

高一年级数学科试卷

第一卷（选择题 共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合要求的。

1、若集合 $A = \{y | y^2 + y > 0, y \in R\}$, $B = \{y | y = \sin x, x \in R\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. R B. $(0, 1]$ C. $(-\infty, 1]$ D. ϕ

2、已知 $\overrightarrow{AB} = (2, 5), \overrightarrow{AC} = (3, 4), \overrightarrow{AD} = (1, 6)$ 且 $\overrightarrow{AC} = \alpha \overrightarrow{AB} + \beta \overrightarrow{AD}$, 则()

- A、 $\alpha + \beta = -1$ B、 $\alpha + \beta = 0$ C、 $\alpha + \beta = 1$ D、 $\alpha + \beta = 2$

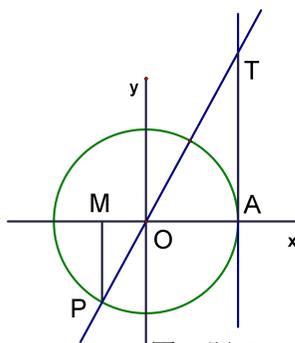
3、从 1250 个编号中要抽取 50 个号码入样，若采用系统抽样方法抽取，则分段间隔应为 ()

- A. 1250 B. 50 C. 25 D. 26

4、如图， $\overline{MP}, \overline{OM}, \overline{AT}$ 分别是 240° 角的正弦线、

余弦线、正切线，则其数量一定有 ()

- A、 $MP < OM < AT$ B、 $OM < MP < AT$
C、 $AT < OM < MP$ D、 $OM < AT < MP$



(图 4 题)

5、已知函数 $f(x) = \sin(x - \varphi) + \cos(x - \varphi)$ 为奇函数，则 φ 的一个取值是()

- A、0 B、 π C、 $\frac{\pi}{2}$ D、 $\frac{\pi}{4}$

6、阅读右边的语句，则语句的输出为 $s =$ ()

- A、25 B、7 C、13 D、17

```

s=0;
for i=1:2:10
    if i>5
        s=s+i;
    else
        s=s-i;
    end
end
s
    
```

(图 6 题)

7、设 A, B, C, D 是空间内不共面的四点，且满足 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} = 0$,

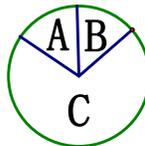
$\overline{AB} \cdot \overline{AD} = 0$ ，则 $\triangle ABC$ 是 ()

A、钝角三角形 B、锐角三角形 C、直角三角形 D、任意三角形

8、某校毕业生毕业后有回家待业，上大学和补习三种方式，现取一个样本调查如图所示。

若该校每个学生上大学的概率为 $\frac{4}{5}$ ，则每个学生补习的概率为 ()

A、 $\frac{1}{10}$ B、 $\frac{2}{25}$ C、 $\frac{3}{25}$ D、 $\frac{1}{5}$



A. 补习
B. 回家待业8人
C. 上大学80人

9、判断下列命题真假，真命题个数有 () 个

① 用秦九韶算法计算多项式 $f(x) = 1 + 3x + 2x^2 + 4x^3 + 5x^4$ 在 $x = 0.3$ 的值时，共进行了 4 次乘法和 4 次加法。

② 在 $\triangle ABC$ 中，若 $a^2 \tan B = b^2 \tan A$ ，则 $\triangle ABC$ 是等腰或直角三角形。

③ 已知函数 $f(x) = \cos x \cdot \sin x$ ，若 $f(x_1) = -f(x_2)$ ，则 $x_1 = -x_2$ 。

④ 若存在实数 t_0 ，使得 $\vec{a} = t_0 \vec{b}$ ，则 $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ 。

A.4 B.3 C.2 D.1

10、函数 $f(x) = \cos(x - \frac{\pi}{2}) + 2|\sin(\pi + x)|$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图像与直线 $y = k$ 有且仅有两个不同交点，则 k 的取值范围是 ()

