

高二理科数学试卷

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

A. $4x - y - 3 = 0$

B. $x - 4y + 3 = 0$

C. $4x + y - 5 = 0$

D. $x + 4y - 5 = 0$

8. 某种商品准备降价，有四种降价方案：①先降价 $m\%$ ，再降价 $n\%$ ；②先降价 $n\%$ ，再降价 $m\%$ ；③先降价 $\frac{m+n}{2}\%$ ，再降价 $\frac{m+n}{2}\%$ ；④一次性降价 $(m+n)\%$ 。其中 $0 < m < n < 50$ 。则四种降价方案中，降价最少的方案是（ ）

A. ① B. ② C. ③ D. ④

9. 设直线 $x = \frac{a^2}{c}$ 与双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的两条渐近线相交于 A, B 两点，双曲线的右焦点为 F ，以 AB 为直径的圆恰过点 F ，则该双曲线的离心率为（ ）

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{3}$ C. 2 D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

10. 若等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，其前 n 项之和为 S ，前 n 项之积为 P ，前 n 项的倒数之和为 M ，则（ ）

A. $P = \frac{S}{M}$ B. $P > \frac{S}{M}$ C. $P^2 = (\frac{S}{M})^n$ D. $P^2 > (\frac{S}{M})^n$

11. 设直线 $l: 2x + y - 2 = 0$ 与椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 的交点为 A, B ，点 P 是椭圆上的动点，

使 ΔPAB 面积为 $\frac{1}{3}$ 的点 P 的个数为（ ）

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

12. 数列 $\{a_n\}$ 满足： $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + 2 (n \in \mathbb{N}^*)$ ，其前 n 项之和为 S_n 。若不等式 $S_n + 2 \geq \lambda a_n$ 对任意的正整数 n 恒成立，则 λ 的取值范围是（ ）

A. $(-\infty, \frac{1}{2}]$ B. $[\frac{11}{5}, +\infty)$ C. $(-\infty, 2]$ D. $(-\infty, 3]$

第II卷 （非选择题 满分 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.把答案填写在答题纸相应位置上.

13. 若双曲线 $x^2 + ky^2 = 1$ 的离心率是 2，则实数 k 的值是_____

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = \frac{1}{3}S_n (n \in N^*)$. 则 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n =$ _____

15. 已知 x, y 满足 $\begin{cases} y - 2 \leq 0, \\ x + 3 \geq 0, \\ x - y - 1 \leq 0, \end{cases}$ 则 $\frac{x + 2y - 6}{x - 4}$ 的取值范围是_____

16. 设实数 a, b, c 均大于 0, $\frac{bc}{a}, \frac{ac}{b}, \frac{ab}{c}$ 成等差数列，则下列关系一定成立的是_____

① $a^2 \leq b^2 \leq c^2$ ② $b^2 \leq ac$ ③ $b^2 \leq \frac{a^2 + c^2}{2}$ ④ $b \leq \frac{a + c}{2}$

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. （本题满分 10 分）

设命题 $p: \frac{3}{2c^2 - 3c - 2} \geq 0$ ，命题 q ：当 $x \in [\frac{1}{2}, 2]$ 时，函数 $f(x) = x + \frac{1}{x} > \frac{1}{c}$ 恒成立. 如果 p 或 q 为真命题， p 且 q 为假命题，求 c 的取值范围.

18. （本题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 是公比为 q 的等比数列， S_n 为其前 n 项和，且 S_4, S_{10}, S_7 成等差数列.

（I）求证： a_2, a_8, a_5 也成等差数列；

（II）判断以 a_2, a_8, a_5 为前三项的等差数列的第四项是否也是数列 $\{a_n\}$ 中的一项？若是，

求出这一项；若不是，请说明理由。

19. （本题满分 12 分）

某厂生产一种仪器，由于受生产能力和技术水平的限制，会产生一些次品. 根据经验知道，该厂生产这种仪器，次品率 P 与日产量 x （件）之间大体满足关系：

$$P = \begin{cases} \frac{1}{96 - x} & (1 \leq x \leq 94, x \in N) \\ \frac{2}{3} & (x > 94, x \in N) \end{cases} \quad (\text{注：次品率 } P = \frac{\text{次品数}}{\text{生产量}}).$$

已知每生产一件合格品的仪器

可以盈利 A 元，但生产一件次品将亏损 $\frac{A}{2}$ 元. 故厂方希望定出合适的日产量.

- (I) 试将生产这种仪器每天的的盈利额 T (元) 表示为日产量 x (件) 的函数;
 (II) 当日产量为多少时, 可获得最大利润.

20. (本题满分 12 分)

已知直线 $y = kx + m$ ($m \neq 0$) 与椭圆 $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 交于 $P(x_1, y_1)$ 、 $Q(x_2, y_2)$ 两点, O 为坐标原点.

- (I) 求 ΔOPQ 面积的最大值;

- (II) 当 ΔOPQ 面积取得最大值时, 求 $x_1^2 + x_2^2$ 的值.

21. (本题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_{n+1} = a_n + n + \frac{1}{2} (n \in N^*)$.

- (I) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

- (II) 数列 $b_n = \frac{a_{n+1}}{n(n+1)2^n}$, 数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 求证: $\frac{5}{8} \leq S_n < 1$.

22. (本小题满分 12 分)

如图, 椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左顶点为 $A(-2, 0)$. 动直线 l 经过椭圆右焦点

$F(1, 0)$, 与椭圆 C 相交于两点, 按纵坐标坐标从大到小依次为 M, N .

- (I) 求椭圆 C 的方程;

- (II) 求 $\angle MAN$ 的最小值.

