2016-2017 学年高三（上）第三次月考数学试卷 （理科）

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $M=\{-1，0，1\}$，$N=\{x|x^2\le x\}$，则 $M\cap N=$（　　）

A．$\{0\}$　　B．$\{0，1\}$　　C．$\{-1，1\}$　　D．$\{-1，0，1\}$

2. 设函数 $f(x)=\begin{cases}1+\log_2(2-x), x<1,\\ 2^{x-1}, x\ge 1,\end{cases}$, $f(-2)+f(\log_2 12)=($　　$)$

A．12　　B．9　　C．6　　D．3

3. 已知变量 x 与 y 负相关，且由观测数据算得样本平均数 $\bar{x}=3, \bar{y}=3.5$，则由该观测数据算得的线性回归方程可能是（　　）

A．$\hat{y}=0.4x+2.3$　　B．$\hat{y}=2x-2.4$　　C．$\hat{y}=-2x+9.5$　　D．$\hat{y}=-0.4x+4.4$

4. . 已知$\{a_n\}$为等差数列，$3a_4+a_8=36$，则$\{a_n\}$的前 9 项和 $S_9=$（　　）

A．9　　B．17　　C．81　　D．120

5. 甲、乙、丙、丁四位同学各自在周六、周日两天中随机选一天郊游，则周六、周日都有同学参加郊游的情况共有（　）

A．2 种　　B．10 种　　C．12 种　　D．14 种

6. 下图是某几何体的三视图，则该几何体的体积等于（　）

A．$\frac{4}{3}$　　B．$\frac{2}{3}$　　C．$\frac{1}{3}$　　D．1

$\frac{\pi}{4}$

7. 已知函数 $f(x)=\sin(x-\varphi)$，且 $\int_0^{\frac{2\pi}{3}} f(x)dx=0,$ 则函数 $f(x)$ 的图象的一条对称轴为（　）

A．$x=\frac{5\pi}{6}$　　B．$x=\frac{7\pi}{12}$　　C．$x=\frac{\pi}{3}$　　D．$x=\frac{\pi}{6}$

8. 设函数 $f(x)=\frac{x}{1+|x|}$，则使得 $f(x)>f(2x-1)$ 成立的 x 的取值范围是（　　）

A．$(-\infty,0)$　　B．$(-\infty,1)$　　C．$\left(\frac{1}{3},1\right)$　　D．$\left(-\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right)$

9. 命题 p:“$\exists x_0 \in [0,\dfrac{\pi}{4}]$，$\sin 2x_0+\cos 2x_0>a$”是假命题，则实数$a$的取值范围是（　　）

A. $a<1$　B. $a<\sqrt{2}$　C. $a\ge 1$　D. $a\ge\sqrt{2}$

10. 在$[-2,2]$上随机地取两个实数a，b，则事件“直线$x+y=1$与圆$(x-a)^2+(y-b)^2=2$相交”发生的概率为（　）

A. $\dfrac{1}{4}$　　B. $\dfrac{9}{16}$　　C. $\dfrac{3}{4}$　　D. $\dfrac{11}{16}$

11. 圆$x^2+y^2+2ax+a^2-4=0$和圆$x^2+y^2-4by-1+4b^2=0$恰有三条公切线，若$a\in R,b\in R$，且$ab\ne 0$，则$\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{b^2}$的最小值为（　　）

A. 1　B. 3　C. $\dfrac{1}{9}$　D. $\dfrac{4}{9}$

12. 设函数$f(x)$的定义域为R，$f(0)=2$，对任意的$x\in R,f(x)+f'(x)>1$，则不等式$e^x f(x)>e^x+1$的解集为（　　）

A.$(0,+\infty)$　B.$(-\infty,0)$　C.$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$　D.$(-\infty,-1)\cup(0,1)$

二、填空题（每题5分，满分20分）

13. 已知向量$\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(1,0)$，$\vec{c}=(3,4)$，若λ为实数，$(\lambda\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{c}$，则$\lambda$的值为_______.

14.已知命题$p:x^2+2x-3>0$，命题$q:\dfrac{1}{3-x}>1$，若“$(\neg q)\wedge p$”为真，则x的取值范围是_____________.

15.函数$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x)$的单调递减区间是______________.

16. 函数$f(x)=\begin{cases}2^x-1 & x>0\\ -x^2-2x & x\le 0\end{cases}$，若方程$f(x)-m=0$有三个实根，则m的取值范围是________________.

三、解答题（本大题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17.（12分）已知a,b,c分别为ΔABC三个内角A,B,C的对边，$b=a\cos C+\dfrac{\sqrt{3}}{3}a\sin C$.

