2009-2010 高三上学期期末文科数学参考答案

一.选择题：ABCBD　ADBBC DA

二.填空题：(13)3，16，29. (14) 9.　　　　**(15)** -2.　　　　(16) 8000.

三.解答题：

17.解：（Ⅰ）依题意：$\dfrac{a-b}{b}=\dfrac{\sin A-\sin 2C}{\sin 2C}$

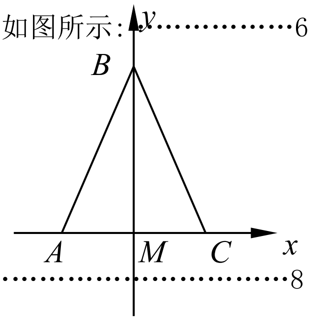
$\therefore \dfrac{a}{b}=\dfrac{\sin A}{\sin 2C}$ 即 $\dfrac{\sin A}{\sin B}=\dfrac{\sin A}{\sin 2C}$

$\because \sin A\neq 0$　$\therefore \sin B=\sin 2C$ ……………………………………………………2 分

即 $\sin(A+C)=\sin 2C$　$\therefore A=C$ 或 $A+C=\pi-2C$（舍）

$\therefore \Delta ABC$ 为等腰三角形 ……………………………………………………………4 分

（Ⅱ）设 M 为 AC 中点, 则 $|\overrightarrow{BM}|=1$ 建立平面直角坐标系如图所示: ……………6 分



设 $A(-t,0)$, $C(t,0)$, $B(0,1)$

则 $\overrightarrow{BA}=(-t,-1)$, $\overrightarrow{BC}=(t,-1)$

$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=1-t^2$ ……………………………………………………8 分

又 $\tan C=\dfrac{1}{t}>\tan\dfrac{\pi}{3}=\sqrt{3}$　$\therefore 0<t<\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ……………………………………10 分

$\therefore \overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=1-t^2\in(\dfrac{2}{3},1)$ ……………………………………………12 分

18．解：(Ⅰ)记 $S=$石头, $J=$剪子, $B=$布. 一切可能的结果组成的基本事件空间：

$\Omega=\{(S,S,S),(S,S,J),(S,S,B),(S,J,S),(S,J,J),(S,J,B),$
$(S,B,S),(S,B,J),(S,B,B),(J,S,S),(J,S,J),(J,S,B),$
$(J,J,S),(J,J,J),(J,J,B),(J,B,S),(J,B,J),(J,B,B),$
$(B,S,S),(B,S,J),(B,S,B),(B,J,S),(B,J,J),(B,J,B),$
$(B,B,S),(B,B,J),(B,B,B)\}$ ……………………………………………4 分

由 27 个基本事件组成．由于每一个基本事件被抽取的机会均等，因此这些基本事件的发生是等可能的．

用 M 表示“该局为有效局”这一事件，则

$M=\{(S,S,J),(S,S,B),(S,J,S),(S,J,J),(S,B,S),(S,B,B),$

(J,S,S),(J,S,J), (J,J,S),(J,J,B) ,(J,B,J),(J,B,B) ,

(B,S,S),(B,S,B) ,(B,J,J),(B,J,B) ,(B,B,S),(B,B,J) }

事件 M 由 18 个基本事件组成，

因而 $P(M)=\frac{18}{27}=\frac{2}{3}$. ……………………………………………………8 分

(Ⅱ)用 N 表示“一局游戏，就产生最终获胜者”这一事件，

由于 $N=\{(S,S,B),(S,J,J), (S,B,S),(J,S,J), (J,J,S),,(J,B,B),$

$(B,S,S),,(B,J,B),,(B,B,J)\}$

事件 N 有 9 个基本事件组成……………………………………………………………10 分

$\therefore P(N)=\frac{9}{27}=\frac{1}{3}$. ……………………………………………………………12 分

19.解(Ⅰ)∵M 为 AB 中点,D 为 PB 中点,∴MD//AP,

又∵MD$\not\subset$平面 ABC

∴DM//平面 APC ………………………………………………………………………3 分

(Ⅱ)∵△PMB 为正三角形,且 D 为 PB 中点　∴MD⊥PB。

又由(1)∴知 MD//AP,　∴AP⊥PB

又已知 AP⊥PC　　∴AP⊥平面 PBC,　∴AP⊥BC

又∵AC⊥BC　　∴BC⊥平面 APC,

∴平面 ABC⊥平面 PAC ……………………………………………………………6 分

(Ⅲ)∵AB=20　　∴MB=10　　∴PB=10

又 BC=4, $PC=\sqrt{100-16}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}.$

