

在 $Rt\triangle GED$ 中, $GD = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$ 9 分

在 $Rt\triangle OEG$ 中, $OE^2 = EG^2 + (OD - GD)^2 = 4^2 + (OE - 3)^2$.

$\therefore OE = \frac{25}{6}$.

$\therefore \odot O$ 的半径为 $\frac{25}{6}$ 10 分

五、解答题

24. (1) 如图①..... 2 分

(2) 猜想: $A''B'' \parallel AB$, 且 $A''B'' = AB$.

证明: $\because \triangle A'B'O'$ 与 $\triangle ABO$ 关于 y 轴对称 (其中

A 、 A' 重合, O 、 O' 重合).

$\therefore A'B' = AB$, $\angle A'B'O' = \angle ABO$ 3 分

同理 $A''B'' = AB'$, $\angle A''B''O'' = \angle A'B'O'$.

$\therefore A''B'' = AB$, $\angle A''B''O'' = \angle ABO$.

$\therefore A''B'' \parallel AB$, 且 $A''B'' = AB$ 4 分

(3) 当 $0 < t < \frac{3}{2}$ 时, 如图①, 设 $A''B''$ 与 AC 相交于点 M , $A''O''$ 与 AC 相交于点 N .

由 (2) 知 $\triangle MB''C \sim \triangle ABC$.

$\therefore \frac{S_{\triangle MB''C}}{S_{\triangle ABC}} = \left(\frac{B''C}{BC}\right)^2$ 5 分