（1）求 A；

（2）若 $a=2, b+c\geq 4$，求 ΔABC 的面积.

18. （12 分）甲、乙两名乒乓球运动员进行乒乓球单打比赛，根据以往比赛的胜负情况知道，每一局甲胜的概率为 $\frac{2}{3}$，乙胜的概率为 $\frac{1}{3}$，如果比赛采用“五局三胜”制（先胜三局者获胜，比赛结束）.

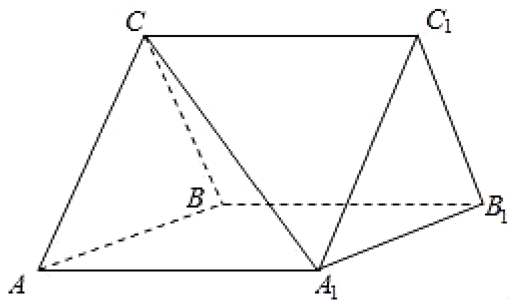
（1）求甲获得比赛胜利的概率；

（2）设比赛结束时的局数为 X，求随机变量 X 的分布列和数学期望.

19. （12 分）如图，三棱柱 ABC﹣$A_1B_1C_1$ 中，CA=CB，AB=AA_1，∠BAA_1=60°.

（Ⅰ）证明 AB⊥A_1C；

（Ⅱ）若平面 ABC⊥平面 AA_1B_1B，AB=CB，求直线 A_1C 与平面 BB_1C_1C 所成角的正弦值.



20. （12 分）已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 过点 $A(2,0), B(0,1)$ 两点.

（1）求椭圆 C 的方程及离心率；

（2）设 P 为第三象限内一点且在椭圆 C 上，直线 PA 与 y 轴交于点 M，直线 PB 与 x 轴交于点 N，求证：四边形 $ABNM$ 的面积为定值.

21.（12 分）设函数 $f(x)=\ln x+\frac{k}{x}, \mathrm{k}\in\mathrm{R}$.

（1）若曲线 $y=f(x)$ 在点 $(e, f(e))$ 处的切线与直线 $x-2=0$ 垂直，求 $f(x)$ 的单调递减区间和极小值（其中 e 为自然对数的底数）；

（2）若对任何 $x_1 > x_2 > 0, f\left(x_1\right) - f\left(x_2\right) < x_1 - x_2$ 恒成立，求 k 的取值范围.

请在 22、23 二题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.（10 分）

22.选修 4-4：坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆 C 的极坐标方程为 $\rho = 2\cos\theta, \theta \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

（1）求 C 的参数方程；

（2）设点 D 在 C 上，C 在 D 处的切线与直线 $l: y = \sqrt{3}x + 2$ 垂直，根据（1）中你得到的参数方程，确定 D 的坐标.

23.选修 4-5：不等式选讲

已知函数 $f\left(x\right) = \left|x-1\right| + \left|x+3\right|$.(1)解不等式 $f\left(x\right) \geq 8$；(2)若不等式 $f\left(x\right) < a^2 - 3a$ 的解集不是空集，求实数 a 的取值范围.

2016-2017学年云南省玉溪一中高三（上）第三次月考数学试卷 （理科）

参考答案与试题解析

一、选择题：本大题共12个小题，每小题5分，共60分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1．设集合M={﹣1，0，1}，N={x|x^2≤x}，则M∩N=（　　）

A．{0}　B．{0，1}　 C．{﹣1，1} D．{﹣1，0，1}

【考点】交集及其运算.

【专题】计算题.

【分析】求出集合N，然后直接求解M∩N即可.

【解答】解：因为N={x|x^2≤x}={x|0≤x≤1}，M={﹣1，0，1}，

所以M∩N={0，1}.

故选B.

【点评】本题考查集合的基本运算，考查计算能力，送分题.

2．（2015•新课标II）设函数f（x）=$\begin{cases}1+\log_2(2-x), & x<1\\ 2^{x-1}, & x\geq 1\end{cases}$，则f（﹣2）+f（$\log_2 12$）=（　　）

A．3　 B．6　 C．9　 D．12

【考点】函数的值.

【专题】计算题；函数的性质及应用.

【分析】先求f（﹣2）=1+$\log_2$（2+2）=1+2=3，再由对数恒等式，求得f（$\log_2 12$）=6，进而得到所求和.

