

高二理科数学试卷

一、选择题：本大题共 12 小题。每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。请把正确答案填在题目后面的括号内。

1、数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n - \sqrt{98}}{n - \sqrt{99}}$ ($n \in N^*$)，则它的最小项和最大项分别为 ()

- A. 第 8 项、第 9 项 B. 第 9 项、第 10 项
C. 第 10 项、第 11 项 D. 第 11 项、第 12 项

2、椭圆的两个焦点的坐标分别为 $(0, -4), (0, 4)$ ，且椭圆的一个顶点为 $(2, 0)$ ，则这个椭圆的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{12} = 1$ C. $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{20} = 1$

3、已知等差数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d_1 ($d_1 \neq 0$)，等差数列 $\{b_n\}$ 的公差为 d_2 ，若 $a_3 = b_2$ ，

$a_{10} = b_{23}$ ，则 $\frac{d_1}{d_2}$ 的值为 ()

- A. 3 B. 7 C. 10 D. $\frac{10}{3}$

4、设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ，且 $S_6 > S_7$ ， $S_7 = S_8 < S_9$ ，则下面结论**错误**的是 ()

- A. $d > 0$ B. $a_8 = 0$ C. $S_{10} < S_9$ D. S_7 与 S_8 均为 S_n 的最小值

5、如果关于 x 的不等式 $\sqrt{x} > ax + \frac{3}{2}$ 的解集是非空集合 $\{x | 4 < x < m\}$ ，则关于 x 的不等式 $2x^2 - 8ax - m < 0$ 的解集为 ()

- A. $\{x | -\frac{9}{2} < x < 4\}$ B. $\{x | -4 < x < \frac{9}{2}\}$
C. $\{x | x < -\frac{9}{2} \text{ 或 } x > 4\}$ D. $\{x | x < -4 \text{ 或 } x > \frac{9}{2}\}$

6、已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 20 项的和为 100，那么 $a_7 \cdot a_{14}$ 的最大值为 ()

- A. 25 B. 50 C. 100 D. 不存在

7、如果对 $x>0, y>0$, 有 $\frac{2}{x} + \frac{1}{2y} \geq \frac{m}{x+4y}$ 恒成立, 那么实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 4]$ B. $(8, +\infty)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, 8]$

8、如果数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{n^2 + \lambda}{n}$ ($n \in N^*$) 是递增数列, 则实数 λ 的取值范围是 ()

- A. $\lambda < 0$ B. $\lambda > 2$ C. $\lambda < 0$ 或 $\lambda > 2$ D. $\lambda < 2$

9、已知点 $P(x, y)$ 在直线 $3x + 2y - 2 = 0$ 上运动, 设 $z = x \cdot y$, 则下列结论正确的是 ()

A. 当且仅当 $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{2}$ 时, z 的最大值为 $\frac{1}{6}$

B. 当且仅当 $x = 3, y = 2$ 时, z 的最大值为 6

C. 当且仅当 $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{2}$ 时, z 的最小值为 $\frac{1}{6}$

D. 当且仅当 $x = 3, y = 2$ 时, z 的最小值为 6

10、等比数列的首项为 -1 , 前 n 项和为 S_n , 若 $\frac{S_6}{S_3} = \frac{7}{8}$, 则 S_8 等于 ()

- A. $-\frac{255}{256}$ B. $-\frac{85}{128}$ C. $\frac{255}{256}$ D. $\frac{85}{128}$

11、不等式 $x - (m^2 - 2m - 3)y + 6 > 0$ 表示的平面区域是以直线 $x - (m^2 - 2m - 3)y + 6 = 0$ 为界的上下两个平面区域中的下方 (不包括边界), 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $[-1, 3]$ B. $(-\infty, -1] \cup [3, +\infty)$ C. $(-1, 3)$ D. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$

12、“实数 $m < -\frac{12}{5}$ ” 是 “方程 $(3m+7)x^2 + (3m+4)y^2 = 5m+12$ 表示的曲线是椭圆” 的 ()

- A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
C. 充要条件 D. 既不充分、又不必要条件

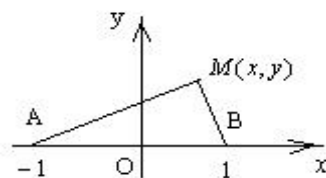
二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分。共 16 分。请把正确答案填在题目后面的横

线上.

