

2018 年第二次高考模拟考试

数学试卷（文史类）

考试说明：本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分，考试时间 120 分钟。

- (1) 答题前，考生先将自己的姓名、准考证号码填写清楚；
- (2) 选择题必须使用 2B 铅笔填涂，非选择题必须使用 0.5 毫米黑色字迹的签字笔书写，字体工整，字迹清楚；
- (3) 请按照题号顺序在各题目的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效，在草稿纸、试题卷上答题无效；
- (4) 保持卡面清洁，不得折叠、不要弄破、弄皱，不准使用涂改液、刮纸刀。

第 I 卷（选择题，共 60 分）

一、选择题(共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。)

1. i 为虚数单位，复数 $z = \frac{2i}{i-1}$ 在复平面内对应的点所在象限为

- A. 第二象限 B. 第一象限 C. 第四象限 D. 第三象限

2. 已知集合 $A = \{y \mid \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1\}$ ，集合 $B = \{x \mid y^2 = 4x\}$ ，则 $A \cap B =$

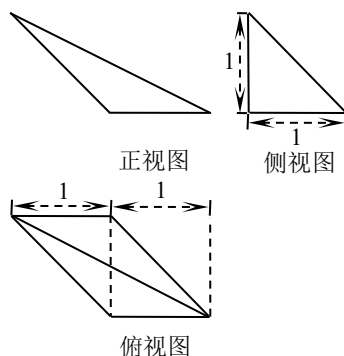
- A. $[-\sqrt{3}, \sqrt{3}]$ B. $[0, \sqrt{3}]$ C. $[-\sqrt{3}, +\infty)$ D. $[\sqrt{3}, +\infty)$

3. 命题 p ：“ $\exists x_0 \in R, x_0^2 + 1 < 2x_0$ ”的否定 $\neg p$ 为

- A. $\exists x_0 \in R, x_0^2 + 1 \geq 2x_0$ B. $\exists x_0 \in R, x_0^2 + 1 > 2x_0$
C. $\forall x \in R, x^2 + 1 \geq 2x$ D. $\forall x \in R, x^2 + 1 < 2x$

4. 某棱锥的三视图如图所示, 则该棱锥的体积为

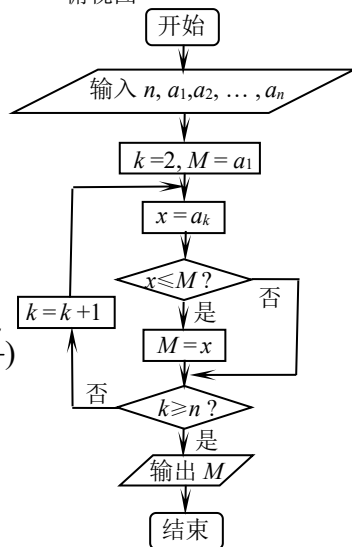
- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{12}$



5. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 执行如图所示的

程序框图, 则输出的 M 一定满足

- A. $S_n = \frac{nM}{2}$ B. $S_n = nM$
C. $S_n \geq nM$ D. $S_n \leq nM$



6. 设函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi) + \cos(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$)

的最小正周期为 π , 且 $f(-x) = f(x)$, 则

- A. $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{2}, \pi\right)$ 单调递减
B. $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ 单调递增
C. $f(x)$ 在 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$ 单调递增
D. $f(x)$ 在 $\left(0, \frac{\pi}{3}\right)$ 单调递减

7. 如果实数 x, y 满足关系 $\begin{cases} x+y-4 \leq 0, \\ x-y \leq 0, \\ 4x-y+4 \geq 0 \end{cases}$ 则 $\frac{x+y-12}{x-5}$ 的取值范围是

- A. $\left[\frac{12}{5}, \frac{8}{3}\right]$ B. $\left[\frac{3}{5}, \frac{5}{3}\right]$ C. $\left[\frac{8}{5}, \frac{8}{3}\right]$ D. $\left[\frac{8}{5}, \frac{12}{5}\right]$

8. A, B 是圆 $O: x^2 + y^2 = 1$ 上两个动点, $|\overrightarrow{AB}| = 1$, $\overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA} - 2\overrightarrow{OB}$, M 为线段 AB

