

# 2008-2009 学年度上学期期中考试高二数学(文科)试卷

## 第 I 卷 (客观题 共 60 分)

一、选择题: 本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 满分 60 分. 在每个小题给出的四个选项中只有一个是正确的.

1. 已知数列  $\{a_n\}$  是等差数列, 且  $a_4 + a_7 = 16$ ,  $a_1 = 1$  则  $a_{10}$  的值是 ( )  
A.15                      B.30                      C.31                      D.64
2. 不等式  $\frac{2-x}{x+1} \geq 0$  的解集是 ( )  
A.  $(-\infty, -1) \cup (-1, 2]$                       B.  $[-1, 2]$   
C.  $(-\infty, -1) \cup [2, +\infty)$                       D.  $(-1, 2]$
3.  $\frac{b}{a} = \frac{c}{b}$  是  $a, b, c$  为等比数列的 ( ) 条件.  
A.充分不必要              B.必要不充分              C.充分必要              D.既不充分也不必要
4. 已知  $a, b \in R^+$ , 且  $a+b=2$ , 则  $\frac{1}{a} + \frac{2}{b}$  的最小值是 ( )  
A.3                      B.  $2\sqrt{2}$                       C.  $\frac{3}{2} + \sqrt{2}$                       D.  $\frac{11}{4}$
5. 各项都为正数的等比数列  $\{a_n\}$  中,  $a_1 = 2$ , 前三项和为 26, 则  $a_3 + a_4 + a_5$  等于 ( )  
A.208                      B.234                      C.256                      D.260
6. “ $x \neq 3$  或  $x \neq 5$ ” 是 “ $x + y \neq 8$ ” 的 ( ) 条件.  
A.充分不必要              B.必要不充分              C.充要              D.既不充分也不必要
7. 已知集合  $P = \{x | x \in N \text{ 且 } 1 \leq x \leq 10\}$ ,  $Q = \{x \in R | x^2 - x - 12 < 0\}$ , 则  $P \cap Q =$  ( )  
A.  $\{2, 3\}$                       B.  $\{2, 3, 4\}$                       C.  $\{1, 2, 3\}$                       D.  $\{1, 2, 3, 4\}$
8. 已知  $a \in R, b \in R$ , 且  $a \neq b$ , 在 ①  $a^2 + 3ab > 2b^2$ ; ②  $a^5 + b^5 > a^3b^2 + a^2b^3$ ; ③  $a^2 + b^2 \geq 2(a-b-1)$ ; ④  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} > 2$ . 四个式子中恒成立的有 ( ) 个.  
A.0                      B.1                      C.2                      D.3

9. 如果命题“ $p$ 或 $q$ ”是真命题，则在下列结论中正确的结论个数为（ ）

①命题“ $p$ 且 $q$ ”是真命题；②命题“ $\neg p$ 且 $\neg q$ ”是假命题；③命题“ $\neg p$ 或 $\neg q$ ”是真命题；④命题“ $\neg p$ 或 $\neg q$ ”是假命题；

A.1                                      B.2                                      C.3                                      D.4

10. 等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1 + a_3 + a_5 = 9$ ， $a_6 = 9$ ，则这个数列的前8项和等于（ ）

A.42                                      B.48                                      C.54                                      D.56

11. 若 $1 < \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ，则下列结论中不正确的是（ ）

A.  $\log_a b > \log_b a$                                       B.  $\log_a b + \log_b a > 2$

C.  $(\log_b a)^2 < 1$                                       D.  $|\log_a b| + |\log_b a| > |\log_a b + \log_b a|$

12. 气象学院用3.2万元买了一台天文观测仪，已知这台观测仪从启用的第一天起连续使用，每天都要维护修缮，第 $n$ 天的维修保养费为 $\frac{n+49}{10}$  ( $n \in N^*$ )元，使用它直至报废最合算（是指使用这台仪器的平均耗资最少），则这台观测仪的使用天数是（ ）

A.400                                      B.600                                      C.800                                      D.900

## 第 II 卷（主观题 共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，满分 16 分。

13. 等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_2 = 2$ ， $a_6 = 32$ ，则 $a_4 =$ \_\_\_\_\_.