【解答】解：函数f（x）=$\begin{cases}1+\log_2(2-x), & x<1\\ 2^{x-1}, & x\geq 1\end{cases}$，

即有f（﹣2）=1+$\log_2$（2+2）=1+2=3，

f（$\log_2 12$）=$2^{\log_2 12-1}$=12×$\frac{1}{2}$=6，

则有f（﹣2）+f（$\log_2 12$）=3+6=9.

故选C.

【点评】本题考查分段函数的求值，主要考查对数的运算性质，属于基础题.

3．已知变量x与y负相关，且由观测数据算得样本平均数$\overline{x}$=3，$\overline{y}$=3.5，则由该观测数据算得的线性回归方程可能是（　　）

A．$\hat{y}$=0.4x+2.3　B．$\hat{y}$=2x﹣2.4　C．$\hat{y}$=﹣2x+9.5　D．$\hat{y}$=﹣0.4x+4.4

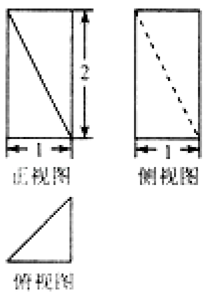
【考点】线性回归方程.

【专题】计算题；试验法；概率与统计．
【分析】利用变量 x 与 y 负相关，排除选项，然后利用回归直线方程经过样本中心验证即可．
【解答】解：变量 x 与 y 负相关，排除选项 A，B；
回归直线方程经过样本中心，
把 $\overline{x}=3$，$\overline{y}=3.5$，代入 $\overline{y}=-2x+9.5$ 成立，代入 $\overline{y}=-0.4x+4.4$ 不成立．
故选：C．
【点评】本题考查回归直线方程的求法，回归直线方程的特征，基本知识的考查．

4．已知 $\{a_n\}$ 为等差数列，$3a_4+a_8=36$，则 $\{a_n\}$ 的前 9 项和 $S_9=$（　　）
A．9　B．17　C．36　D．81
【考点】等差数列的前 n 项和．
【专题】计算题；转化思想；综合法；等差数列与等比数列．
【分析】由等差数列性质得到 $a_1+4d=a_5=9$，由此能求出 $\{a_n\}$ 的前 9 项和．
【解答】解：∵ $\{a_n\}$ 为等差数列，$3a_4+a_8=36$，
∴$3(a_1+3d)+a_1+7d=4a_1+8d=36$，
解得 $a_1+4d=a_5=9$，
∴$S_9=\frac{9}{2}\times(a_1+a_9)=9a_5=9\times 9=81$．
故选：D．
【点评】本题考查等差数列的前 9 项和的求法，是基础题，解题时要认真审题，注意等差数列的性质的合理运用．

5．甲、乙、丙、丁四位同学各自在周六、周日两天中随机选一天郊游，则周六、周日都有同学参加郊游的情况共有（　　）
A．2 种　B．10 种 C．12 种 D．14 种
【考点】排列、组合的实际应用．
【专题】应用题；转化思想；演绎法；排列组合．
【分析】把 4 名同学分为（3，1）或（2，2）两组，再分配到周六周日两天，问题得以解决．
【解答】解：把 4 名同学分为（3，1）或（2，2）两组，再分配到周六周日两天，故有
$\left(C_4^1+\frac{C_4^2C_2^2}{A_2^2}\right)\bullet A_2^2=14$ 种，
故选：D．
【点评】本题考查了分组分配的问题，关键是如何分组，注意平均分组的方法，属于基础题．

6．如图是某几何体的三视图，则该几何体的体积等于（　　）



A. $\frac{1}{3}$　B. $\frac{2}{3}$　C. 1　D. $\frac{4}{3}$

【考点】由三视图求面积、体积.

【专题】计算题；空间位置关系与距离.

【分析】几何体是三棱柱削去一个同高的三棱锥，根据三视图判断相关几何量的数据，把数据代入棱柱与棱锥的体积公式计算.

【解答】解：由三视图知：几何体是三棱柱削去一个同高的三棱锥，

其中三棱柱的高为 2，底面是直角边长为 1 的等腰直角三角形，

三棱锥的底面是直角边长为 1 的等腰直角三角形，

∴几何体的体积 $V=\frac{1}{2}\times1\times1\times2-\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}\times1\times1\times2=\frac{2}{3}$.

故选：B.

【点评】本题考查了由三视图求几何体的体积，根据三视图判断几何体的形状及数据所对应的几何量是解题的关键.