的中点, 则 $\overrightarrow{OC} \cdot \overrightarrow{OM}$ 的值为

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

9. 已知 $\triangle ABC$ 的三个内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 若 $B = 2A$, $\cos A \cos B \cos C > 0$,

则 $\frac{a \sin A}{b}$ 的取值范围是

- A. $\left(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ B. $\left(\frac{\sqrt{3}}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ D. $\left(\frac{\sqrt{3}}{6}, \frac{1}{2}\right)$

10. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的四个顶点均在某个球面上, SC 为该球的直径, $\triangle ABC$ 是边长

为 4 的等边三角形, 三棱锥 $S-ABC$ 的体积为 $\frac{8}{3}$, 则此三棱锥的外接球的表面积为

- A. $\frac{68\pi}{3}$ B. $\frac{16\pi}{3}$ C. $\frac{64\pi}{3}$ D. $\frac{80\pi}{3}$

11. 函数 $y = \frac{1}{x+1}$ 的图像与函数 $y = 3 \sin \pi x (-4 \leq x \leq 2)$ 的图像所有交点的横坐标之和等于

- A. -4 B. -2 C. -8 D. -6

12. 已知 S 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 上的任意一点, 过 S 分别引其渐近线的

平行线, 分别交 x 轴于点 M, N , 交 y 轴于点 P, Q , 若 $\left(\frac{1}{|OM|} + \frac{1}{|ON|}\right) \cdot (|OP| + |OQ|) \geq 4$

恒成立, 则双曲线离心率 e 的取值范围为

- A. $(1, 2]$ B. $[2, +\infty)$ C. $(1, \sqrt{2}]$ D. $[\sqrt{2}, +\infty)$

2018 年第二次高考模拟考试

数学试卷（文史类）

第 II 卷（非选择题，共 90 分）

二、填空题（共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分，将答案填在答题卡相应的位置上.）

13. 等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_3 = 18$ ， $a_5 = 162$ ，公比 $q =$ _____.

14. 利用随机模拟方法计算 $y = 1$ 和 $y = x^2$ 所围成图形的面积. 首先利用计算机产生两组 $0 \sim 1$ 区间的均匀随机数， $a_1 = RAND$ ， $b = RAND$ ，然后进行平移和伸缩变换， $a = 2(a_1 - 0.5)$ ，若共产生了 N 个样本点 (a, b) ，其中落在所围成图形内的样本点数为 N_1 ，则所围成图形的面积可估计为_____。（结果用 N ， N_1 表示）

15. 设 O 为抛物线： $y^2 = 2px (p > 0)$ 的顶点， F 为焦点，且 AB 为过焦点 F 的弦，若 $|AB| = 4p$ ，则 $\triangle AOB$ 的面积为_____.

16. $f(x)$ 是定义在 R 上的函数，其导函数为 $f'(x)$. 若 $f'(x) > f(x) - 1$, $f(1) = 2018$ ，则不等式 $f(x) > 2017e^{x-1} + 1$ (其中 e 为自然对数的底数) 的解集为_____.

三、解答题（本大题共 6 小题，共 70 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.）

17.（本小题满分 12 分）

已知数列 $\{a_n\}$ 为正项数列， $a_1 = 3$ ，且 $\frac{a_{n+1}}{a_n} - \frac{a_n}{a_{n+1}} = 2\left(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{a_{n+1}}\right)$ ， $(n \in N^*)$.

(1) 求数列 $\{a_n\}$ 通项公式；

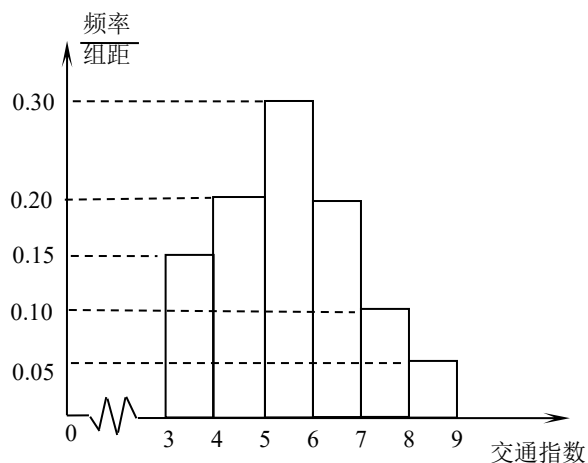
(2) 若 $b_n = 2^{a_n} + (-1)^n \cdot a_n$ ，求 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

