

2016—2017 学年第二学期

一、填空题：本大题共 14 小题，每小题 5 分，共 70 分。只要求写出结果，不必写出计算和推理过程。请把答案写在答题卡相应位置上。

1. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\frac{\sin^2 A + \sin^2 B}{\sin^2 C} = 1$ ，则角 $C =$ _____.

2. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_3 = 17$ ，公差 $d = -2$ ，则 $a_{10} =$ _____.

3. 已知三个数 5， x ，125 成等比数列，则实数 $x =$ _____.

4. 在 $\triangle ABC$ 中， $A = 60^\circ$ ， $b = 1$ ， $S_{\triangle} = \sqrt{3}$ ，则 $a =$ _____.

5. 在 $\triangle ABC$ 中， $(a+b+c)(a-b+c) = ac$ ，则 $B =$ _____.

6. 某厂去年的产值为 1，若计划在今后 6 年内每年的产值比上年增长 10%，则从今年开始到第 5 年底，这个厂的总产值为_____（已知 $1.1^6 \approx 1.77$ ）

7. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $2a = b + c$ ， $\sin^2 A = \sin B \sin C$ ，则 $\triangle ABC$ 的形状为_____.

8. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中， $a_4 = 9$ ，则前 7 项和 $S_7 =$ _____.

9. 若等差数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} + a_n = 4n$ ，则其前 n 项和 $S_n =$ _____.

10. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_6 = 2$ ，公比 $q > 0$ ，则 $\log_2 a_1 + \log_2 a_2 + \cdots + \log_2 a_{11} =$ _____.

11. 已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ ，其前 n 项和为 S_n ，若 a_1, a_3, a_4 成等比数列，则 $\frac{S_3 - S_2}{S_5 - S_3}$

的值为_____.

12. 在 $\triangle ABC$ 中，角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c ，若 $a = 3$ ， $c = 1$ ， $\sin 2A = \sin C$ ，

则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_{n+1} = a_n(1 - a_{n+1}), a_1 = 1$, 数列 $\{b_n\}$ 满足: $b_n = a_n \cdot a_{n+1}$, 则数列 $\{b_n\}$ 的前 10 项的和 $S_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 已知 $a_n = 3^n$, $b_n = 3n$, $n \in \mathbf{N}^*$, 对于每一个 $k \in \mathbf{N}^*$, 在 a_k 与 a_{k+1} 之间插入 b_k 个 3 得到一个数列 $\{c_n\}$. 设 T_n 是数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和, 则所有满足 $T_m = 3c_{m+1}$ 的正整数 m 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、解答题: 本大题共 6 小题, 共计 90 分. 请在答题卡指定区域内作答, 解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c . 已知 $b \cos C + c \cos B = 2a \cos A$.

(1) 求 A 的大小;

(2) 若 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = \sqrt{3}$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.

16. (本小题满分 14 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = 2^{n+2} - 4$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设等差数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_7 = a_3$, $b_{15} = a_4$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n .

17. (本小题满分 14 分)

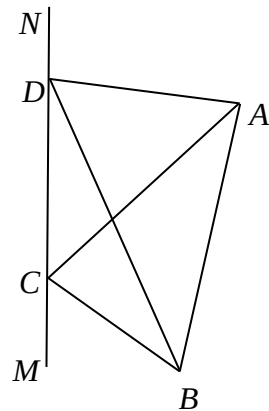
有 4 个数，其中前三个数成等差数列，后 3 个数成等比数列，并且第 1 个数与第 4 个数的和是 16，第 2 个数与第 3 个数的和是 12，求这 4 个数.

18. (本小题满分 16 分)

如图，为对某失事客轮 AB 进行有效援助，现分别在河岸 MN 选择两处 C 、 D 用强光柱进行辅助照明，其中 A 、 B 、 C 、 D 在同一平面内. 现测得 CD 长为 100 米， $\angle ADN = 105^\circ$ ， $\angle BDM = 30^\circ$ ， $\angle ACN = 45^\circ$ ， $\angle BCM = 60^\circ$.

(1) 求 $\triangle BCD$ 的面积；

(2) 求船 AB 的长.

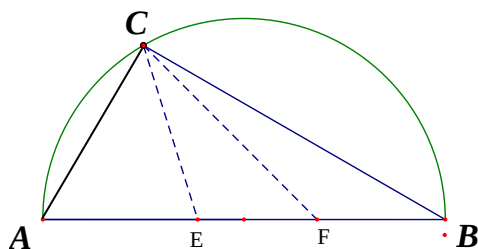


19. (本小题满分 16 分)

如图, 有一直径为 8 的半圆形, 半圆周上有一点 C 满足 $\angle ABC = \frac{\pi}{6}$, 动点 E, F 在直径 AB 上, 满足 $\angle ECF = \frac{\pi}{6}$,

(1) 若 $CE = \sqrt{13}$, 求 AE 的长;

(2) 设 $\angle ACE = \alpha$, 求三角形 $\triangle ECF$ 面积的最大值.



20. (本小题满分 16 分)

已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $S_3 = a_4 + 4$, 且 a_2, a_6, a_{18} 成等比数列.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{a_n}{2^n}$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n ;

(3) 设 $c_n = \sqrt{S_n + t}$, 若 $\{c_n\}$ 为等差数列, 求实数 t 的值.