7．已知函数 f（x）=sin（x－φ），且 $\int_0^{\frac{2\pi}{3}}$ f（x）dx=0，则函数 f（x）的图象的一条对称轴是（　　）

A. $x=\frac{5\pi}{6}$　B. $x=\frac{7\pi}{12}$　C. $x=\frac{\pi}{3}$　D. $x=\frac{\pi}{6}$

【考点】函数 y=Asin（ωx+φ）的图象变换；定积分.

【专题】三角函数的图像与性质.

【分析】由 $\int_0^{\frac{2\pi}{3}}$ f（x）dx=0 求得 $\sqrt{3}\cos(\phi+\frac{\pi}{6})=0$，故有 $\phi+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈z．可取 $\phi=\frac{\pi}{3}$，则 $f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{3})$.

令 $x-\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，求得 x 的值，可得函数 f（x）的图象的一条对称轴方程.

【解答】解：∵函数 f（x）=sin（x－φ），

$\int_0^{\frac{2\pi}{3}}f(x)dx=-\cos(x-\phi)\Big|_0^{\frac{2\pi}{3}}=-\cos(\frac{2\pi}{3}-\phi)-[-\cos(-\phi)]=\frac{3}{2}\cos\phi-\frac{\sqrt{3}}{2}\sin\phi=\sqrt{3}\cos(\phi+\frac{\pi}{6})=0$,

∴$\phi+\frac{\pi}{6}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，k∈z，即 $\phi=k\pi+\frac{\pi}{3}$，k∈z，故可取 $\phi=\frac{\pi}{3}$，$f(x)=\sin(x-\frac{\pi}{3})$.

令 $x-\frac{\pi}{3}=k\pi+\frac{\pi}{2}$，求得 $x=k\pi+\frac{5\pi}{6}$，k∈Z，

则函数 f（x）的图象的一条对称轴为 $x=\frac{5\pi}{6}$，

故选：A.

【点评】本题主要考查定积分，函数 y=Asin（ωx+ϕ）的图象的对称性，两角和差的三角公式的应用，属于中档题.

8．设函数 f（x）=$\frac{x}{1+|x|}$，则使得 f（x）>f（2x﹣1）成立的 x 的取值范围是（　　）

A.（﹣∞，0）　B.（﹣∞，1）　C. $(\frac{1}{3}, 1)$ D. $(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

【考点】分段函数的应用.
【专题】转化思想；转化法；函数的性质及应用.

【分析】函数 f（x）=$\frac{x}{1+|x|}$为奇函数，分析函数的单调性，可将 f（x）>f（2x﹣1）化为：x>2x﹣1，解得答案.

【解答】解：函数 f（x）=$\frac{x}{1+|x|}$为奇函数，

当 x≥0 时，f（x）=$\frac{x}{1+x}$=1+$\frac{-1}{1+x}$为增函数，
故函数 f（x）在 R 上为增函数，
故 f（x）>f（2x﹣1）可化为：
x>2x﹣1，
解得：x∈（﹣∞，1），
故选：B
【点评】本题考查的知识点是分段函数的应用，函数的奇偶性，函数的单调性，难度中档.

9．命题 p：“∃x_0∈[0，$\frac{\pi}{4}$]，sin2x_0+cos2x_0>a”是假命题，则实数 a 的取值范围是（　　）

A．a<1 B．a<$\sqrt{2}$　C．a≥1 D．a≥$\sqrt{2}$
【考点】特称命题.
【专题】转化思想；综合法；简易逻辑.

【分析】特称命题转化为全称命题，求出 sin（2x+$\frac{\pi}{4}$）的最大值，从而求出 a 的范围即可.

【解答】解：“∃x_0∈[0，$\frac{\pi}{4}$]，sin2x_0+cos2x_0>a”是假命题，

即∀x∈[0，$\frac{\pi}{4}$]，sin2x+cos2x≤a 是真命题，

由 sin2x+cos2x=$\sqrt{2}$sin（2x+$\frac{\pi}{4}$）≤a，

得：sin（2x+$\frac{\pi}{4}$）≤$\frac{a}{\sqrt{2}}$，

由 x∈[0，　]得：2x+$\frac{\pi}{4}$∈[$\frac{\pi}{4}$，$\frac{3\pi}{4}$]，

故 sin（2x+$\frac{\pi}{4}$）的最大值是 1，

故只需$\frac{a}{\sqrt{2}}\geqslant 1$，解得：$a\geqslant\sqrt{2}$，

故选：D．

【点评】本题考查了特称命题转化为全称命题，考查三角函数问题，是一道中档题．

10．（2016秋•红塔区校级月考）在[－2，2]上随机地取两个实数a，b，则事件"直线x+y=1与圆

（x－a）^{2}+（y－b）^{2}=2相交"发生的概率为（　　）

A．$\frac{1}{4}$　B．$\frac{9}{16}$　C．$\frac{3}{4}$　D．$\frac{11}{16}$

【考点】几何概型．

【专题】数形结合；数形结合法；直线与圆；概率与统计．

【分析】根据题意画出不等式组$\begin{cases}-2\leqslant a\leqslant 2\\-2\leqslant b\leqslant 2\end{cases}$和$\frac{|a+b-1|}{\sqrt{2}}\leqslant\sqrt{2}$表示的平面区域，利用面积比求出对应的概率值．