由对称性知 $B''P = PB'$

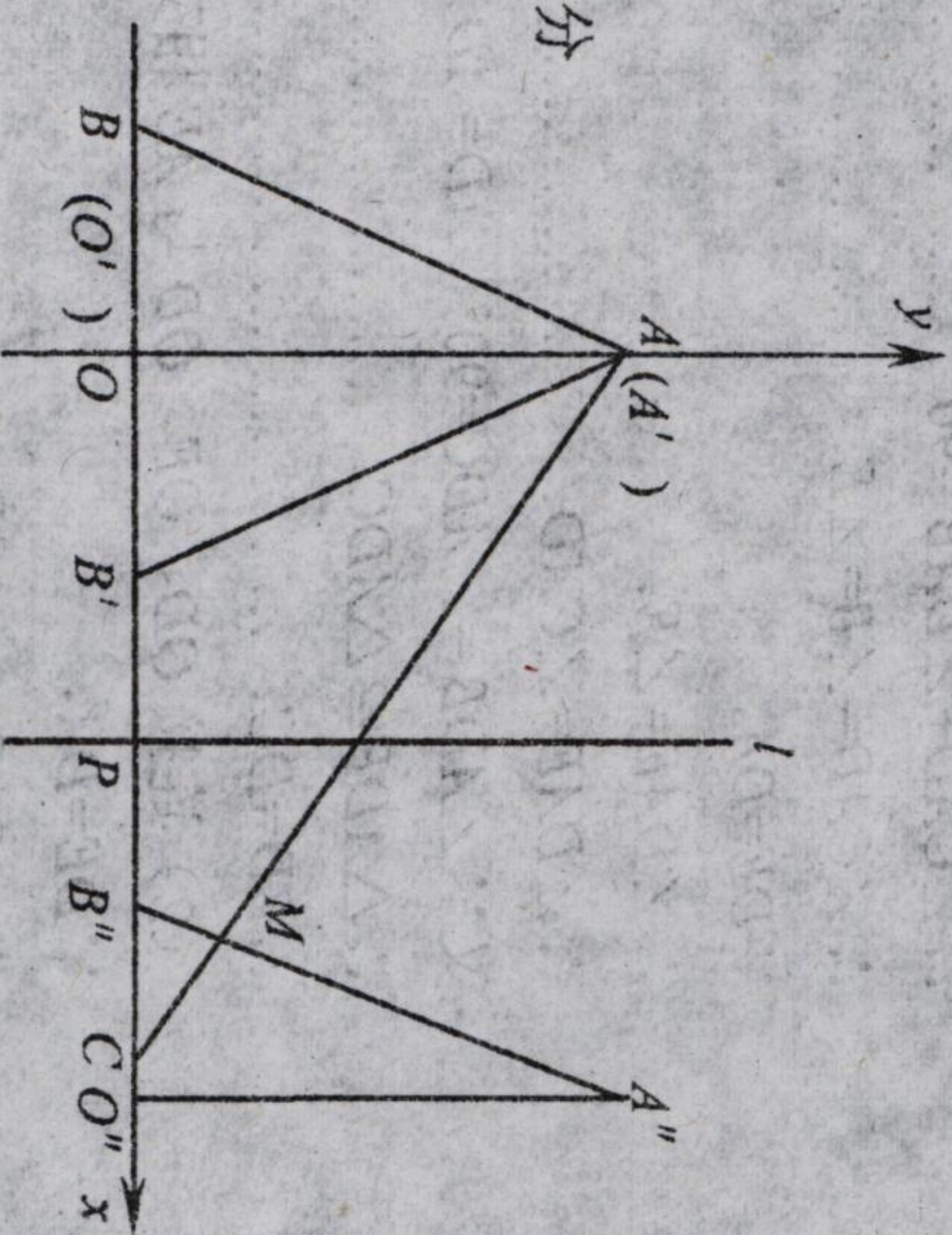
即 $t - x_B = 1 - t$, $x_B = 2t - 1$ 6 分

$S_{\triangle MB''C} = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \times \left(\frac{3 - (2t - 1)}{4}\right)^2 = (2 - t)^2$ 7 分

由 (2) 同理可知 $A''O'' \parallel AO$.

同理 $\frac{S_{\triangle A''O''C}}{S_{\triangle AOC}} = \left(\frac{O''C}{OC}\right)^2$.

$S_{\triangle A''O''C} = \frac{1}{2} \times 3 \times 2 \times \left(\frac{3 - 2t}{3}\right)^2 = \frac{(3 - 2t)^2}{3}$ 8 分



第 24 题图①

$S = S_{\triangle MB''C} - S_{\triangle A''O''C} = (2 - t)^2 - \left(\frac{3 - 2t}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}t^2 + 1$ 9 分

当 $\frac{3}{2} \leq t < 2$ 时, 如图②, $S = S_{\triangle MB''C} = (2 - t)^2 = t^2 - 4t + 4$;

综上, $S = \begin{cases} -\frac{1}{3}t^2 + 1(0 \leq t < \frac{3}{2}), \\ t^2 - 4t + 4(\frac{3}{2} \leq t < 2). \end{cases}$ 11 分

25. (1) 证明: $\because \angle ABE = \angle AEB$,

$\therefore AB = AE$.

$\therefore AG \perp BE$,

$\therefore BG = GE$ 1 分

(2) 猜想: $CD = DF$ 2 分

证明: 如图①, 作 $CP \perp BD$, 垂足为 P , 作 $FQ \perp BD$, 交 BD 延长线于点 Q .

$\because \angle ABC = \angle PBC + \angle ABG = 90^\circ = \angle PBC + \angle BCP$,

$\therefore \angle BCP = \angle ABG$.

又 $\because \angle BPC = \angle AGB = 90^\circ$, $BC = AB$,

$\therefore \triangle BCP \cong \triangle ABG$.

$\therefore CP = BG$ 3 分

同理 $FQ = GE$ 4 分

$\therefore CP = FQ$ 5 分

$\because \angle CDP = \angle FDQ$, $\angle DPC = \angle DQF = 90^\circ$,

$\therefore \triangle DPC \cong \triangle DQF$.

$\therefore CD = DF$ 6 分

(3) 如图②, 作 $CP \perp BD$, 垂足为 P , 连接 AF , 交 BD 于点 Q .

$\because \angle AED = 180^\circ - \angle AEB = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$, $\angle AEF = 90^\circ$,

$\therefore \angle AED = \angle FED = 45^\circ$ 7 分

$\therefore AE = EF$,

$\therefore EQ \perp AF$, $AQ = QF$ 9 分

$\therefore \angle DQF = \angle DPC = 90^\circ$.

