$+1）y+1=0（a∈R）的倾斜角的取值范围是（　　）

A．$[0,\frac{\pi}{4}]$ B．$[\frac{3\pi}{4},\pi)$　　C．$[0,\frac{\pi}{4}]\cup(\frac{\pi}{2},\pi)$　D．$[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2})\cup[\frac{3\pi}{4},\pi)$

【考点】直线的倾斜角．

【分析】由直线的方程得　斜率等于 $-\frac{1}{a^2+1}$，由于 $0>-\frac{1}{a^2+1}\geqslant-1$，设倾斜角为 α，则 0≤α<π，－1≤tanα<0，求得倾斜角α 的取值范围．

【解答】解：直线 x+（$a^2$+1）y+1=0（a∈R）的 斜率等于 $-\frac{1}{a^2+1}$，

由于 $0>-\frac{1}{a^2+1}\geqslant-1$，设倾斜角为 α，

则 0≤α<π，－1≤tanα<0，∴$\frac{3\pi}{4}\leqslant\alpha<\pi$，

故选 B．

15．若函数 $f(x)=\begin{cases}(3-a)x-3, & x\leqslant 7\\ a^{x-6}, & x>7\end{cases}$ 单调递增，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．（$\frac{9}{4}$，3）　B．[$\frac{9}{4}$，3）　C．（1，3）　D．（2，3）

【考点】函数单调性的判断与证明．

【分析】利用函数的单调性，判断指数函数的对称轴，以及一次函数的单调性列出不等式求解即可

【解答】解：∵函数 $f(x)=\begin{cases}(3-a)x-3, & x\leqslant 7\\ a^{x-6}, & x>7\end{cases}$ 单调递增，

由指数函数以及一次函数的单调性的性质，可得 $3-a>0$ 且 $a>1$．

但应当注意两段函数在衔接点 x=7 处的函数值大小的比较，

即 $(3-a)\times 7-3\leqslant a$，可以解得 $a\geqslant\frac{9}{4}$，

综上，实数 a 的取值范围是[$\frac{9}{4}$，3）．

故选：B．

**二．填空题：（共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分．）**

16．已知向量 $\overrightarrow{OA}$=（k，12），$\overrightarrow{OB}$=（4，5），$\overrightarrow{OC}$=（﹣k，10），且 A、B、C 三点共线，则 k=__$-\frac{2}{3}$__．

【考点】平面向量共线（平行）的坐标表示；三点共线．

【分析】利用三点共线得到以三点中的一点为起点，另两点为终点的两个向量平行，利用向量平行的坐标形式的充要条件列出方程求出 k．

【解答】解：向量 $\overrightarrow{OA}=(k,\ 12)$，$\overrightarrow{OB}=(4,\ 5)$，$\overrightarrow{OC}=(-k,\ 10)$，

$\therefore\overrightarrow{AB}=(4-k,\ -7)$，$\overrightarrow{AC}=(-2k,\ -2)$

又 A、B、C 三点共线

故（4﹣k，﹣7）=λ（﹣2k，﹣2）

$\therefore k=-\frac{2}{3}$

故答案为 $-\frac{2}{3}$

17．已知向量 $\overrightarrow{a}$、$\overrightarrow{b}$满足 $|\overrightarrow{a}|=1$，$|\overrightarrow{b}|=1$，$\overrightarrow{a}$与$\overrightarrow{b}$的夹角为 60°，则 $|\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}|$=__$\sqrt{7}$__．

【考点】平面向量数量积的运算．

【分析】根据条件进行数量积的计算便可得出 $\overrightarrow{a}\cdot\overrightarrow{b}=\frac{1}{2}$，从而便可求出 $(\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b})^2=7$，这样即可求出 $|\overrightarrow{a}+2\overrightarrow{b}|$的值．

【解答】解：根据条件，$\vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$；

$\therefore(\vec{a}+2\vec{b})^2=\vec{a}^2+4\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2=1+2+4=7$；

$\therefore|\vec{a}+2\vec{b}|=\sqrt{7}$.

故答案为：$\sqrt{7}$.

18．若 $\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$，且 $\alpha\in(0,\ \frac{\pi}{2})$，则 $\sin\alpha+\cos\alpha=$__$\frac{2\sqrt{10}}{5}$__.

【考点】三角函数的恒等变换及化简求值.

【分析】直接利用两角差的正切函数，求出 tanα的值，根据角的范围，求出 sinα+cosα的值.

【解答】解：$\because\tan(\alpha-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$，$\therefore\frac{\tan\alpha-1}{1+\tan\alpha}=\frac{1}{2}$，$\therefore\tan\alpha=3$，

$\because\alpha\in(0,\ \frac{\pi}{2})$，$\therefore\sin\alpha=\frac{3}{\sqrt{10}}$，$\cos\alpha=\frac{1}{\sqrt{10}}$

$\therefore\sin\alpha+\cos\alpha=\frac{4}{\sqrt{10}}=\frac{2\sqrt{10}}{5}$.