A、 $(-1, 3)$ B、 $(-1, 0) \cup (0, 3)$ C、 $(0, 1)$ D、 $(1, 3)$

11、从 $M = \{(x, y) \mid |x - 2| + |y - 2| \leq 2, x, y \in R\}$ ，内任取一点，该点到原点的距离不超过 2 的概率是 ()

A、 $\frac{\pi - 2}{8}$ B、 $\frac{\pi - 2}{4}$ C、 $\frac{\pi - 2}{16}$ D、 $\frac{1}{4}$

12、已知 $0 < 2\alpha < 90^\circ < \beta < 180^\circ$, $a = (\sin \alpha)^{\cos \beta}$, $b = (\cos \alpha)^{\sin \beta}$, $c = (\cos \alpha)^{\cos \beta}$,

则 a 、 b 、 c 大小关系是 ()

A、 $a > c > b$ B、 $a > b > c$ C、 $b > a > c$ D、 $c > a > b$

第二卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分。请把答案填在题中横线上

13、 $\tan 300^\circ + \frac{\cos 405^\circ}{\sin 495^\circ} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

14、若函数 $f(x) = \sin \omega x + \sqrt{3} \cos \omega x \quad x \in R$ ，又 $f(\alpha) = -2$ ， $f(\beta) = 0$ ，且 $|\alpha - \beta|$ 的最小值等于 $\frac{3\pi}{4}$ ，则正数 ω 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15、某单位为了了解用电量 y 度与气温 $x^\circ C$ 之间的关系，随机统计了某 4 天的用电量与当天气温，并制作了对照表：

气温 ($^\circ C$)	18	13	10	-1
用电量 (度)	24	34	38	64

由表中数据得线性回归方程 $\hat{y} = bx + a$ 中, $b = -2$ ，预测当气温为 $-4^\circ C$ 时，用电量的度数约为 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

16、设 D 、 P 为 $\triangle ABC$ 内的两点，且满足 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ ， $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{5}\overrightarrow{BC}$ ，则

$$\frac{S_{\triangle APD}}{S_{\triangle ABC}} = \underline{\hspace{2cm}}。$$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17、(本小题满分 12 分) 已知 $\tan \theta$ 和 $\tan(\frac{\pi}{4} - \theta)$ 是关于 x 的一元二次方程

$$x^2 - kx + 2k - 5 = 0 \text{ 的两个根，其中 } \theta \in (0, \frac{\pi}{2})$$

(1) 求 k 的值及方程的两个根；

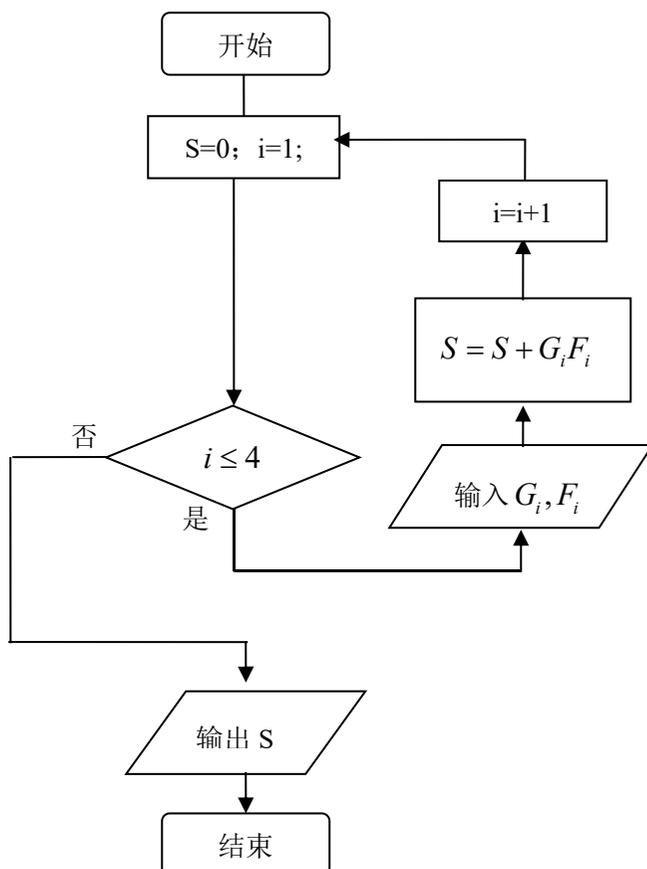
(2) 求 $\frac{5 \sin^2 \frac{\theta}{2} + 8 \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} + 11 \cos^2 \frac{\theta}{2} - 8}{\sqrt{2} \sin(\theta - \frac{\pi}{4})}$ 的值。