14. 已知 $x$ 、 $y$ 满足约束条件
$$\begin{cases} x, y \in N^* \\ 2x + 3y \geq 9 \\ 5x - 11y + 22 \geq 0 \\ 3x \leq 16 \end{cases}$$
，则 $z = 2x + 2y$ 的最大值是\_\_\_\_\_.

15. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项和 $S_n = 3n^2 - 2n + 1$ ，则通项公式

$a_n =$ \_\_\_\_\_.

16. 已知命题  $p$ : “ $\forall x \in R, \exists m \in R$  使  $x^2 - 2x + m = 0$ ”, 若命题  $\neg p$  是假命题, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

三、解答题: 本大题共六小题, 共 74 分, 解答应写出必要的文字说明或演算步骤

17. (本小题满分 12 分)

数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和为  $S_n$ , 且  $a_1 = 1$ , 且  $a_{n+1} = \frac{1}{3}S_n$ , 求:

(1) 求  $a_2, a_3, a_4$  的值及数列  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求  $a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n}$  的值.

18. (本小题满分 12 分)

关于  $x$  的不等式  $x^2 + (1-a)x - a < 0$  的解集为  $P$ , 不等式  $|x-1| \leq 1$  的解集为  $Q$ .

(1) 若  $a = 3$ , 求集合  $P$ , 并且指出集合  $P$ 、 $Q$  的关系;

(2) 若  $P \cap Q \neq \Phi$  且  $P \cap Q \neq Q$ , 求实数  $a$  的取值范围.

19. (本小题满分 12 分)

已知正项等比数列  $\{a_n\}$  的首项  $a_1 = \frac{1}{2}$ , 前  $n$  项和为  $S_n$ , 且

$$2^{10}S_{30} - (2^{10} + 1)S_{20} + S_{10} = 0$$

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式;

(2) 求数列  $\{nS_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

20. (本小题满分 12 分)

某渔业公司年初用 98 万购买一艘捕鱼船, 第一年渔船各种费用 12 万元, 以后每年都比上一年增加 4 万元, 每年捕鱼收入 50 万元.

(1) 若一直使用该渔船, 从第几年开始获利?

(2) 若干年后有两种处理方案: ①年平均获利最大时以 26 万出售该渔船; ②总纯收入获利最大时以 8 万元出售该渔船. 问: 哪种方案最合算?

21. (本小题满分 12 分)

将数列  $\{a_n\}$  中的所有项按每一行比上一行多一项的规则排成如下数表.

记表中第一列数:  $a_1, a_2, a_4, a_7, \dots$  构成的数列为  $\{b_n\}$ ,  $b_1 = a_1 = 1$ .

$S_n$  为数列  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和, 且满足:  $\frac{2b_n}{b_n S_n - S_n^2} = 1$  ( $n \geq 2$ ).

- (1) 求证数列  $\{\frac{1}{S_n}\}$  成等差数列, 并求数列  $\{b_n\}$  的通项公式;
- (2) 在表中从第三行起, 每一行从左至右成等比数列, 且公比为同一个正数, 当  $a_{81} = -\frac{4}{91}$  时, 求表中第  $k$  ( $k \geq 3$ ) 行所有项的和.

$a_1$   
 $a_2 \quad a_3$   
 $a_4 \quad a_5 \quad a_6$   
 $a_7 \quad a_8 \quad a_9 \quad a_{10}$   
.....

22. (本小题满分 14 分)

已知二次函数  $f(x)$  满足  $f(-1) = 0$ , 且  $x \leq f(x) \leq \frac{x^2 + 1}{2}$  对  $\forall x \in R$  恒成立.

(1) 求  $f(1)$ .

(2) 求  $f(x)$  的解析表达式

(3) 求证:  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{f(i)} > \frac{2n}{n+2} \quad n \in N_+$