2018年高三年级第二次质量监测

文科数学

第Ⅰ卷（共60分）

一、选择题：本大题共12个小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 若集合 $A=\{x|x(x-1)<0\},B=\{y|y=x^2\}$，则（　　）

A． $A=B$　　　　B． $A\subseteq B$　　　　C. $A\cup B=R$　　　　D． $B\subseteq A$

2. i 为虚数单位，则复数 $\frac{2i}{1+i}=$（　　）

A． $1+i$　　　　B． $1-i$　　　　C． $-1+i$　　　　D． $-1-i$

3. 若 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y-1\geq 0,\\ x+2y-2\leq 0,\\ y\geq -1,\end{cases}$ 则 $z=2x+y$ 的最小值是（　　）

A．1　　　　B．3　　　　C．5　　　　D．7

4.已知 m,n 为两条不同的直线，α,β 为两个不同的平面，则下列命题中正确的是（　　）

A.若 $\alpha\perp\beta,m\perp\beta$，则 $m//\alpha$

B.若平面 α 内有不共线的三点到平面 β 的距离相等，则 $\alpha//\beta$

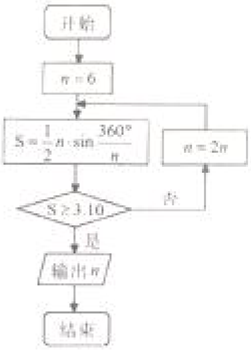
C.若 $m\perp\alpha,m\perp n$，则 $n//\alpha$

D.若 $m//n,n\perp\alpha$，则 $m\perp\alpha$

5.命题 p:若 $x<0$，则 $\ln(x+1)<0$；q 是 p 的逆命题，则（　　）

A． p 真，q 真　　　　B． p 真，q 假　　　　C． p 假，q 真　　　　D． p 假，q 假

6. 公元263年左右，我国数学家刘徽发现当圆内接正多边形的边数无限增加时，多边形面积可无限逼近圆的面积，并创立了“割圆术”。如图是利用刘徽的“割圆术”思想设计的一个程序框图，则输出的 n 值为（　　）（已知：$sin15°\approx 0.2588, sin7.5°\approx 0.1305$）



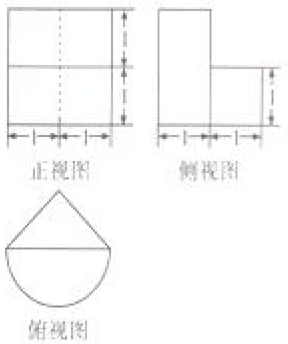
A．12　　B．20　　C．24　　D．48

7.已知函数$f\left(x\right)=\sin\left(2x+\varphi\right)\left(-\pi<\varphi<0\right)$，将$f\left(x\right)$的图象向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度后所得的函数图象经过点$\left(0,1\right)$，则函数$f\left(x\right)$（　　）

A.在区间$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上单调递减　　B. 在区间$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上单调递增

C.在区间$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上有最大值　　D. 在区间$\left(-\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}\right)$上有最小值

8.如图是某个几何体的三视图，俯视图是一个等腰直角三角形和一个半圆，则这个几何体的体积是（　　）

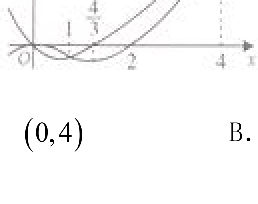


A．$2+\frac{\pi}{2}$　　B．$2+\frac{\pi}{3}$　　C. $4+\frac{\pi}{3}$　　D．$4+\frac{\pi}{2}$

9．已知边长为2的正方形$ABCD$的对角线交于点O，P是线段BC上一点，则$\overrightarrow{OP}\cdot\overrightarrow{CP}$的最小值为（　　）

A．-2　　B．$-\frac{1}{2}$　　C. $-\frac{1}{4}$　　D．2

10.已知函数$f\left(x\right)$与其导函数$f'\left(x\right)$的图象如图，则满足$f'\left(x\right)<f\left(x\right)$的$x$的取值范围为（　　）