故答案为：$\frac{2\sqrt{10}}{5}$

19．在四棱锥 S－ABCD 中，SA⊥面 ABCD，若四边形 ABCD 为边长为 2 的正方形，SA=3，则此四棱锥外接球的表面积为__17π__.

【考点】球内接多面体.

【分析】如图所示，连接 AC，BD 相交于点 $O_1$．取 SC 的中点，连接 $OO_1$．利用三角形的中位线定理可得 $OO_1$∥SA．由于 SA⊥底面 ABCD，可得 $OO_1$⊥底面 ABCD．可得点 O 是四棱锥 S－ABCD 外接球的球心，SC 是外接球的直径.

【解答】解：如图所示

连接 AC，BD 相交于点 $O_1$．取 SC 的中点，连接 $OO_1$.

则 $OO_1$∥SA.

∵SA⊥底面 ABCD，

∴$OO_1$⊥底面 ABCD.

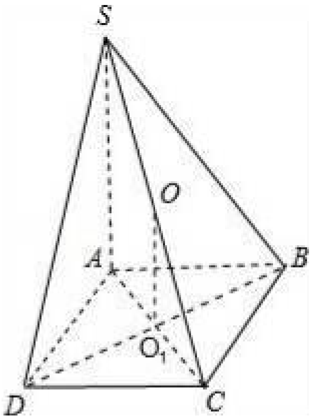
可得点 O 是四棱锥 S－ABCD 外接球的球心.

因此 SC 是外接球的直径.

$\because SC^2=SA^2+AC^2=9+8=17$，$\therefore 4R^2=17$，

∴四棱锥 P－ABCD 外接球的表面积为 $4\pi R^2=\pi\cdot17=17\pi$.

故答案为：17π




20．圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ 关于直线 $2ax-by-2=0$（a，b∈R）对称，则 ab 的取值范围是 $\underline{(-\infty,\frac{1}{4}]}$ ．

【考点】直线与圆的位置关系．

【分析】由已知得直线 $2ax-by-2=0$ 经过圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ 的圆心（﹣1，2），从而得到 $a=-b-1$，进而 $ab=b(-b-1)=-b^2-b$，由此利用配方法能求出 ab 的取值范围．

【解答】解：∵圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ 关于直线 $2ax-by-2=0$（a，b∈R）对称，

∴直线 $2ax-by-2=0$ 经过圆 $x^2+y^2+2x-4y+1=0$ 的圆心（﹣1，2），

∴ $-2a-2b-2=0$，即 $a=-b-1$，

∴$ab=b(-b-1)=-b^2-b=-(b^2+b)=-(b+\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}\leqslant\frac{1}{4}$．

∴ab 的取值范围是 $(-\infty,\frac{1}{4}]$．

故答案为：$(-\infty,\frac{1}{4}]$．

**三、解答题：（本大题共 6 个小题，共 70 分．解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤．）**

21．已知平面向量 $\vec{a}=(1,x)$，$\vec{b}=(2x+3,-x)$（x∈R）．

（1）若 $\vec{a}/\!/\vec{b}$，求 $|\vec{a}-\vec{b}|$

（2）若 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 夹角为锐角，求 x 的取值范围．

【考点】平面向量数量积的运算；平面向量共线（平行）的坐标表示．

【分析】（1）根据向量平行与坐标的关系列方程解出 x，得出 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 的坐标，再计算 $\vec{a}-\vec{b}$ 的坐标，再计算 $|\vec{a}-\vec{b}|$；

（2）令 $\vec{a}\cdot\vec{b}>0$ 得出 x 的范围，再去掉 $\vec{a}$，$\vec{b}$ 同向的情况即可．

【解答】解：（1）∵$\vec{a}/\!/\vec{b}$，∴ $-x-x(2x+3)=0$，解得 x=0 或 x=﹣2．

当 x=0 时，$\vec{a}=(1,0)$，$\vec{b}=(3,0)$，∴$\vec{a}-\vec{b}=(-2,0)$，∴$|\vec{a}-\vec{b}|=2$．

当 x=﹣2 时，$\vec{a}=(1,\ -2)$，$\vec{b}=(-1,2)$，∴$\vec{a}-\vec{b}=(2,\ -4)$，∴$|\vec{a}-\vec{b}|=2\sqrt{5}$.

综上，$|\vec{a}-\vec{b}|=2$ 或 $2\sqrt{5}$.

（2）∵$\vec{a}$与$\vec{b}$夹角为锐角，∴$\vec{a}\cdot\vec{b}>0$，

∴$2x+3-x^2>0$，解得﹣1＜x＜3.
又当 x=0 时，$\vec{a}\parallel\vec{b}$，
∴x 的取值范围是（﹣1，0）∪（0，3）.