13、如图， MA 和 MB 分别是动点 $M(x, y)$ 与两定点

$A(-1, 0)$ 、 $B(1, 0)$ 的连线，则使 $\angle AMB$ 为直角的动

点 M 的轨迹方程为_____。



14、已知 $\triangle ABC$ 中， $\sin A : \sin B : \sin C = 4 : 5 : 6$ ，以 A, B 为焦点，且经过点 C 的椭圆的离心率为_____。

15、在一次利用电子邮件传播病毒的事例中，如果第一轮感染的计算机数是 15 台，并且从第一轮开始，以后各轮的每一台计算机都会感染下一轮的 16 台计算机，那么到第 5 轮后，被感染的计算机共有_____台。

16、下列命题：① $\forall a \in R$ ，函数 $y = a^x$ 是单调函数； ② $\exists x \in R, x^2 - 2x - 3 = 0$ ；

③ $\forall x, y \in R$ ，如果 $\sqrt{x} + |y| = 0$ ，则 $(x = 0) \wedge (y = 0)$ ；

④ $\exists x \in \{\text{四边形}\}$ ， $(x \in \{\text{菱形}\}) \vee (x \in \{\text{矩形}\})$ 。

其中正确命题的序号为_____。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分。解答应写出文字说明。证明过程或演算步骤。

17、(本小题满分 12 分) 设 $a \in R$ ，且 $a \leq 0$ ，解关于 x 的不等式 $\frac{a \cdot x^2 - (a^2 + 1) \cdot x + a}{x^2 - 1} > 0$ 。

18、(本小题满分 12 分) 已知 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列，且 a_1, a_3, a_2 成等差数列。

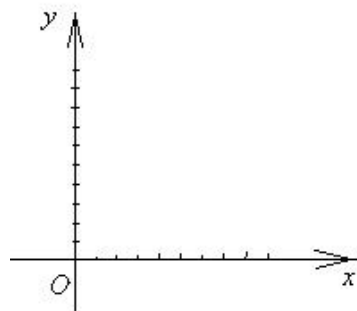
(1) 求 q 的值；

(2) 设 $\{b_n\}$ 是以 2 为首项， q 为公差的等差数列，其前 n 项和为 S_n ，当 $n \geq 2$ 时，比较 S_n 与 b_n 的大小，并说明理由。

19、(本小题满分 12 分) 某运输公司有 7 辆可载 6 吨的 A 型卡车与 4 辆可载 10 吨的 B 型卡车，有 9 名驾驶员。建筑某大厦时，此公司承包了每天至少搬运 360 吨水泥的任务。已知每辆卡车每天的往返次数为 A 型卡车 8 次，B 型卡车 6 次，每辆卡车每天的成本费为 A 型卡车 160 元，B 型卡车 252 元。问每天派出两种型号的卡车各多少辆，公司所花的成本费最低？最低为多少元。(请根据题意，在下面的横线处按要求填上恰当的关系式或数值)

解：设每天派出 x 辆 A 型卡车， y 辆 B 型卡车，
公司所花成本 $z =$ _____，
由题意的线性约束条件为

$\left\{ \right.$



作出线性约束条件对应的平面区域如右图（用阴影表示）由图可知目标函数取得最小值的点为 _____，所以最小值 $z_{\min} =$ _____（元）

答： _____。

20、（本小题满分 12 分） 已知数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和为 S_n ，且 a_n 是 S_n 与 2 的等差中项，数列 $\{b_n\}$ 中， $b_1 = 1$ ，点 $P(b_n, b_{n+1})$ 在直线 $x - y + 2 = 0$ 上。

（1）求数列 $\{a_n\}$ 和 $\{b_n\}$ 的通项公式。

（2）设 $T_n = \frac{b_1}{a_1} + \frac{b_2}{a_2} + \cdots + \frac{b_n}{a_n}$ ，若对一切正整数 n ， $T_n < c (c \in \mathbb{Z})$ 恒成立，求 c 的最小值。

21、（本小题满分 12 分）已知二次函数 $f(x) = x^2 + x$ ，若不等式 $f(x) + f(-x) \leq 2|x|$ 的解集为 C ；

（1）求集合 C ；

（2）记 $f(x)$ 在 C 上的值域为 A ，若 $g(x) = x^2 - 2tx + t$ ， $x \in [0, 1]$ 的值域为 B ，且 $A \subseteq B$ ，求实数 t 的取值范围。

22.（本小题满分 14 分）

设 $x, y \in \mathbb{R}$ ， $\vec{i}$ 、 $\vec{j}$ 为直角坐标平面内 x 、 y 轴正方向上的单位向量，即

$\vec{i} = (1, 0), \vec{j} = (0, 1)$ ，若向量 $\vec{a} = x \cdot \vec{i} + (y + 2) \cdot \vec{j}, \vec{b} = x \cdot \vec{i} + (y - 2) \cdot \vec{j}$ ，且 $|\vec{a}| + |\vec{b}| = 8$ 。

（1）求点 $M(x, y)$ 的轨迹 C 的方程；

（2）过点 $(0, 3)$ 作直线 l 与曲线 C 交于 A 、 B 两点，设 $\vec{OP} = \vec{OA} + \vec{OB}$ ，是否存在这样的直线 l ，使得四边形 $OAPB$ 是矩形？若存在，求出直线 l 的方程；若不存在，请说明理由。