A．$\left(0,4\right)$　　B．$\left(-\infty,0\right),\left(1,4\right)$　　C．$\left(0,\frac{4}{3}\right)$　　D．$\left(0,1\right),\left(4,+\infty\right)$

11. 已知点 P 是双曲线 $x^2-\frac{y^2}{4}=1$ 的渐近线上的动点，过点 P 作圆 $(x-5)^2+y^2=5$ 的两条切线，则两条切线夹角的最大值为（　　）

A．$90°$　　　B．$60°$　　　C. $45°$　　　D．$30°$

12. 已知函数 $f(x)=2^x-\frac{1}{2}(x<0)$ 与 $g(x)=\log_2(x+a)$ 的图象上存在关于 y 轴对称的点，则 a 的取值范围是（　　）

A. $(-\infty,-\sqrt{2})$　　　B. $(-\infty,\sqrt{2})$　　　C. $(-\infty,2\sqrt{2})$　　　D. $\left(-2\sqrt{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

第Ⅱ卷（共90分）

二、填空题（每题5分，满分20分，将答案填在答题纸上）

13. 某次考试有64名考生，随机编号为 $0,1,2,\cdots,63$，依编号顺序平均分成8组，组号依次为 $1,2,3,\cdots,8$．现用系统抽样方法抽取一个容量为8的样本，若在第一组中随机抽取的号码为5，则在第6组中抽取的号码为__________.

14. 已知函数 $f(x)=\begin{cases}\log_2(x+1),x>0,\\2f(x+1),x\le 0,\end{cases}$ 则 $f(-1)$ 的值为__________.

15. 已知 F 是椭圆 C 的一个焦点，B 是短轴的一个端点，线段 BF 的延长线交椭圆 C 于点 D，且 $\overrightarrow{BF}+2\overrightarrow{DF}=0$，则椭圆 C 的离心率为__________.

16. 在 ΔABC 中，$AB=AC$，D 为 AC 中点，$BD=1$，则 ΔABC 面积的最大值为__________.

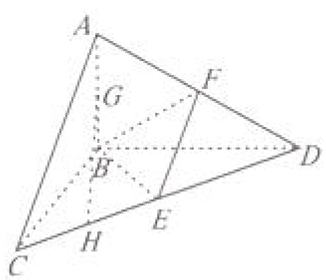
三、解答题 （本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17. 设数列 $\{a_n\}$ 是等差数列，数列 $\{b_n\}$ 是各项都为正数的等比数列，且 $a_1=1,b_1=2,a_3+b_3=11$，$a_5+b_5=37$.

（1）求数列 $\{a_n\}$，$\{b_n\}$ 的通项公式；

（2）设 $c_n=a_n\cdot b_n$，数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和为 T_n，求证：$T_n\le n^2\cdot 2^{n-1}+2$.

18. 如图，在三棱锥 $A-BCD$ 中，$AB\perp$ 平面 $BCD,BC\perp BD$，E,F,G 分别是 CD,AD,AB 的中点，H 是 CE 的中点.



（1）求证：$HG//$平面BEF；

（2）若$BC=BD=2AB$，求三棱锥$G-BEF$的体积.

19. 近年来，我国电子商务蓬勃发展，有关部门推出了针对网购平台的商品和服务的评价系统，从该系统中随机选出100名交易者，并对其交易评价进行了统计，网购者对商品的满意率为0.6，对服务的满意率为0.75，其中对商品和服务都满意的有40人.

（1）根据已知条件完成下面的2×2列联表，并回答能否有99%的把握认为“网购者对服务满意与对商品满意之间有关”？

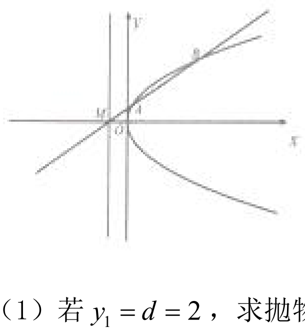
	对服务满意	对服务不满意	合计
对商品满意	40		
对商品不满意			
合计			100

（2）若对商品和服务都不满意者的集合为Ω. 已知Ω中有2名男性，现从Ω中任取2人调查其意见. 求取到的2人恰好是一男一女的概率.