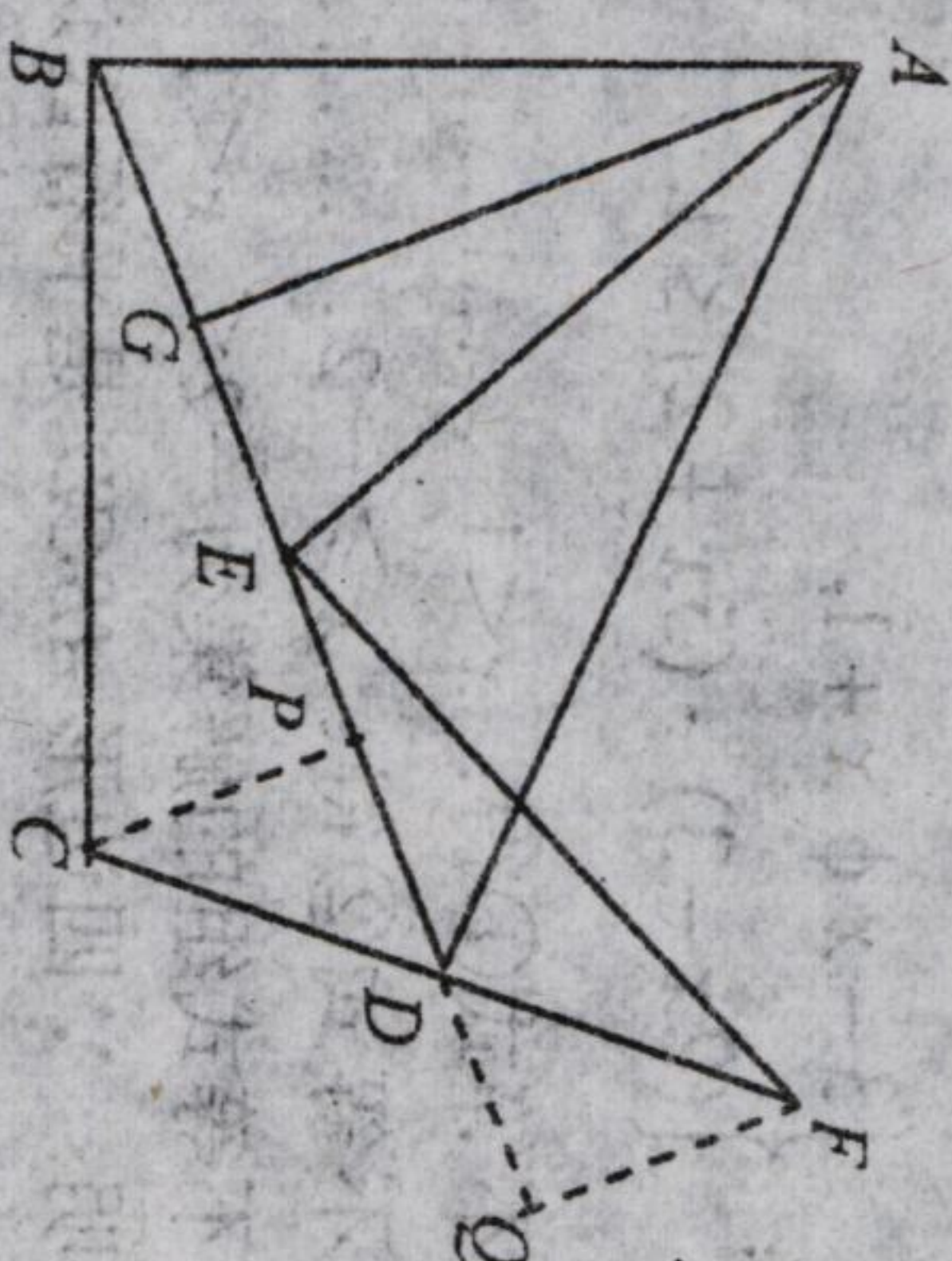
$\therefore QF \parallel PC$.

