

2017 年下学期高一年级数学试卷

一、选择题 (5 分 10=50 分)

- 1、已知全集 $U=\{1, 2, 3\}$ ，集合 $M=\{2\}$ ，则 $C_U M=$ ()
- A、 $\{1\}$ B、 $\{1, 2\}$ C、 $\{1, 3\}$ D、 $\{2, 3\}$
- 2、若 $\log_2(\lg x)=0$ ，则 x 的值为 ()
- A、0 B、1 C、10 D、100
- 3、函数 $f(x)=2^x-5$ 的零点在下列哪个区间内 ()
- A、(0,1) B、(1,2) C、(2,3) D、(3,4)
- 4、函数 $y=\lg(2-x)$ 的定义域为 ()
- A、 $(2, +\infty)$ B、 $(-\infty, 2)$ C、 \mathbb{R} D、 $(-\infty, 2]$
- 5、函数 $y=2^x, x \in [0, 2]$ 的值域是 ()
- A、 $[0, \frac{1}{4}]$ B、 $[0, 4]$ C、 $[1, 4]$ D、 $[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}]$
- 6、已知函数 $f(x)$ 为奇函数，且当 $x>0$ 时， $f(x)=x^2+\frac{1}{x}$ ，则 $f(-1)=($)
- A、-2 B、0 C、1 D、2
- 7、设 $a=3^{0.2}, b=3^{0.5}, c=\log_3 \frac{1}{3}$ 则 ()
- A、 $a<b<c$ B、 $a<c<b$ C、 $c<b<a$ D、 $c<a<b$
- 8、函数 $y=a^{2x-4}-2(a>0, a \neq 1)$ 恒过定点的坐标为 ()
- A、(0, 1) B、(2, -1) C、(3, -2) D (2, -2)
- 9、若方程 $|x^2-2x|=a$ 恰有四个实根，则实数 a 的取值范围为 ()
- A、(0,1) B、(0,2) C、(1,2) D、(-1,1)
- 10、设奇函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为增函数，且 $f(1)=0$ ，则不等式 $\frac{f(x)-f(-x)}{x} < 0$ 的解集为 ()
- A. $(-1,0) \cup (1, +\infty)$ B. $(-\infty, -1) \cup (0,1)$
- C. $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ D. $(-1,0) \cup (0,1)$

二、填空题 (4 分 5=20 分)

- 11、计算 $\lg 2 + \lg 50 =$ 。

12、若函数 $f(x) = \log_2 x + 1$ ，则 $f(8) =$ 。

13、已知函数 $f(x) = \begin{cases} 3^x, & x \leq 0, \\ \log_2 x, & x > 0, \end{cases}$ ，则 $f[f(\frac{1}{2})] =$ 。

14、已知函数 $f(x) = a - \frac{2}{2^x + 1}$ 为奇函数，则 $a =$ 。

15、函数 $y = \log_{0.5}(4 - x^2)$ 的单调递增区间为。

三、解答题（本大题共 6 小题，共 50 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤）

16、（8 分）已知 $A = \{x | 3 \leq x < 7\}$, $B = \{x | 2 < x < 10\}$ 。试求：

(1) $C_R A$ ；

(2) $(C_R A) \cap B$ 。

17、（8 分）已知幂函数 $f(x) = x^a$ 的图像过点 $(2, 4)$ ，。

(1) 求函数 $f(x)$ 的解析式；

(2) 设函数 $h(x) = 4f(x) - kx - 8$ 在 $[5, 8]$ 上是单调函数，求实数 k 的取值范围。

18、（8 分）已知函数 $f(x)$ 为 \mathbb{R} 上的奇函数，且当 $x > 0$ 时， $f(x) = x(1-x)$ 。

(1) 求 $f(0)$ 与 $f(-2)$ 的值；

(2) 求 $x < 0$ 时的表达式 $f(x)$ 。

19、(8分) 已知函数 $f(x) = \frac{4}{x} - x$ 。

(1) 求出函数 $f(x)$ 的零点；

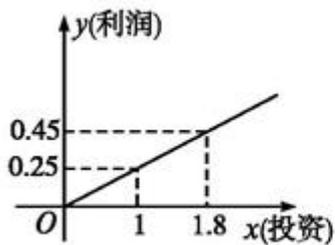
(2) 证明函数 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数。

20、(8分) 已知函数 $f(x) = x^2 + \frac{a}{x} (x \neq 0, a \in R)$

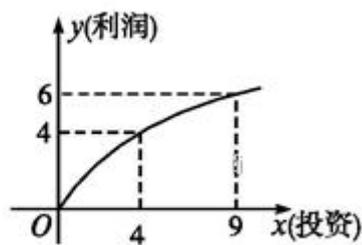
(1) 判断函数 $f(x)$ 的奇偶性；

(2) 若 $f(x)$ 在区间 $[2, +\infty)$ 是增函数，求实数 a 的取值范围。

21、(10分) 某企业生产A,B两种产品,根据市场调查与预测,A产品的利润与投资成正比,其关系如图①;B产品的利润与投资的算术平方根成正比,其关系如图②(注:利润和投资单位:万元).



图①



图②

- (1) 分别将A,B两种产品的利润表示为投资的函数关系式;
- (2) 已知该企业已筹集到18万元资金,并将全部投入到A,B两种产品的生产.
- ①若平均投入生产两种产品,可获得多少利润?
- ②问:如果你是厂长,怎样分配这18万元投资,才能使该企业获得最大利润?其最大利润约为多少万元?