18、(本小题满分 12 分) 为了让学生更多的了解“数学史”知识，某中学举办了一次“追寻先哲的足迹，倾听数学的声音”的数学史知识竞赛活动，共有 800 名学生参加了

这次竞赛，为了解本次竞赛的成绩情况，从中抽取了部分学生的成绩（得分均为整数，满分为 100 分）进行统计。请你根据频率分布表，解答下列问题：

序号 (i)	分组 (分数)	组中值 (G_i)	频数 (人数)	频率 (F_i)
1	[60,70)	65	①	0.16
2	[70,80)	75	22	②
3	[80,90)	85	14	0.28
4	[90,100)	95	③	④
合计			50	1

- 填充频率分布表中的空格（在解答中直接写出对应空格序号的答案）；
- 为鼓励更多的学生了解“数学史”知识，成绩不低于 80 分的学生能获奖，那么可以估计在参加的 800 名学生中大概有多少同学获奖？
- 在上述统计数据的分析中有一项计算见算法流程图，求输出 S 的值。



19、(本小题满分 12 分) 已知向量 $\vec{a} = (2\cos\frac{x}{2}, 1+\tan^2x)$ $\vec{b} = (\sqrt{2}\sin(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}), \cos^2x)$ 令

$$f(x) = \vec{a} \cdot \vec{b}$$

(1) 求 $f(x)$ 在 $[0, \frac{\pi}{2})$ 上的单调增区间;

(2) 若 $f(\alpha) = \frac{5}{2}$, $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, 求 $f(-\alpha)$ 的值。

20、(本小题满分 12 分) 一个均匀的正四面体, 四个面上分别标有数字 1、2、3、4, 现将四面体随机地抛掷两次。

(1) 若记每个四面体朝下的面上的数字分别为 x, y , 求点 (x, y) 恰好在直线

$x - y - 1 = 0$ 上的概率;

(2) 若记每个四面体能看到的三个面上的数字之和分别为 a, b ,

求 $a + b \geq 15$ 的概率。

21、(本小题满分 12 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 三内角 A, B, C 的对边分别是 a, b, c , 其中

$$c = 10, \text{ 且 } \frac{\sin(A-B)}{\sin(A+B)} = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2} = -\frac{7}{25}.$$

- (1) 判断 $\triangle ABC$ 的形状;
- (2) 若 $\triangle ABC$ 外接圆为 $\odot O$, 点 P 位于劣弧 \widehat{AC} 上, $\angle PAB = 60^\circ$, 求四边形 $ABCP$ 的面积。

22、(本小题满分 14 分) 已知 $f(x)$ 是定义在 R 上以 2 为周期的函数, 对 $k \in Z$, 用 I_k 表

示区间 $(2k-1, 2k+1]$ 。已知当 $x \in I_0$ 时, $f(x) = \sin^2 x$ 。

(1) 求 $f(x)$ 在 I_k 上的解析表达式;

(2) 当 $x \in \left[2, 2 + \frac{\pi}{4}\right]$ 时, 令 $g(x) = f(x) + (2a-1)\sqrt{f(x)} + a^2 + \frac{1}{4}$

求 $g(x)$ 的最大值与最小值 (用 a 表示) 并写出对应的 x 值。