2017届高三第一次教学质量检测

数学（文科）试卷

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,全卷满分150分,考试时间120分钟.

注意事项:

1.答题前,务必在试卷、答题卡规定的地方填写自己的姓名、座位号.

2.答第Ⅰ卷时,每小题选出答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.

3.答第Ⅱ卷时,必须使用0.5毫米的黑色墨水签字笔在答题卡上书写,要求字体工整、笔迹清晰.作图题可先用铅笔在答题卡规定的位置绘出,确认后再用0.5毫米的黑色墨水签字笔描清楚.必须在题号所指示的答题区域作答,超出答题区域书写的答案无效,在试题卷、草稿纸上答题无效.

4.考试结束,务必将试卷和答题卡一并上交.

第Ⅰ卷 选择题(满分60分)

一、选择题(本大题共12小题,每小题5分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.)

1.已知集合 $A=\{x\in N|x-2\leq 0\}$,集合 $B=\{x|x^2-x-2<0\}$,则 $A\cap B=$

A.$\{1,2\}$　　B.$\{0,1\}$　　C.$\{0,1,2\}$　　D.$\{-1,0,1,2\}$

2.已知复数 $z=\frac{i}{3+i}$,则复数z在复平面中对应的点在

A.第一象限　　B.第二象限　　C.第三象限　　D.第四象限

3.若双曲线 $\frac{x^2}{3}-y^2=1$ 的左焦点在抛物线 $y^2=2px$ 的准线上,则p的值为

A.8　　B.6　　C.4　　D.3

4.南北朝时期的数学家祖冲之,利用"割圆术"得出圆周率π的值在3.1415926与3.1415927之间,成为世界上第一个把圆周率的值精确到7位小数的人,他的这项伟大成就比外国数学家得出这样精确数值的时间,至少要早一千年,创造了当时世界上的最高水平.我们用概率模型方法估算圆周率,向正方形及其内切圆随机投掷豆子,在正方形中的80颗豆子中,落在圆内的有64颗,则估算圆周率的值为

A.3.1　　B.3.14　　C.3.15　　D.3.2

5.下列四个函数中，是奇函数且在区间(0,1)上为减函数的是

A.$y=-\frac{1}{x}$　　B.$y=x$　　C.$y=\log_2|x-1|$　　D.$y=-\sin x$

6.设数列$\{a_n\}$是单调递增的等差数列，$a_1=2$且a_1-1,a_3,a_5+5成等比数列，则$a_{2017}=$

A.1008　　B.1010　　C.2016　　D.2017

7.若变量x,y满足约束条件$\begin{cases}x\geqslant 1\\ y\geqslant x\\ 3x+2y\leqslant 15\end{cases}$，则$z=3x+y$的最大值为

A.4　　B.9　　C.12　　D.14

8.已知非零向量**a**、**b**满足**a**⊥**b**，$|\mathbf{a}-\mathbf{b}|=4|\mathbf{b}|$.设**b**与**b**−**a**的夹角为θ，则cosθ=

A.$\frac{1}{4}$　　B.$-\frac{1}{4}$

C.$\frac{\sqrt{15}}{4}$　　D.$-\frac{\sqrt{15}}{4}$

9.某几何体的三视图如图所示，则该几何体的表面积为

A.45　　B.$45+\frac{9\sqrt{2}}{2}$

C.$\frac{117}{2}$　　D.60

10.将函数$f(x)=2\sin x\cos x$的图像向左平移$\frac{\pi}{12}$个单位，再向上平移1个单位，得到g(x)的图像.若$f(x_1)g(x_2)=2$，则$|2x_1+x_2|$的最小值为

A.$\frac{\pi}{6}$　　B.$\frac{\pi}{3}$　　C.$\frac{\pi}{2}$　　D.$\frac{2\pi}{3}$

11.设数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n，已知$a_2=2,a_{n+2}+(-1)^{n-1}a_n=1$，则$S_{40}=$