参考答案:

1--5:C C C B C; 6--10:A D B A D

11、2; 12、4; 13、 $\frac{1}{3}$; 14、1; 15、 $[0, 2)$ (或 $(0, 2)$)

16、(1) $C_R A = \{x | x < 2 \text{ 或 } x \geq 7\}$ --- 4分

(2) $(C_R A) \cap B = \{x | 7 \leq x < 10\}$ --- 4分

17、(1) $f(2) = 2^\alpha = 4$ --- 2分

$\therefore \alpha = 2$ --- 3分

$\therefore f(x) = x^2$ --- 4分

(2) $h(x) = 4x^2 - kx - 8$, 对称轴为 $x = \frac{k}{8}$ ---5 分

当 $h(x)$ 在 $[5, 8]$ 上为增函数时, $\frac{k}{8} \leq 5 \Rightarrow k \leq 40$ ---6 分

当 $h(x)$ 在 $[5, 8]$ 上为减函数时, $\frac{k}{8} \geq 8 \Rightarrow k \geq 64$ ---7 分

所以 k 的取值范围为 $(-\infty, 40] \cup [64, +\infty)$ ---8 分

18、(1) $f(0) = 0$ ---2 分

$$\because f(2) = -2 \quad \text{---4 分}$$

$$\therefore f(-2) = 2$$

(2) $x < 0$ 时, $f(x) = -f(-x) = -[(-x)(1+x)] = x(1+x)$ ---8 分

19、(1) 由 $f(x) = 0$ 得 $\frac{4}{x} - x = 0 \therefore x^2 = 4 \therefore x = \pm 2$

所以 $f(x)$ 的零点为 $-2, 2$ ---3 分

(2) 设 x_1, x_2 是 $(0, +\infty)$ 上任意两个数, 且 $x_1 < x_2$ ---4 分

$$\text{则 } f(x_1) - f(x_2) = \left(\frac{4}{x_1} - 4\right) - \left(\frac{4}{x_2} - 4\right) = \frac{(x_1+x_2)(4+x_1x_2)}{x_1x_2} \quad \text{---5 分}$$

$$\because 0 < x_1 < x_2 \therefore x_2 - x_1 > 0, x_1x_2 > 0$$

$$\therefore 4 + x_1x_2 > 0 \quad \text{---6 分}$$

$$\therefore f(x_1) - f(x_2) > 0$$

$\therefore f(x_1) > f(x_2)$ ---7 分所以 $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上为减函数。 ---8 分

20(1) 当 $a=0$ 时, $f(x) = x^2$ 是偶函数

当 $a \neq 0$ 时 $f(x)$ 既不是奇函数也不是偶函数。 ---2 分

(2) 设 x_1, x_2 是 $[2, +\infty)$ 上任意两个数, 且 $x_1 < x_2$ ---3 分

$$\text{则 } f(x_1) - f(x_2) = \left(x_1^2 + \frac{a}{x_1}\right) - \left(x_2^2 + \frac{a}{x_2}\right) = \frac{(x_1-x_2)[(x_1+x_2)x_1x_2-a]}{x_1x_2} \quad \text{---4 分}$$

$$\because 2 \leq x_1 < x_2 \therefore x_1 - x_2 < 0, x_1x_2 > 4, x_1 + x_2 > 4$$

$$\therefore (x_1 + x_2)x_1x_2 > 16 \quad \text{---5 分}$$

又 $\because f(x)$ 在 $[2, +\infty)$ 上是增函数

$\therefore f(x_1) - f(x_2) < 0$ --- 6分

$\therefore (x_1 + x_2)x_1x_2 - a < 0$ 恒成立

即 $a < (x_1 + x_2)x_1x_2$ 恒成立 --- 7分

$\therefore a \leq 16$

综上, 实数 a 的取值范围是 $(-\infty, 16]$ --- 8分

21、(1) 设 A, B 两种都投资 x 万元 ($x \geq 0$), 所获利润分别为 $f(x)$ 万元, $g(x)$ 万元

由题意可设 $f(x) = k_1x, g(x) = k_2\sqrt{x}$

由图像可得 $f(x) = 0.25x, g(x) = 2\sqrt{x} (x \geq 0)$ --- 4分

(2) ① 由 (1) 的 $f(9) = 2.25, g(9) = 6$

所以总利润为 $y = 8.25$ 万元 --- 6分

② 设 B 产品投入 x 万元, A 产品投入 $(18-x)$ 万元, 该企业可获得利润为 y 万元

$$y = \frac{1}{4}(18-x) + 2\sqrt{x} (0 \leq x \leq 18) \text{ --- 7分}$$

$$\text{令 } \sqrt{x} = t, t \in [0, 3\sqrt{2}]$$

$$\text{则 } y = \frac{1}{4}(-t^2 + 8t + 18) = -\frac{1}{4}(t-4)^2 + \frac{17}{2} \text{ --- 8分}$$

则 $\therefore t = 4$ 时, $y_{\max} = 8.5$, 此时 $x = 16, 18 - x = 2$ --- 9分

所以当 A, B 两种产品分别投入 2 万元, 16 万元时,
可使该企业获得最大利润 8.5 万元。 --- 10分