$\therefore \frac{DF}{DC} = \frac{QF}{PC}$ 10 分

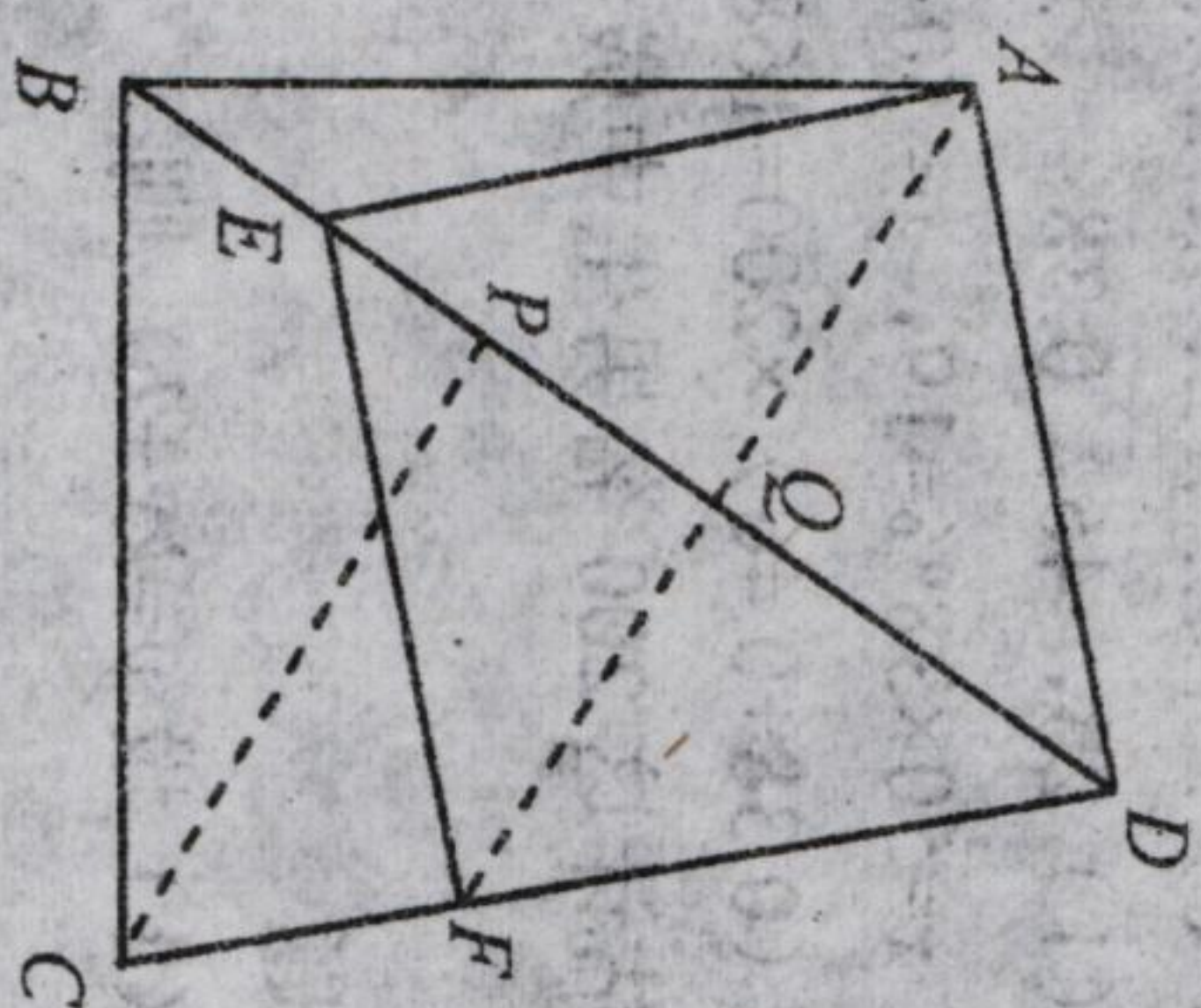
由 (2) 知, $CP = BQ$ 11 分

$\therefore \frac{DF}{DC} = \frac{AQ}{BQ} = \tan \angle ABE = \tan \alpha$.

$\therefore DF = \tan \alpha \cdot DC$ 12 分



第 25 题图①



第 25 题图②