$\therefore S_{\Delta BDC}=\frac{1}{2}S_{\Delta PBC}=\frac{1}{4}PC\cdot BC=\frac{1}{4}\times4\times2\sqrt{21}=2\sqrt{21}.$

又 $MD=\frac{1}{2}AP=\frac{1}{2}\sqrt{20^2-10^2}=5\sqrt{3}.$

∴$V_{D-BCM}=V_{M-BCD}=\frac{1}{3}S_{\Delta BDC}\cdot DM=\frac{1}{3}\times2\sqrt{21}\times5\sqrt{3}=10\sqrt{7}$ ……………12 分

20. 解：(Ⅰ) $f(x)$ 的定义域为 $(0,+\infty)$, $f(x)$ 的导数 $f'(x)=1+\ln x$ ………… 2 分

令 $f'(x)>0$, 解得 $x>\frac{1}{e}$；令 $f'(x)<0$, 解得 $0<x<\frac{1}{e}$.

从而 $f(x)$ 在 $(0,\frac{1}{e})$ 单调递减, 在 $(\frac{1}{e},+\infty)$ 单调递增. ………………………4 分

所以, 当 $x=\frac{1}{e}$ 时, $f(x)$ 取得最小值 $-\frac{1}{e}$ ………………………………………6 分

（Ⅱ）**法一：** 令 $g(x)=f(x)-(ax-1)$，则 $g'(x)=f'(x)-a=1-a+\ln x$ ……8 分

① 若 $a\le 1$，当 $x>1$ 时，$g'(x)=1-a+\ln x>1-a\ge 0$，

故 $g(x)$ 在 $(1,\ +\infty)$ 上为增函数，

所以，$x\ge 1$ 时，$g(x)\ge g(1)=1-a\ge 0$，即 $f(x)\ge ax-1$．……………………10 分

② 若 $a>1$，方程 $g'(x)=0$ 的根为 $x_0=\mathrm{e}^{a-1}$，

此时，若 $x\in(1,\ x_0)$，则 $g'(x)<0$，故 $g(x)$ 在该区间为减函数．

所以，$x\in(1,x_0)$ 时，$g(x)<g(1)=1-a<0$，即 $f(x)<ax-1$，与题设 $f(x)\ge ax-1$ 相矛盾．

综上，满足条件的 a 的取值范围是 $(-\infty,1]$．……………………………………12 分

法二： 依题意，得 $f(x)\ge ax-1$ 在 $[1,+\infty)$ 上恒成立，

即不等式 $a\le \ln x+\dfrac{1}{x}$ 对于 $x\in[1,+\infty)$ 恒成立……………………………………8 分

令 $g(x)=\ln x+\dfrac{1}{x}$，　则 $g'(x)=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{1}{x}(1-\dfrac{1}{x})$ ……………………10 分

当 $x>1$ 时，因为 $g'(x)=\dfrac{1}{x}(1-\dfrac{1}{x})>0$，

故 $g(x)$ 是 $(1,+\infty)$ 上的增函数，　所以 $g(x)$ 的最小值 $g(1)=1$，

从而 a 的取值范 $(-\infty,1]$ ……………………………………………………12 分

21．证明：⑴当直线 AB 与 x 轴重合时，显然点 O 都在以 AB 为直径的圆内．……2 分

⑵当直线 AB 与 x 轴不重合时，设直线 AB 的方程为 $x=my+c$，点 A、B 为 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$

由$\begin{cases}\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1\\ x=my+c\end{cases}$ 得：$(b^2m^2+a^2)y^2+2b^2cmy-b^4=0$