22．已知 $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\ \pi)$，且 $\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，
（1）求 cosα的值；
（2）若 $\sin(\alpha-\beta)=-\frac{3}{5}$，$\beta\in(\frac{\pi}{2},\ \pi)$，求 cosβ的值.
【考点】二倍角的余弦；同角三角函数间的基本关系；两角和与差的正弦函数.
【分析】（1）把已知条件平方可得 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$，再由已知 $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\ \pi)$，可得 cosα的值.

（2）由条件可得 $-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{2}$，$\cos(\alpha-\beta)=\frac{4}{5}$，再根据 $\cos\beta=\cos(-\beta)=\cos[(\alpha-\beta)-\alpha]$，利用两角
和差的余弦公式，运算求得结果.
【解答】解：（1）由 $\sin\frac{\alpha}{2}+\cos\frac{\alpha}{2}=\frac{\sqrt{6}}{2}$，平方可得 $1+\sin\alpha=\frac{3}{2}$，解得 $\sin\alpha=\frac{1}{2}$.

再由已知 $\alpha\in(\frac{\pi}{2},\ \pi)$，可得 $\alpha=\frac{5\pi}{6}$，∴$\cos\alpha=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

（2）∵$\sin(\alpha-\beta)=-\frac{3}{5}$，$\beta\in(\frac{\pi}{2},\ \pi)$，∴$-\frac{\pi}{2}<\alpha-\beta<\frac{\pi}{2}$，$\cos(\alpha-\beta)=\frac{4}{5}$.

∴$\cos\beta=\cos(-\beta)=\cos[(\alpha-\beta)-\alpha]=\cos(\alpha-\beta)\cos\alpha+\sin(\alpha-\beta)\sin\alpha$

$=\frac{4}{5}\times(-\frac{\sqrt{3}}{2})+\frac{1}{2}\times(-\frac{3}{5})=-\frac{3+4\sqrt{3}}{10}$.

23．已知向量 $\vec{a}=(\sin x,\ \sin x)$，$\vec{b}=(\cos x,\ \sin x)$，若函数 $f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}$.
（1）求 f（x）的最小正周期；
（2）若 $x\in[0,\ \frac{\pi}{2}]$，求 f（x）的单调减区间.
【考点】平面向量数量积的运算；三角函数中的恒等变换应用.
【分析】（1）利用平面向量的数量积运算法则确定出 f（x）解析式，找出ω的值，代入周期公式即可求出最小正周期；
（2）根据正弦函数的递减区间及 x 的范围确定出 f（x）的递减区间即可.
【解答】解：（1）∵$\vec{a}=(\sin x,\ \sin x)$，$\vec{b}=(\cos x,\ \sin x)$，

$\therefore f(x)=\vec{a}\cdot\vec{b}=\sin x\cos x+\sin^2x=\frac{1}{2}\sin 2x+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 2x=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin(2x-\frac{\pi}{4})+\frac{1}{2}$，

$\because\omega=2$，

$\therefore T=\pi$；

（2）由 $2k\pi+\frac{\pi}{2}\leqslant 2x-\frac{\pi}{4}\leqslant 2k\pi+\frac{3\pi}{2}$，$k\in Z$，且 $x\in[0,\frac{\pi}{2}]$，得到 $k\pi+\frac{3\pi}{8}\leqslant x\leqslant k\pi+\frac{7\pi}{8}$，

则 f（x）的单调递减区间为$[\frac{3\pi}{8},\frac{\pi}{2}]$.

24．在锐角△ABC 中，a、b、c 分别为角 A、B、C 所对的边，且$\sqrt{3}a=2c\sin A$

（1）确定角 C 的大小；

（2）若 $c=\sqrt{7}$，且△ABC 的面积为$\frac{3\sqrt{3}}{2}$，求 a+b 的值.

【考点】解三角形.

【分析】（1）利用正弦定理把已知条件转化成角的正弦，整理可求得 sinC，进而求得 C.

（2）利用三角形面积求得 ab 的值，利用余弦定理求得 $a^2+b^2$ 的值，最后求得 a+b 的值.

【解答】解：（1）$\because\sqrt{3}a=2c\sin A$

∴正弦定理得$\sqrt{3}\sin A=2\sin C\sin A$，

∵A 锐角，

∴sinA＞0，

$\therefore\sin C=\frac{\sqrt{3}}{2}$，

又∵C 锐角，

$\therefore C=\frac{\pi}{3}$

（2）三角形 ABC 中，由余弦定理得 $c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

即 $7=a^2+b^2-ab$，

又由△ABC 的面积得 $S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}ab\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

即 ab=6，

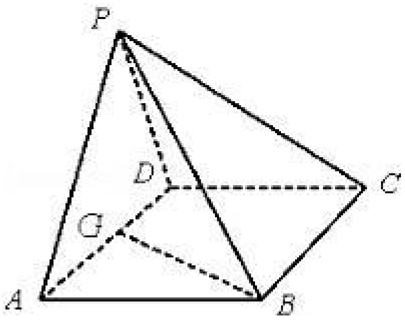
$\therefore(a+b)^2=a^2+b^2+2ab=25$

由于 a+b 为正，所以 a+b=5.

