2007--2008 学年度上学期期中考试

高二理科　数学试卷参考答案

一、选择题：

01-05:C,C,D,D,C；　06-10:A,B,B,B,A；　11-12:A,A.

二、填空题：

13. $\{x\mid\sqrt{ab}<x<\frac{a+b}{2}\}$；　14. $1:1:1$ 或 $(-2):1:4$；　15. $a=\frac{r\cdot(1+r)^n}{(1+r)^n-1}\cdot A$；

16. (a) $3\cdot 2^{n-1}-2$；(b) $3\cdot 2^{n-1}-n-1$；(c) $n2^{n-1}$.

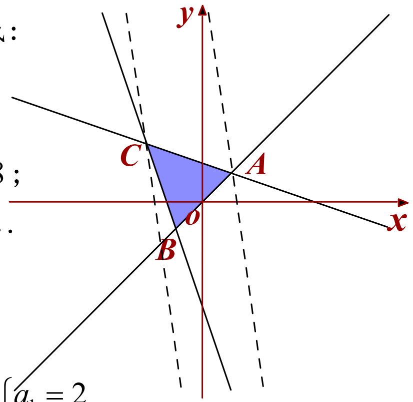
三、解答题：

17.

计算过程 (主要算式与结果)	$AB=AB'+B'B$，$\frac{AB'}{B'C'}=\tan\alpha$，$\frac{B'C'}{\sin\gamma}=\frac{C'D'}{\sin(180^\circ-\beta-\gamma)}$，……6 分 $\therefore AB=\frac{\tan\alpha\cdot\sin\gamma}{\sin(180^\circ-\beta-\gamma)}\cdot C'D'+B'B$ ……………………………9 分 $\therefore AB=\frac{\tan 65^\circ\cdot\sin 77^\circ}{\sin 51^\circ}\cdot 112+1=300+1=301$ ………………12 分

说明：最终数据结果以301、302、303三个数据为正确答案，在公式正确的前提下给与满分，数据为30X的扣2分，其它数据扣3分.

18. 解：(Ⅰ)依题意可得不等式组表示的平面区域：



其中点 A 为 $(1,1)$，点 B 为 $(-1,-1)$，点 C 为 $(-2,2)$

…………………………………6 分

当 $x=1$，$y=1$ 时，z 取得最大值，此时 $z_{max}=8$；当 $x=-2$，$y=2$ 时，z 取得最小值，此时 $z_{min}=-12$.

……………………………10 分

(Ⅱ) z 的取值范围是 $[-8,+\infty)$. ………………12 分

19. 解：(Ⅰ)由题意得：$\begin{cases}5a_1+26d=88\\a_1+31d=95\end{cases}$　解得：$\begin{cases}a_1=2\\d=3\end{cases}$

即：$a_n=3n-1$ ($n\in N^*$) ………………………………………………………3 分

$\therefore b_n=2^{a_n}=2^{3n-1}$ ……………………………………………………………6 分

（Ⅱ）$c_n=(3n-1)2^{3n-1}=4\cdot(3n-1)\cdot 8^{n-1}$

$\because S_n=c_1+c_2+\cdots+c_{n-1}+c_n$

$\therefore S_n=4\cdot 2\cdot 1+4\cdot 5\cdot 8+\cdots+4\cdot(3n-4)\cdot 8^{n-2}+4\cdot(3n-1)\cdot 8^{n-1}$

$\therefore 8S_n=4\cdot 2\cdot 8+4\cdot 5\cdot 8^2+\cdots+4\cdot(3n-4)\cdot 8^{n-1}+4\cdot(3n-1)\cdot 8^n$

$\therefore -7S_n=4\cdot 2\cdot 1+4\cdot 3\cdot 8+\cdots+4\cdot 3\cdot 8^{n-1}-4\cdot(3n-1)\cdot 8^n$ ················9 分

$\therefore S_n=\frac{12n}{7}\cdot 8^n-\frac{40}{49}\cdot 8^n+\frac{40}{49}$ ·····································12 分

20. 解:（Ⅰ）设点 P 为 (x,y)，由题意得：$k_{AP}\cdot k_{A'P}=\frac{y}{x+a}\cdot\frac{y}{x-a}=-\frac{b^2}{a^2}$

$\therefore \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$，其中 $x\neq -a$ 且 $x\neq a$ ·····································4 分

（Ⅱ）设点 M 为 (x_M,y_M)，$\frac{{x_M}^2}{a^2}+\frac{{y_M}^2}{b^2}=1$，即 ${y_M}^2=\frac{b^2}{a^2}(a^2-{x_M}^2)$.