18. (本小题满分 12 分)

交通拥堵指数是综合反映道路网畅通或拥堵的概念，记交通拥堵指数为 T ，早高峰时段 $3 \leq T \leq 9$ ， $T \in [3, 5)$ 基本畅通； $T \in [5, 6)$ 轻度拥堵； $T \in [6, 7)$ 中度拥堵； $T \in [7, 9]$ 严重拥堵，从某市交通指挥中心随机选取了二环以内 40 个交通路段，依据交通指数数据绘制直方图如图所示。

(1) 据此直方图估算早高峰时段交通拥堵指数的中位数和平均数；

(2) 现从样本路段里的严重拥堵的路段中随机抽取两个路段进行综合整治，求选中路段中恰有一个路段的交通指数 $T \in [8, 9]$ 的概率。

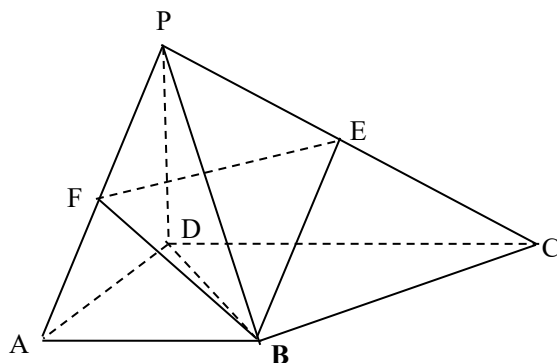


19. (本小题满分 12 分)

如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 侧面 $PCD \perp$ 底面 $ABCD$, $PD \perp CD$, E, F 分别为 PC, PA 的中点, 底面 $ABCD$ 是直角梯形, $AB \parallel CD$, $\angle ADC = 90^\circ$, $AB = AD = PD = 1, CD = 2$.

(1) 求证: 平面 $PBC \perp$ 平面 PBD ;

(2) 求三棱锥 $P-EFB$ 的体积.



20. (本小题满分 12 分)

已知 F 为椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的右焦点, $|OF| = \sqrt{3}$, P, Q 分别为椭圆

C 的上下顶点, 且 $\triangle PQF$ 为等边三角形.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 过点 P 的两条互相垂直的直线 l_1, l_2 与椭圆 C 分别交于异于点 P 的点 A, B ,

求证: 直线 AB 过定点, 并求出该定点坐标.

21. (本小题满分 12 分)

已知函数 $h(x) = ae^x$, 直线 $l: y = x + 1$, 其中 e 为自然对数的底.

(1) 当 $a = 1, x > 0$ 时, 求证: 曲线 $f(x) = h(x) - \frac{1}{2}x^2$ 在直线 l 的上方;

(2) 若函数 $h(x)$ 的图象与直线 l 有两个不同的交点, 求实数 a 的取值范围;

(3) 对于第 (2) 问中的两个交点的横坐标 x_1, x_2 及对应的 a , 当 $x_1 < x_2$ 时,

求证: $a > \frac{1}{e^{x_1} + e^{x_2}}$.

请考生在 22、23 二题中任选一题作答，如果都做，则按所做的第一题记分.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程 (本小题满分 10 分)

在直角坐标系 xOy 中, 直线 $l: \begin{cases} x = 3t, \\ y = 1 + 4t \end{cases}$ (t 为参数), 以原点 O 为极点, x 轴为正

半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程为 $\rho^2 \cos 2\theta = -4$.

(1) 求曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 点 $P(0,1)$, 直线 l 与曲线 C 交于 M, N , 求 $\frac{1}{|PM|} + \frac{1}{|PN|}$ 的值.

23. 选修 4-5: 不等式选讲 (本小题满分 10 分)

已知 x, y, z 为正实数, 且 $x + y + z = 2$.

(1) 求证: $4 - z^2 \geq 4xy + 2yz + 2xz$;

(2) 求证: $\frac{x^2 + y^2}{z} + \frac{y^2 + z^2}{x} + \frac{x^2 + z^2}{y} \geq 4$.