2007--2008学年度下学期期末考试

高二数学(理科)参考答案

一、选择题：(A)(A)(D)(B)(C).　(C)(C)(C)(B)(B).　(B)(D).

二.填空题：

A组：　A-1. $4:5$　A-2. $60°$　A-3. $2\sqrt{5}$

B组：　B-1. 8　B-2. $(8,3)$　B-3. $\begin{pmatrix} \frac{3}{8} & -\frac{1}{8} \\ -\frac{7}{8} & \frac{5}{8} \end{pmatrix}$

C组：　C-1. $x+\sqrt{3}y-2=0$　C-2. $\sqrt{41}$　C-3. $\begin{cases} x=a(t-\sin t) \\ y=a(1-\cos t) \end{cases}$

D组：　D-1. $\{x\,|\,0<x<2\}$　D-2. 4　D-3. $b=0$

三.解答题：

19. 解:由题意知: $\begin{cases} \frac{1}{2}+p+\frac{1}{3}=1 \\ 1\cdot\frac{1}{2}+2\cdot p+x\cdot\frac{1}{3}=\frac{5}{2} \end{cases}$ ……………………6分

$\therefore \begin{cases} p=\frac{1}{6} \\ x=5 \end{cases}$ ……………………10分

$\therefore D(X)=\frac{1}{2}\cdot(1-\frac{5}{2})^2+\frac{1}{6}\cdot(2-\frac{5}{2})^2+\frac{1}{3}\cdot(5-\frac{5}{2})^2$

$=\frac{13}{4}$ ……………………12分

20. 解:(Ⅰ)二项展开式的通项为:

$$T_{r+1}=C_n^r(3x^2)^{n-r}(-\frac{1}{\sqrt{x}})^r=C_n^r3^{n-r}(-1)^rx^{2(n-r)-\frac{1}{2}r}=C_n^r3^{n-r}(-1)^rx^{\frac{4n-5r}{2}}$$

$\therefore n$为5的倍数……………………4分

又$\because n$满足:$\begin{cases}2^n>50\\2^n<2008\end{cases}$ 即$5<n\le 10$

$\therefore n=10$ ··8 分

（Ⅱ）$\because a_r=|C_{10}^r 3^{10-r}(-1)^r|=C_{10}^r 3^{10-r}$ ··10 分

$\therefore \dfrac{a_{r+1}}{a_r}=\dfrac{C_{10}^{r+1}3^{9-r}}{C_{10}^r 3^{10-r}}=\dfrac{10-r}{3(r+1)}$

由$\dfrac{10-r}{3(r+1)}>1$得$r<\dfrac{7}{4}$ ··12 分

$\therefore$当$r=0,1$时,$\dfrac{a_{r+1}}{a_r}>1$;当$r=2,3,\cdots,10$时,$\dfrac{a_{r+1}}{a_r}<1$;

即:$a_0<a_1<a_2>a_3>a_4>\cdots>a_9>a_{10}$

$\therefore a_2=C_{10}^2 3^8=5\cdot 3^{10}$最大. ···14 分

21. 解:（Ⅰ）甲胜的概率为:$(0.6)^2+C_2^1(0.4)(0.6)^2=1.8\cdot(0.6)^2=0.648$. ···········5 分

（Ⅱ）甲胜的概率为:$(0.6)^3+C_3^1(0.4)(0.6)^3=2.2\cdot(0.6)^3=0.4752$. ··············10 分

(Ⅲ) $n=3$时,比赛的趣味性最强. ··12 分

22. 证明:下面用数学归纳法证明:

⑴当$n=1$时,左边$=1\cdot 1=1$,右边$=\dfrac{1\cdot 2\cdot 3}{6}=1$;左边$=$右边,即等式成立. ···········2 分

⑵假设:当$n=k$（$k\in N^*$）时,等式成立,即

$$1\cdot k+2\cdot(k-1)+\cdots+i\cdot(k+1-i)+\cdots+(k-1)\cdot 2+k\cdot 1=\frac{k(k+1)(k+2)}{6}$$

则,当$n=k+1$时

左边$=1\cdot(k+1)+2\cdot[(k+1)-1]+\cdots+i\cdot[(k+1)+1-i]+\cdots+(k-1)\cdot 3+k\cdot 2+(k+1)\cdot 1$

··4 分

$=(1\cdot k+1)+[2\cdot(k-1)+2]+\cdots+[i\cdot(k+1-i)+i]+\cdots+[(k-1)\cdot 2+(k-1)]+(k\cdot 1+k)+(k+1)$

$=[1\cdot k+2\cdot(k-1)+\cdots+i\cdot(k+1-i)+\cdots+(k-1)\cdot 2+k\cdot 1]$

$+[1+2+\cdots+i+\cdots+(k-1)+k+(k+1)]$ ……………………………6 分

$=\dfrac{k(k+1)(k+2)}{6}+\dfrac{1+(k+1)}{2}(k+1)$

$=\dfrac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6}$ ……………………………………………………8 分

右边 $=\dfrac{(k+1)[(k+1)+1][(k+2)+1]}{6}=\dfrac{(k+1)(k+2)(k+3)}{6}$ ………………10 分

左边=右边, 即当 $n=k+1$ 时等式成立. ……………………………………………12 分

由(1)(2)得, 等式对于 $n\in N^*$ 恒成立. ………………………………………………14 分

23. 解:(Ⅰ)没有答对任何一题而获胜的概率为: $P=\dfrac{4}{7}\cdot\dfrac{3}{7}\cdot\dfrac{2}{7}=\dfrac{24}{343}$ ……………………3 分

(Ⅱ)回答第一个问题后, 参加者不会掉下的概率为: $P_1=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{4}{7}=\dfrac{19}{28}$

在参加者回答第二个问题的条件下, 第二个问题回答后, 参加者不会掉下的概率为: $P_2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{3}{7}=\dfrac{16}{28}$

在参加者回答第三个问题的条件下, 第三个问题回答后, 参加者不会掉下的概率为: $P_3=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}\cdot\dfrac{2}{7}=\dfrac{13}{28}$

∴参加者获胜的概率为: $P=P_1\cdot P_2\cdot P_3=\dfrac{19}{28}\cdot\dfrac{16}{28}\cdot\dfrac{13}{28}=\dfrac{247}{1372}$ ……………………9 分

(Ⅲ) $P(X=1)=1-P_1=\dfrac{9}{28}$ $\qquad P(X=2)=P_1(1-P_2)=\dfrac{19}{28}\cdot\dfrac{12}{28}=\dfrac{57}{196}$

$P(X=3)=P_1\cdot P_2=\dfrac{19}{28}\cdot\dfrac{16}{28}=\dfrac{19}{49}$ ……………………………………………12 分

即离散性随机变量 X 的分布列为:

X	1	2	3
P	$\dfrac{9}{28}$	$\dfrac{57}{196}$	$\dfrac{19}{49}$

$E(X)=1\cdot\dfrac{9}{28}+2\cdot\dfrac{57}{196}+3\cdot\dfrac{19}{49}=\dfrac{405}{196}$ ……………………………………14 分