附：$K^2=\dfrac{n\left(ad-bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}$（其中$n=a+b+c+d$为样本容量）

$p\left(K^2\geq k_0\right)$	0.150	0.100	0.050	0.025	0.010
k	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635

20. 如图，抛物线$y^2=2px\left(p>0\right)$的准线与x轴交于点M，过点M的直线与抛物线交于A,B两点，设$A\left(x_1,y_1\right)\left(y_1>0\right)$到准线的距离$d=\lambda p$.



（1）若$y_1=d=2$，求抛物线的标准方程；

（2）若$2\overrightarrow{AM}+\lambda\overrightarrow{AB}=0$，求直线$AB$的斜率.

21. 已知$f\left(x\right)=\left(ax-1\right)e^x+x^2$.

（1）当 $a=1$ 时，讨论函数 $f(x)$ 的零点个数，并说明理由；

（2）若 $x=0$ 是 $f(x)$ 的极值点，证明 $f(x)\ge \ln(ax-1)+x^2+x+1$.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.

22.选修 4-4：坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中，曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases} x=\sqrt{3}\cos\theta, \\ y=\sin\theta, \end{cases}$ 以 O 为极点，x 轴的非负半轴为极轴建立极坐标系，直线 l 的极坐标方程为 $\theta=\dfrac{\pi}{3}(\rho\in R)$.

（1）写出曲线 C 的普通方程及直线 l 的直角坐标方程；

（2）过点 M 且平行于直线 l 的直线与曲线 C 交于 A,B 两点，若 $|MA|\cdot|MB|=2$，证明点 M 在一个椭圆上.

23.选修 4-5：不等式选讲

设函数 $f(x)=|x-a|+|2x+4|-3(a\ne -2)$.

（1）试比较 $f(a)$ 与 $f(-2)$ 的大小；

（2）若函数 $f(x)$ 的图象与 x 轴能围成一个三角形，求实数 a 的取值范围.

试卷答案

一、选择题

1-5: BAADC　　6-10: CBACD　　11、12：BB

二、填空题

13. 45　　14. 4　　15. $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　16. $\dfrac{2}{3}$

三、解答题

17. （1）设数列 $\{a_n\}$ 的公差为 d，数列 $\{b_n\}$ 的公比为 q，依题意有 $\begin{cases} 2d+2q^2=10 \\ 4d+2q^4=36 \end{cases}$,

解得，$\begin{cases} d=1 \\ q^2=4 \end{cases}$，又 $b_n>0$，$\therefore q=2$，

于是 $a_n=a_1+(n-1)d=n$， $b_n=b_1q^{n-1}=2^n$

（2）易知 $c_n=n\cdot 2^n$

$\therefore T_n=1\times 2+2\times 2^2+3\times 2^3+\cdots+n\cdot 2^n$，

$2T_n=1\times 2^2+2\times 2^3+3\times 2^4+\cdots+(n-1)\cdot 2^n+n\cdot 2^{n+1}$，

两式相减，得 $-T_n=2+2^2+2^3+\cdots+2^n-n\cdot 2^{n+1}=(1-n)\cdot 2^{n+1}-2$

$\therefore T_n=(n-1)\cdot 2^{n+1}+2$

$\because T_n-(n^2\cdot 2^{n-1}+2)=-2^{n-1}\cdot(n-2)^2\le 0$， $\therefore T_n\le n^2\cdot 2^{n-1}+2$.