$\Delta=(2b^2cm)^2+4(b^2m^2+a^2)b^4>0$

$\therefore y_1+y_2=-\dfrac{2b^2cm}{b^2m^2+a^2}$，$y_1y_2=-\dfrac{b^4}{b^2m^2+a^2}$ ······························6 分

$\therefore \overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2=(my_1+c)(my_2+c)+y_1y_2$

$=(m^2+1)y_1y_2+cm(y_1+y_2)+c^2$

$=(m^2+1)\cdot\dfrac{-b^4}{b^2m^2+a^2}+cm\cdot\dfrac{-2b^2cm}{b^2m^2+a^2}+c^2$

$=\dfrac{-b^2a^2m^2+a^2c^2-b^4}{b^2m^2+a^2}$

∴点O在以AB为直径的圆内的充分必要条件是

$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\dfrac{-b^2a^2m^2+a^2c^2-b^4}{b^2m^2+a^2}<0$对一切$m\in(-\infty,+\infty)$成立·········8 分

即$-b^2a^2m^2+a^2c^2-b^4<0$对一切$m\in(-\infty,+\infty)$成立

$\therefore a^2c^2-b^4<0$ ··10 分

而$\begin{cases}a^2c^2-b^4<0\\ 0<e<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^4-3a^2c^2+c^4>0\\ 0<e<1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}e^4-3e^2+1>0\\ 0<e<1\end{cases}\Leftrightarrow 0<e<\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ ··············12 分

$\therefore$当且仅当$0<e<\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$时，点$O$都在以$AB$为直径的圆内.

22. (Ⅰ)证明：连接 BE.

∵BC 为⊙O 的切线　　∴∠ABC＝90°

∵AB 为⊙O 的直径　　∴∠AEB＝90°　…………………………………………2 分

∴∠DBE＋∠OBE＝90°，∠AEO＋∠OEB＝90°

∵OB＝OE，∴∠OBE＝∠OEB　∴∠DBE＝∠AEO…………………………………4 分

∵∠AEO＝∠CED　　　∴∠CED＝∠CBE,

∵∠C＝∠C∴△CED∽△CBE　……………………………………………………6 分

∴ $\frac{CE}{CB}=\frac{CD}{CE}$　∴CE^2＝CD•CB

(Ⅱ)∵OB＝1,BC＝2　　∴OC＝$\sqrt{5}$

∴CE＝OC－OE＝$\sqrt{5}$－1……………………………………………………………8 分

由(Ⅰ)CE^2＝CD•CB　　得$(\sqrt{5}-1)^2$＝2CD

∴CD＝3－$\sqrt{5}$……………………………………………………………………10 分

23 解：曲线C_1的直角坐标方程为：$x^2+(y-2)^2=4$…………………………2 分

直线C_2普通方程为：$y=2x+3$…………………………………………………4 分

∴圆心到直线的距离为d，则$d=\frac{\sqrt{5}}{5}$………………………………………………6 分

∴$\frac{|AB|}{2}=\sqrt{R^2-d^2}=\sqrt{4-\frac{1}{5}}=\frac{\sqrt{95}}{5}$（$R$ 为圆的半径）……………………8 分

∴$|AB|=\frac{2\sqrt{95}}{5}$………………………………………………………………10 分

24.解：（Ⅰ）由$|a|-|b|\le|a+b|$取等号的条件可知，

若$f(x)=|2x-3|$，则$\begin{cases}(x-1)(x-2)\le 0\\ |x-1|\ge|x-2|\end{cases}$ ……………………………………2 分

解得：$\frac{3}{2}\le x\le 2$，x的取值范围是$[\frac{3}{2},2]$. ……………………………………4 分

（Ⅱ）（ⅰ）当$x<1$时，$f(x)=-1>\frac{1}{2}x-1$，解得$x<0$ ……………………………6 分

（ⅱ）当$1\le x\le 2$时，$f(x)=2x-3>\frac{1}{2}x-1$，解得$\frac{4}{3}<x\le 2$ ………………8 分

（ⅲ）当$x>2$时，$f(x)=1>\frac{1}{2}x-1$，解得$2<x<4$.

综上x的取值范围为$(-\infty,0)\cup(\frac{4}{3},4)$. ……………………………………10 分