A.260　　B.250　　C.240　　D.230

12.已知函数$f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+1(x\leqslant 0)\\ |\log_2 x| \quad (x>0)\end{cases}$，若方程$f(x)=k$有四个不同的实数根$x_1,x_2,x_3,x_4$，则$x_1+x_2+x_3+x_4$的取值范围是

A.$\left[0,\frac{1}{2}\right]$　　B.$[\frac{1}{2},\frac{9}{4})$　　C.$\left[\frac{1}{2},\frac{9}{4}\right]$　　D.$[\frac{9}{4},+\infty)$

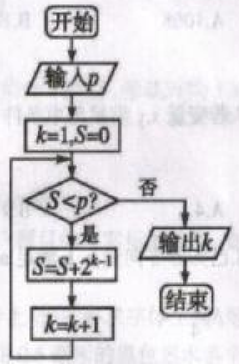
第Ⅱ卷(非选择题　共90分)

本卷包括必考题和选考题两部分。第13~21题为必考题，每个试题考生都必须作答。第22~23题为选考题，考生根据要求作答。

二、填空题：本题共4小题，每小题5分.

13.函数 $f(x)=\sin x+x-1$ 的图像在 $x=0$ 处的切线方程为________.

14.执行如图所示的程序框图，若输出的 $k=5$，则输入 p 的取值范围为________.



15.在三棱锥 A-BCD 中，$AB\perp$平面 BCD，$BC\perp CD$，$AB=BC=1$，$CD=\sqrt{7}$，则三棱锥 A-BCD 的外接球的体积为________.

16.已知函数 $f(x)=e^x+ax$，若当 $x\in(0,+\infty)$ 时，总有 $f(x)>1$，则实数 a 的取值范围为________.

三、解答题：解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17.(本小题满分12分)

设△ABC 内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c，且 $a=b\cos C+\sqrt{3}c\sin B$.

(Ⅰ)求 B 的大小；

(Ⅱ)若 $a=\sqrt{3}$，$c=2$，AC 边的中点为 D，求 BD 的长.

18.(本小题满分12分)

宿州市教体局为了了解2017届高三毕业生学生情况，利用分层抽样抽取50位学生数学学业水平测试成绩作调查，制作了成绩频率分布直方图，如图所示，其中成绩分组区间是：[40,50),[50,60),[60,70),[70,80),[80,90),[90,100].

(Ⅰ)求图中 x 的值；

(Ⅱ)根据直方图估计宿州市2017届高三毕业生数学学业水平测试成绩的平均分；

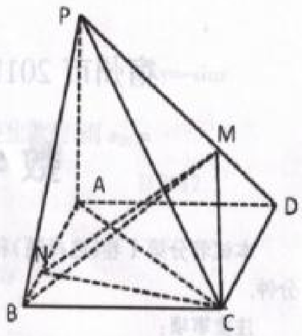
(Ⅲ)在抽取的50人中，从成绩在[50,60)和[90,100]的学生中随机选取2人，求这2人成绩差别不超过10分的概率.

19.(本小题满分 12 分)

如图，四棱锥 P-ABCD 中，底面 ABCD 为平行四边形，$PA\perp$底面 ABCD,且 $PA=AB=AC=2,BC=2\sqrt{2}$.

(Ⅰ)求证:平面 $PCD\perp$平面 PAC;

(Ⅱ)如果 M 是棱 PD 上的点,N 是棱 AB 上一点,$AN=2NB$,且三棱锥 N-BMC 的体积为$\frac{1}{6}$,求$\frac{PM}{MD}$的值.



20.(本小题满分 12 分)

设 F_1、F_2 分别是椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的左、右焦点,P 是椭圆 C 上的点,且$\overrightarrow{PF_2}\cdot\overrightarrow{F_1F_2}=0$,坐标原点 O 到直线 PF_1 的距离是$\frac{1}{3}|OF_2|$.

(Ⅰ)求椭圆 C 的离心率;

(Ⅱ)过椭圆 C 的上顶点 B 作斜率为 $k(k>0)$的直线 l 交椭圆 C 于另一点 M,点 N 在椭圆 C 上,且 $BM\perp BN$,求证:存在 $k\in\left[\frac{1}{4},\frac{1}{2}\right]$,使得$|BN|=2|BM|$.

