

2015—2016 学年度上学期期末考试高一年级数学科试卷

参考答案

一.选择题:

CDCBC ABDCC DA

二.填空题

$$13. -\frac{1}{2} \quad 14. \sqrt{19} \quad 15. -\frac{2\sqrt{3}}{3} < k < -1 \text{ 或 } 0 < k < \frac{2\sqrt{3}}{3} \quad 16. 80 - \frac{58\pi}{3}$$

$$17. \text{解方程 } \log_2(4^x + 4) = \log_2[2^x(2^{x+1} - 3)]$$

$$\text{则: } 4^x + 4 = 2^x(2^{x+1} - 3)$$

$$\text{则: } 4^x - 3 \cdot 2^x - 4 = 0 \quad \dots\dots\dots 6 \text{ 分}$$

$$\text{则: } 2^x = 4 \text{ 或 } 2^x = -1 (\text{舍})$$

$$\therefore x = 2, \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\text{经检验 } x = 2 \text{ 满足方程.} \quad \dots\dots\dots 10 \text{ 分}$$

$$18. \text{解} \begin{cases} |1-2m| > |m| \\ -3 \leq 1-2m \leq 3 \\ -3 \leq m \leq 3 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 4 \text{ 分}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m^2 - 4m + 1 > 0 \\ -1 \leq m \leq 2 \\ -3 \leq m \leq 3 \end{cases} \quad \dots\dots\dots 8 \text{ 分}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < \frac{1}{3} \text{ 或 } m > 1 \\ -1 \leq m \leq 2 \\ -3 \leq m \leq 3 \end{cases} \quad \Leftrightarrow -1 \leq m < \frac{1}{3} \text{ 或 } 1 < m \leq 2 \quad \dots\dots\dots 12 \text{ 分}$$

19 解(I)证明: 连结 OC,

$\because \triangle ABD$ 为等边三角形, O 为 BD 的中点,

$\therefore AO \perp BD$.

$\because \triangle ABD$ 和 $\triangle CBD$ 为等边三角形, O 为 BD 的中点, $AB = 2, AC = \sqrt{6}$,

$\therefore AO = CO = \sqrt{3}$.

在 $\triangle AOC$ 中, $\because AO^2 + CO^2 = AC^2$, $\therefore \angle AOC = 90^\circ$, 即 $AO \perp OC$.

$\because BD \cap OC = O$, $\therefore AO \perp$ 平面 BCD6 分

(II) 解: 设点 O 到平面 ACD 的距离为 h .

$$\because V_{O-ACD} = V_{A- OCD}, \quad \therefore \frac{1}{3} S_{\triangle ACD} \cdot h = \frac{1}{3} S_{\triangle OCD} \cdot AO.$$

在 $\triangle ACD$ 中, $AD = CD = 2, AC = \sqrt{6}$,

$$S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} \sqrt{6} \cdot \sqrt{2^2 - \left(\frac{\sqrt{6}}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{15}}{2}.$$

$$\text{而 } AO = \sqrt{3}, S_{\triangle OCD} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \therefore h = \frac{S_{\triangle OCD}}{S_{\triangle ACD}} \cdot AO = \frac{\sqrt{15}}{5}.$$

$\therefore$ 点 O 到平面 ACD 的距离为 $\frac{\sqrt{15}}{5}$12 分

20. 解: (1) 设 $l: x + y - a = 0$, $\therefore \frac{|7-a|}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2} \Rightarrow a = 1$ 或 $a = 13$ 5 分

(2) 设 $l: y = kx$ 即 $kx - y = 0 \therefore d = \frac{|4k-3|}{\sqrt{1+k^2}} = 3\sqrt{2} \Rightarrow k = -6 \pm \frac{3}{2}\sqrt{14}$ 10 分

综上: 直线方程: $x + y - 1 = 0$ 或 $x + y - 13 = 0$ 或 $\left(-6 \pm \frac{3}{2}\sqrt{14}\right)x - y = 0$ 12 分

21.解(1)依题意函数 $f(x)$ 不单调

$$\text{而当 } x \leq 1 \text{ 时: } f(x) = -(x - \frac{a}{2})^2 + \frac{a^2}{4}$$

①当 $\frac{a}{2} < 1$ 时满足题意,即 $a < 2$

②当 $\frac{a}{2} \geq 1$ 时,因 $x \leq 1$ 时 $f(x) \leq a - 1$, 而 $x > 1$ 时 $f(x) > a^2 - 7a + 14$

只需 $a - 1 > a^2 - 7a + 14$, 此时: $3 < a < 5$

综上: $A = \{x | x < 2 \text{ 或 } 3 < x < 5\}$ (写成区间亦可 $A = (-\infty, 2) \cup (3, 5)$)6 分

(2) ①当 $a = 0$ 时 $g(x) = \lg(3x + 4)$ 满足题意

$$\text{②当 } \begin{cases} a > 0 \\ \Delta = (a+3)^2 - 16a \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < a \leq 1 \text{ 或 } a \geq 9,$$

则 $0 \leq a \leq 1$ 或 $a \geq 9$, 又 $a \in A$,

综上 $0 \leq a \leq 1$ 12 分

22 (1) 解: $|PQ| = 2|PA|$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2 - 1} = 2\sqrt{(x-2)^2 + (y-1)^2} \quad \text{.....4 分}$$

$$\Rightarrow 3x^2 + 3y^2 - 16x - 8y + 21 = 0$$

$$(2) \text{ Q } |PQ| = 2|PA| \quad \therefore |PQ|_{\min} = 2|PA|_{\min},$$

而轨迹 C 的方程 $(x - \frac{8}{3})^2 + (y - \frac{4}{3})^2 = \frac{17}{9}$, 圆心设为 $C(\frac{8}{3}, \frac{4}{3})$, 半径 $r = \frac{\sqrt{17}}{3}$

$$\text{而 } |PA|_{\min} = r - |AC| = \frac{\sqrt{17}}{3} - \sqrt{(2 - \frac{8}{3})^2 + (1 - \frac{4}{3})^2} = \frac{\sqrt{17} - \sqrt{5}}{3}$$

$$\text{因此 } |PQ|_{\min} = \frac{2(\sqrt{17} - \sqrt{5})}{3} \quad \text{.....8 分}$$

(3) 依题意若以 P 为圆心所作的 $\odot P$ 与 $\odot O$ 有公共点, $\odot P$ 半径取最小值时的 P 点坐标即线段 OC 与 $\odot C$ 的交点.

即 $OC: y = \frac{1}{2}x (0 \leq x \leq \frac{8}{3})$ 与 $\odot C$ 的交点

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x \\ 3x^2 + 3y^2 - 16x - 8y + 21 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{15}{4}x^2 - 20x + 21 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{40 - 2\sqrt{85}}{15} \Rightarrow y = \frac{20 - \sqrt{85}}{15}$$

即 $P(\frac{40 - 2\sqrt{85}}{15}, \frac{20 - \sqrt{85}}{15})$ 12 分