25．如图，在四棱锥 P﹣ABCD 中，底面 ABCD 是∠DAB=60°且边长为 a 的菱形，侧面 PAD 是等边三角形，且平面 PAD⊥底面 ABCD，G 为 AD 的中点.

（1）求证：BG⊥PD；

（2）求 点 G 到平面 PAB 的距离.




【考点】点、线、面间的距离计算.

【分析】（1）连接 PG，证得 PG⊥平面 ABCD，即可得 PG⊥GB，结合 GB⊥AD，得 GB⊥平面 PAD，即可证得结论；

（2）由等体积法 $V_{G-PAB}=V_{A-PGB}$，即可得出答案.

【解答】（1）证明：连接 PG，∴PG⊥AD，∵平面 PAG⊥平面 ABCD，

∴PG⊥平面 ABCD，∴PG⊥GB，

又 GB⊥AD，∴GB⊥平面 PAD

∵PD⊂平面 PAD

∴GB⊥PD…

（2）解：设点 G 到平面 PAB 的距离为 h，

在△PAB 中，PA=AB=a，PB=$\frac{\sqrt{6}}{2}$a，

∴面积 S=$\frac{\sqrt{15}}{8}a^2$，

∵$V_{G-PAB}=V_{A-PGB}$，

∴$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{15}}{8}a^2\times h=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{8}a^2\times\frac{\sqrt{3}}{2}a$，

∴h=$\frac{\sqrt{15}}{10}$a…

26．若在定义域内存在实数 $x_0$，使得 f（$x_0$+1）=f（$x_0$）+f（1）成立，则称函数有“飘移点”$x_0$.

（1）函数 f（x）=$\frac{1}{x}$是否有“飘移点”？请说明理由；

（2）证明函数 f（x）=$x^2+2^x$ 在（0，1）上有“飘移点”；

（3）若函数 f（x）=lg（$\frac{a}{x^2+1}$）在（0，+∞）上有“飘移点”，求实数 a 的取值范围.

【考点】抽象函数及其应用.

【分析】（1）按照“飘移点”的概念，只需方程有根即可，据此判断；

（2）本问利用零点定理即可判断，即判断端点处的函数值异号；

（3）若函数在（0，+∞）上有飘移点，只需方程在该区间上有实根，然后借助于二次函数的性质可以解决.

【解答】解：（1）假设函数 $f(x)=\frac{1}{x}$有“飘移点”$x_0$，则$\frac{1}{x_0+1}=\frac{1}{x_0}+1$即 $x_0^2+x_0+1=0$由此方程无实根，与题设矛盾，所以函数 $f(x)=\frac{1}{x}$没有飘移点.

（2）令 h（x）=f（x+1）﹣f（x）﹣f（1）=2（$2^{x-1}$+x﹣1），所以 h（0）=﹣1，h（1）=2.所以 h（0）h（1）＜0.

所以 $h(x)=0$ 在 $(0，1)$ 上至少有一实根 $x_0$，即函数 $f(x)=2^x+x^2$ 有"飘移点".

（3）若 $f(x)=\lg(\frac{a}{x^2+1})$ 在 $(0，+\infty)$ 上有飘移点 $x_0$，

所以 $\lg\frac{a}{(x_0+1)^2+1}=\lg\frac{a}{x_0{}^2+1}+\lg\frac{a}{2}$ 成立，即 $\frac{a}{(x_0+1)^2+1}=\frac{a}{x_0{}^2+1}\cdot\frac{a}{2}$，

整理得 $(2-a)x_0{}^2-2ax_0+2-2a=0$，从而关于 x 的方程 g（x）=（2﹣a）$x^2$﹣2ax+2﹣2a 在（0，+∞）上应有实数根 $x_0$.

当 a=2 时，方程的根为 $-\frac{1}{2}$，不符合要求，所以 a＞0，

当 0＜a＜2 时，由于函数 g（x）的对称轴 $x=\frac{a}{2-a}>0$，可知只需 4$a^2$﹣4（2﹣a）（2﹣2a）≥0，

所以 $3-\sqrt{5}\leqslant a\leqslant 3+\sqrt{5}$，即 $3-\sqrt{5}\leqslant a<2$.

所以 a 的范围是$[3-\sqrt{5}，2)$.