21.(本小题满分 12 分)

已知函数 $f(x)=a\ln x+\frac{1}{x}$,$g(x)=bx$,$a,b\in R$.

(Ⅰ)讨论 f(x)的单调性;

(Ⅱ)对于任意 $a\in[0,1]$,任意 $x\in[2,e]$,总有 $f(x)\leq g(x)$,求 b 的取值范围.

请考生在第(22)、(23)题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题计分.

22.(本小题满分 10 分)选修 4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,曲线 $C_1:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\end{cases}$ (t 为参数,$t\in R$),曲线 $C_2:\begin{cases}x=2\cos\theta+2\\y=2\sin\theta\end{cases}$ (θ 为参数,$\theta\in[0,2\pi]$).

(Ⅰ)以 O 为极点,x 轴正半轴为极轴,取相同的长度单位建立极坐标系,求曲线 C_2 的极坐标方程;

(Ⅱ)若曲线 C_1 与曲线 C_2 相交于点 A、B,求$|AB|$.

23.(本小题满分 10 分)选修 4-5:不等式选讲

设函数 $f(x)=|x-2|+|x-a|$,$x\in R$.

(Ⅰ)求证:当 $a=-1$ 时,不等式 $\ln f(x)>1$ 成立;

(Ⅱ)关于 x 的不等式 $f(x)\geqslant a$ 在 R 上恒成立,求实数 a 的最大值.

2017 届高三第一次教学质量检测

数学（文科）试卷参考答案

一、选择题

(1) B	(2) A	(3) C	(4) D	(5) D	(6) B
(7) C	(8) A	(9) D	(10) B	(11) C	(12) B

二、填空题

（13）$y=2x-1$　（14）$(7,15]$　（15）$\frac{9\pi}{2}$　（16）$[-2,+\infty)$

三、解答题

（17）解：（Ⅰ）$\because a=b\cos C+\sqrt{3}c\sin B$

$\therefore \sin A=\sin B\cos C+\sqrt{3}\sin C\sin B$　…………………………2 分

$\therefore \sin(B+C)=\sin B\cos C+\sqrt{3}\sin C\sin B$

$\therefore \cos B\sin C=\sqrt{3}\sin C\sin B$　$\because \sin C\neq 0$

$\therefore \cos B=\sqrt{3}\sin B$　$\Rightarrow \tan B=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\because$B 是三角形的内角，$\therefore B=\frac{\pi}{6}$　…………6 分

（Ⅱ）$\because \overrightarrow{BD}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})$　$\therefore \overrightarrow{BD}^2=\frac{1}{4}(\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC})^2$

$\therefore \left|\overrightarrow{BD}\right|=\frac{\sqrt{13}}{2}$　…………………………12 分

（其他形式解答可酌情给分）

（18）解：

（Ⅰ）由 30×0.006+10×0.01+10×0.054+10x=1，得 x=0.018；　………………3 分

（Ⅱ）由 $45\times0.006\times10+55\times0.006\times10+65\times0.01\times10+75\times0.054\times10+85\times0.018\times10+95\times0.006\times10=74$　………………5 分

所以估计宿州市 2017 届高三毕业生成绩的平均分为 74　………………6 分

(III)由题意知道成绩在[50,60)的学生有 3 个,分别设为 A_1,A_2,A_3;成绩在[90,100]的学生有 3 个,分别设为 B_1,B_2,B_3.　……………8 分

随机选取两人有 A_1A_2,A_1A_3,A_2A_3，B_1B_2,B_1B_3，，B_2B_3，A_1B_1,A_1B_2,A_1B_3，A_2B_1,A_2B_2,A_2B_3，，A_3B_1,A_3B_2,A_3B_3 共 15 种情况. 这 2 人成绩差别不超过 10 分的情况为两人都在一个区域，而 2 人成绩都在[50,60)的有 A_1A_2,A_1A_3,A_2A_3 3 种情况，2 人成绩都在[90,100]的有 B_1B_2,B_1B_3，B_2B_3，3 种情况，　……………10 分