$\therefore$直线 AM 的方程为：$y=\frac{y_M}{x_M+a}(x+a)$，点 M_1 为 $(0,\frac{ay_M}{x_M+a})$ ············6 分

直线 $A'M$ 的方程为：$y=\frac{y_M}{x_M-a}(x-a)$，点 M_2 为 $(0,-\frac{ay_M}{x_M-a})$ ·········8 分

$\therefore |OM_1|\cdot|OM_2|=|\frac{ay_M}{x_M+a}|\cdot|-\frac{ay_M}{x_M-a}|=|\frac{a^2{y_M}^2}{{x_M}^2-a^2}|=b^2$ ··············10 分

（Ⅲ）$|ON_1|\cdot|ON_2|=a^2$. ···12 分

21. 解:（Ⅰ）$T_a=\frac{N\cdot t_1+N\cdot t_2+N\cdot t_3+N\cdot t_4+N\cdot t_5}{N+N+N+N+N}=\frac{t_1+t_2+t_3+t_4+t_5}{5}$ ······3 分

$T_b=\frac{M+M+M+M+M}{\frac{M}{t_1}+\frac{M}{t_2}+\frac{M}{t_3}+\frac{M}{t_4}+\frac{M}{t_5}}=\frac{5}{\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5}}$ ················6 分

（Ⅱ）$T_a-T_b=\frac{t_1+t_2+t_3+t_4+t_5}{5}-\frac{5}{\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5}}$

$$=\frac{(t_1+t_2+t_3+t_4+t_5)(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5})-25}{5(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5})}$$

$\because (t_1+t_2+t_3+t_4+t_5)(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5})=5+(\frac{t_2}{t_1}+\frac{t_1}{t_2})+(\frac{t_3}{t_1}+\frac{t_1}{t_3})+(\frac{t_4}{t_1}+\frac{t_1}{t_4})$

$+(\frac{t_5}{t_1}+\frac{t_1}{t_5})+(\frac{t_3}{t_2}+\frac{t_2}{t_3})+(\frac{t_4}{t_2}+\frac{t_2}{t_4})+(\frac{t_5}{t_2}+\frac{t_2}{t_5})+(\frac{t_4}{t_3}+\frac{t_3}{t_4})+(\frac{t_5}{t_3}+\frac{t_3}{t_5})+(\frac{t_5}{t_4}+\frac{t_4}{t_5})$

……………………………10 分

$\therefore (t_1+t_2+t_3+t_4+t_5)(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}+\frac{1}{t_3}+\frac{1}{t_4}+\frac{1}{t_5})\ge 5+2\cdot 10=25$

（当且仅当 $t_1=t_2=t_3=t_4=t_5$ 时等号成立）

$\therefore T_a-T_b\ge 0$（当且仅当 $t_1=t_2=t_3=t_4=t_5$ 时等号成立）

即：$T_a\ge T_b$（当且仅当 $t_1=t_2=t_3=t_4=t_5$ 时等号成立）……………………12 分

22. 解：（Ⅰ）$\because na_{n+1}=S_n+n(n+1)$，$(n-1)a_n=S_{n-1}+(n-1)n$，（其中 $n\ge 2$）

$\therefore na_{n+1}-(n-1)a_n=S_n+n(n+1)-S_{n-1}-n(n-1)$，（其中 $n\ge 2$）

$\therefore a_{n+1}-a_n=2$，（其中 $n\ge 2$）…………………………………………2 分

又 $\because$ 当 $n=1$ 时，$a_2=S_1+2$ 即 $a_2-a_1=2$ ………………………………4 分

$\therefore$ 对于正整数 n 都有 $a_{n+1}-a_n=2$

$\therefore$ 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，$a_1=2$，公差 $d=2$，

$\therefore a_n=a_1+(n-1)d=2n$ ………………………………………………………6 分

（Ⅱ）$\because S_n=n(n+1)$ $\therefore b_n=\frac{S_n}{2^n}=\frac{n(n+1)}{2^n}$ ………………………………8 分

$\because$ 显然 $b_n>0$ $\therefore \frac{b_{n+1}}{b_n}=\frac{n+2}{2n}=\frac{1}{2}+\frac{1}{n}$

$\therefore b_1<b_2=b_3$，当 $n\ge 3$ 时，$b_{n+1}<b_n$

又 $\because b_1=1, b_2=b_3=\frac{3}{2}$ $\therefore b_1, b_2, b_3, \cdots, b_n, \cdots$ 的最大值是 $b_2=b_3=\frac{3}{2}$……10 分

$\because$ 对于一切正整数 n 都有 $b_n\le t$ $\therefore \frac{3}{2}\le t$ $\therefore t$ 的最小值是 $\frac{3}{2}$. ………12 分

（Ⅲ）$b_1=1, b_2=b_3=\frac{3}{2}, b_4=\frac{5}{4}, b_5=\frac{15}{16}$

又$\because \dfrac{b_{n+1}}{b_n}=\dfrac{n+2}{2n}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{n}$　　$\therefore$当$n\geq 4$时$\dfrac{b_{n+1}}{b_n}\leq\dfrac{3}{4}$

$\therefore \dfrac{b_n}{b_4}\leq(\dfrac{3}{4})^{n-4}$　　即$b_n\leq(\dfrac{3}{4})^{n-4}b_4$

$$\therefore T_n=b_1+b_2+b_3+b_4+b_5+b_6+\cdots+b_n$$

$$\leq b_1+b_2+b_3+b_4+(\frac{3}{4})b_4+(\frac{3}{4})^2b_4+\cdots+(\frac{3}{4})^{n-4}b_4$$

$$=1+\frac{3}{2}+\frac{3}{2}+\frac{\frac{5}{4}[1-(\frac{3}{4})^{n-3}]}{1-\frac{3}{4}}=4+5[1-(\frac{3}{4})^{n-3}]<9$$ ……………………14分