18.（1）取 BC 中点 M，连结 GM,MH，$\because$ H 是 CE 的中点， $\therefore MH//BC$，

又 $\because$ E,F,G 分别是 CD,AD,AB 的中点, $\therefore MG//AC//EF$，

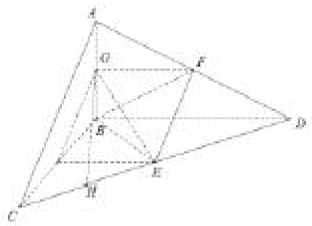
$\therefore$ 平面 $MHG//$ 平面 BEF，$\therefore HG//$ 平面 BEF.

（2）$\because HG//$ 平面 BEF， $\therefore V_{G-BEF}=V_{H-BEF}=V_{F-BHE}$，

又 $\because AB\perp$ 平面 BCD， $BC\perp BD$，

$BC=BD=2AB=2$，

$\therefore V_{F-BHE}=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}\times\sqrt{2}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{12}$.



19.（1）

	对服务满意	对服务不满意	合计
对商品满意		20	60
对商品不满意	35	5	40
合计	75	25	

$K^2=\frac{100(40\times 5-20\times 35)^2}{75\times 25\times 60\times 40}=\frac{50}{9}\approx 5.56<6.635$

∴没有99%的把握认为“网购者对服务满意与对商品满意之间有关”

（2）Ω 中有 2 男 3 女，记作 a_1,a_2,b_1,b_2,b_3，从中任取 2 人，有 $a_1a_2,a_1b_1,a_1b_2,a_1b_3,a_2b_1,a_2b_2,a_2b_3,b_1b_2,b_1b_3,b_2b_3$，

共 10 种情形，其中“一男一女”有 $a_1b_1,a_1b_2,a_1b_3,a_2b_1,a_2b_2,a_2b_3$，共 6 种情形，∴其概率为 $\frac{6}{10}=0.6$.

20.（1）∵ $x_1=\frac{y_1^2}{2p}=\frac{4}{2p}=\frac{2}{p}$，∴ $d=x_1+\frac{p}{2}=\frac{2}{p}+\frac{p}{2}=2$，∴ $p^2-4p+4=0$，得 $p=2$

∴抛物线为 $y^2=4x$；

（2）设 $B\left(x_2,y_2\right)$，由 $2\overrightarrow{AM}+\lambda\overrightarrow{AB}=0$ 得: $2\left(-\frac{p}{2}-x_1\right)+\frac{x_1+\frac{p}{2}}{p}\left(x_2-x_1\right)=0$

∴ $\left(x_1+\frac{p}{2}\right)+\left(\frac{x_2-x_1}{p}-2\right)=0$，则 $x_2-x_1=2p$

设直线 AB 的方程为 $y=k\left(x+\frac{p}{2}\right)$，由 $\begin{cases} y^2=2px \\ y=k\left(x+\frac{p}{2}\right) \end{cases}$，得 $k^2\left(x^2+px+\frac{p^2}{4}\right)-2px=0$，

即 $k^2x^2+\left(k^2p-2p\right)x+\frac{k^2p^2}{4}=0$，∴ $x_1+x_2=-\frac{k^2p-2p}{k^2},x_1x_2=\frac{p^2}{4}$，

∴ $x_2-x_1=\sqrt{\left(x_1+x_2\right)^2-4x_1x_2}=\sqrt{\frac{4p^2\left(1-k^2\right)}{k^4}}=2p$，整理得 $k^4+k^2-1=0$，

∴ $k^2=\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$，∴ $k=\pm\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$，依题意 $k>0$，∴ $k=\sqrt{\frac{-1+\sqrt{5}}{2}}$.