故概率为 $\frac{3+3}{15}=\frac{2}{5}$.　………………12 分

（19）解：

（Ⅰ）连结 AC，在 ΔABC 中，$AB=AC=2,\mathrm{BC}=2\sqrt{2}$，$\therefore BC^2=AB^2+AC^2$，

$\therefore AB\perp AC$．因为 $AB//CD$，所以 $AC\perp CD$． ………………2 分

又因为 $PA\perp$ 底面 $ABCD$，所以 $PA\perp CD$， ………………3 分

因为 $AC\bigcap PA=A$，

$\therefore CD\perp$ 平面 PAC， ………………4 分

$\because CD\subseteq$ 面 PCD

$\therefore$ 平面 $PCD\perp$ 平面 PAC ………………6 分

（Ⅱ）设 M 点到面 ABCD 的距离为 d　　则 $s_{\Delta BNC}=\dfrac{1}{2}BN\cdot CA=\dfrac{2}{3}$

由 $V_{N-BMC}=V_{M-BNC}=\dfrac{1}{3}s_{\Delta BNC}d=\dfrac{1}{6}$　　得 $d=\dfrac{3}{4}$ ………………9 分

$\because \dfrac{d}{PA}=\dfrac{DM}{PD}=\dfrac{MD}{PM+MD}=\dfrac{3}{8}$

$\therefore \dfrac{PM}{MD}=\dfrac{5}{3}$ ………………12 分

（20）解：

（Ⅰ）P 是椭圆 C 上的点，且 $\overrightarrow{PF_2}\bullet\overrightarrow{F_1F_2}=0$，所以 $P(c,\dfrac{b^2}{a})$，又 $F_1(-c,0)$,

直线 PF_1 的方程 $b^2x-2acy+b^2c=0$

$\because$ 坐标原点 O 到直线 PF_1 的距离是 $\dfrac{1}{3}|OF_2|$.得 $\dfrac{b^2c}{\sqrt{b^4+4a^2c^2}}=\dfrac{1}{3}c$ ……………3 分

$\therefore 2c^4-5a^2c^2+2a^4=0$，即 $2e^4-5e^2+2=0$

解方程得　$e=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 或，$e=\sqrt{2}$（舍）　　故所求椭圆离心率为 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ …………6 分

（Ⅱ）$C:\dfrac{x^2}{2b^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$，上顶点 B（0，b）故直线的方程 $y=kx+b$

$x^2+2(kx+b)^2-2b^2=0$ 解得 $x_M=-\dfrac{4kb}{1+2k^2}$

所以 $|BM|=\sqrt{1+k^2}\times\dfrac{4kb}{1+2k^2}$， ……………8 分

$\therefore |BN|=\sqrt{1+\left(-\frac{1}{k}\right)^2}\times\left|\frac{4(-\frac{1}{k})b}{1+2(-\frac{1}{k})^2}\right|=\sqrt{1+k^2}\times\frac{4b}{k^2+2}$ ……………9 分

$\because |BN|=2|BM|$

$\therefore 2\sqrt{1+k^2}\times\frac{4kb}{1+2k^2}=\sqrt{1+k^2}\times\frac{4b}{k^2+2}$ 即 $2k^3-2k^2+4k-1=0$ ………10 分

记 $f(x)=2x^3-2x^2+4x-1$，

又 $\because f(\frac{1}{4})<0, f(\frac{1}{2})>0$ 所以函数的零点在区间 $(\frac{1}{4},\frac{1}{2})$

$\therefore$存在 $k\in[\frac{1}{4},\frac{1}{2}]$，使得 $|BN|=2|BM|$. ……… 12 分

（21）解：

（Ⅰ）$f(x)=a\ln x+\frac{1}{x}$ 则 $f'(x)=\frac{a}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{ax-1}{x^2}(x>0)$ ………1 分