21.（1）当 $a=1$ 时，$f\left(x\right)=\left(x-1\right)e^x+x^2$，

$f\left(-2\right)=4-\frac{3}{e^2}>0$，$f\left(0\right)=-1<0$，$f\left(1\right)=1>0$，

$f'\left(x\right)=x\left(e^x+2\right)>0\Leftrightarrow x>0$，$f'\left(x\right)<0\Leftrightarrow x<0$，

∴ $f\left(x\right)$ 在 $\left(-\infty,0\right)$ 上递减，在 $\left(0,+\infty\right)$ 上递增，∴ $f\left(x\right)$ 恒有两个零点；

（2）∵ $f'\left(x\right)=e^x\left(ax-1+a\right)+2x$，∵ $x=0$ 是 $f\left(x\right)$ 的极值点，

∴ $f'\left(0\right)=a-1=0\Rightarrow a=1$；∴ $f\left(x\right)=\left(x-1\right)e^x+x^2$

故要证：$\left(x-1\right)e^x\geq\ln\left(x-1\right)+x+1$，令 $x-1=t$，即证 $te^{t+1}\geq\ln t+t+2$，

设 $h\left(x\right)=ex\cdot e^x-\ln x-x-2\left(x>0\right)$，即证 $h\left(x\right)\geq0$，

$h'(x)=e\cdot e^{x}(x+1)-\frac{1}{x}-1=e(x+1)\left(e^{x}-\frac{1}{ex}\right)$，

令$u(x)=e^{x}-\frac{1}{ex}$，$u'(x)=e^{x}+\frac{1}{ex^{2}}>0$，

∴$u(x)$在$(0,+\infty)$上递增，又$u(1)=e-\frac{1}{e}>0$，$u\left(e^{-2}\right)=e^{e^{-2}}-e<0$

故$u(x)=0$有唯一的根$x_0\in(0,1)$，$e^{x_0}=\frac{1}{ex_0}$，

当$0<x<x_0$时，$u(x)<0\Leftrightarrow h'(x)<0$，当$x>x_0$时，$u(x)>0\Leftrightarrow h'(x)>0$，

∴$h(x)\geq h(x_0)=ex_0\cdot e^{x_0}-\ln x_0-x_0-2=ex_0\cdot\frac{1}{ex_0}+\ln e^{x_0+1}-x_0-2=1+x_0+1-x_0-2=0$.

综上得证.

22.（1）$l:y=\sqrt{3}x$，$C:\frac{x^{2}}{3}+y^{2}=1$

（2）设过点$M(x_0,y_0)$与平行于直线l的直线的参数方程为$\begin{cases}x=x_0+\frac{1}{2}t\\ y=y_0+\frac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$（$t$为参数）

由$\left(x_0+\frac{1}{2}t\right)^{2}+3\left(y_0+\frac{\sqrt{3}}{2}t\right)^{2}=3$，得：$\frac{5}{2}t^{2}+\left(x_0+3\sqrt{3}y_0\right)t+x_0{}^{2}+3y_0{}^{2}-3=0$

∴$|MA|\cdot|MB|=|t_1t_2|=\frac{2\left|x_0{}^{2}+3y_0{}^{2}-3\right|}{5}=2$，得$x_0{}^{2}+3y_0{}^{2}=8$

即点M落在椭圆$x^{2}+3y^{2}=8$上.

23.（1）∵$f(a)-f(-2)=2|a+2|-|a+2|=|a+2|\geq 0$，而$a\neq -2$

∴$f(a)>f(-2)$；

（2）当$a>-2$时，$f(x)=\begin{cases}-3x+a-7(x<-2)\\ x+a+1(-2\leq x\leq a)\\ 3x-a+1(x>a)\end{cases}$，

∵$f(a)>f(-2)$，∴围成三角形$\Leftrightarrow\begin{cases}f(-2)=a-1<0\\ f(a)=2a+1\geq 0\end{cases}$，∴$-\frac{1}{2}\leq a<1$.

当$a<-2$时，$f(x)=\begin{cases}-3x+a-7(x<a)\\ -x-a-7(a\leq x\leq -2)\\ 3x-a+1(x>-2)\end{cases}$，同理得$-5<a\leq -\frac{7}{2}$，

综上所述$a\in\left(-5,-\frac{7}{2}\right]\cup\left[-\frac{1}{2},1\right)$.