当 $a\le 0$ 时，$f'(x)\le 0$ 恒成立，即 $f(x)$ 递减区间为 $(0,+\infty)$，不存在增区间；………2 分

当 $a>0$ 时，令 $f'(x)>0$ 得 $x>\frac{1}{a}$，令 $f'(x)<0$ 得 $0<x<\frac{1}{a}$，

$\therefore f(x)$ 递减区间为 $(0,\frac{1}{a})$，递增区间 $(\frac{1}{a},+\infty)$； ………5 分

综上：当 $a\le 0$ 时，$f(x)$ 递减区间为 $(0,+\infty)$，不存在增区间；

当 $a>0$ 时，$f(x)$ 递减区间为 $(0,\frac{1}{a})$，递增区间 $(\frac{1}{a},+\infty)$； ………6 分

（Ⅱ）令 $g(\mathrm{a})=a\ln x+\frac{1}{x}-bx$，由已知得只需 $g(1)\le 0$ 即 $\ln x+\frac{1}{x}-bx\le 0$ ……7 分

若对任意 $x\in[2,e]$，$\ln x+\frac{1}{x}-bx\le 0$ 恒成立，即 $b\ge\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{x^2}$ ……8 分

令 $h(x)=\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{x^2}$（$x\in[2,e]$），则 $h'(x)=\frac{x-x\ln x-2}{x^3}$

设 $m(x)=x-x\ln x-2$（$x\in[2,e]$），则 $m'(x)=1-(1+\ln x)=-\ln x<0$

$\therefore m(x)$ 在 $[2,e]$ 递减，$m(x)\le m(2)=-2\ln 2<0$ 即 $h'(x)<0$

$\therefore h(x)$ 在 $[2,e]$ 递减 $\therefore h(x)_{\max}=h(2)=\frac{\ln 2}{2}+\frac{1}{4}$ 即 $b\ge\frac{\ln 2}{2}+\frac{1}{4}$

$\therefore b$ 的取值范围为 $[\frac{\ln 2}{2}+\frac{1}{4},+\infty)$. ……12 分

（22）解

（1）由$\begin{cases} x=2\cos\theta+2 \\ y=2\sin\theta \end{cases}$消去参数后得到其普通方程为$x^2-4x+y^2=0$，把$x=\rho$

$\cos\theta$，$y=\rho\sin\theta$代入可得$\rho=4\cos\theta$。 ·········5 分

（2）由$\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \end{cases}$消去参数后得到其普通方程为$x+y-3=0$，而曲线$C_2$是以$(2,0)$

为圆心，以 2 为半径的圆。圆心到直线C_1的距离为$\dfrac{|1\times2+1\times0-3|}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$，所以弦长$|AB|$

$=2\sqrt{2^2-\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=2\times\dfrac{\sqrt{14}}{2}=\sqrt{14}$。

解法 2：把$C_1:\begin{cases} x=1+2t \\ y=2-2t \end{cases}$代入$x^2-4x+y^2=0$得$8t^2-12t+1=0$，所以有

$t_1+t_2=\dfrac{3}{2}$，

$t_1t_2=\dfrac{1}{8}$，则$|t_1-t_2|=\sqrt{(t_1+t_2)^2-4t_1t_2}=\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2-4\times\dfrac{1}{8}}=\dfrac{\sqrt{7}}{2}$，根据直线方程的参数几何

意义可知$|AB|=2\sqrt{2}|t_1-t|_2=\sqrt{14}$。 ·········10 分

（23）解：

（1）证明：当$a=-1$时，$f(x)=|x-2|+|x+1|=\begin{cases} -2x+1, x\le-1 \\ 3, -1<x<2 \\ 2x-1, x\ge2 \end{cases}$的最小值为 3，

则$\ln f(x)$的最小值为$\ln3>\ln e=1$，所以$\ln f(x)>1$成立．·········（5 分）

（2）由绝对值三角不等式可得$f(x)=|x-2|+|x-a|\ge|(x-2)-(x-a)|=|a-2|$，再由

不等式$f(x)\ge a$在R上恒成立，可得$|a-2|\ge a$，解得$a\le1$，故a的最大值为1。（10 分）