【解答】解：根据题意，得$\begin{cases}-2\leqslant a\leqslant 2\\-2\leqslant b\leqslant 2\end{cases}$，

又直线x+y=1与圆（x－a）^{2}+（y－b）^{2}=2相交，

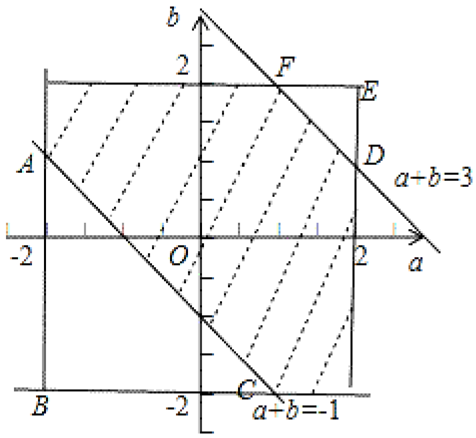
d≤r，

即$\frac{|a+b-1|}{\sqrt{2}}\leqslant\sqrt{2}$，

得|a+b－1|≤2，

所以－1≤a+b≤3；

画出图形，如图所示；



则事件"直线x+y=1与圆（x－a）^{2}+（y－b）^{2}=2相交"发生的概率为

$P=\frac{S_{阴影}}{S_{正方形}}=\frac{4^2-\frac{1}{2}\times 3^2-\frac{1}{2}\times 1^2}{4^2}=\frac{11}{16}$．

故选：D．

【点评】本题考查了二元一次不等式组表示平面区域的应用问题，也考查了几何概率的计算问题，是基础题目.

11．两圆 $x^2+y^2+2ax+a^2-4=0$ 和 $x^2+y^2-4by-1+4b^2=0$ 恰有三条公切线，若 $a\in R$，$b\in R$，且 $ab\neq 0$，则 $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ 的最小值为（　　）

A．$\frac{1}{9}$　B．$\frac{4}{9}$　C．1　D．3

【考点】圆与圆的位置关系及其判定；基本不等式在最值问题中的应用.

【专题】计算题.

【分析】由题意可得 两圆相外切，根据两圆的标准方程求出圆心和半径，由 $\sqrt{a^2+4b^2}=3$，得到 $\frac{a^2+4b^2}{9}=1$，

$\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{a^2+4b^2}{9a^2}+\frac{a^2+4b^2}{9b^2}=\frac{1}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4b^2}{9a^2}+\frac{a^2}{9b^2}$，使用基本不等式求得 $\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}$ 的最小值.

【解答】解：由题意可得 两圆相外切，两圆的标准方程分别为 $(x+a)^2+y^2=4$，$x^2+(y-2b)^2=1$，

圆心分别为（－a，0），（0，2b），半径分别为 2 和 1，故有 $\sqrt{a^2+4b^2}=3$，$\therefore a^2+4b^2=9$，

$\therefore \frac{a^2+4b^2}{9}=1$，$\therefore \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{a^2+4b^2}{9a^2}+\frac{a^2+4b^2}{9b^2}=\frac{1}{9}+\frac{4}{9}+\frac{4b^2}{9a^2}+\frac{a^2}{9b^2}$

$\geqslant \frac{5}{9}+2\sqrt{\frac{4}{81}}=1$，当且仅当 $\frac{4b^2}{9a^2}=\frac{a^2}{9b^2}$ 时，等号成立，

故选　C.

【点评】本题考查两圆的位置关系，两圆相外切的性质，圆的标准方程的特征，基本不等式的应用，得到 $\frac{a^2+4b^2}{9}=1$，

是解题的关键和难点.

12．设 f（x）是定义在 R 上的函数，f（0）=2，对任意 $x\in R$，f（x）+f′（x）＞1，则不等式

$e^x f(x)>e^x+1$ 的解集为（　　）

A．（0，+∞）　B．（－∞，0）　C．（－∞，－1）∪（1，+∞）　D．（－∞，－1）∪（0，1）

【考点】利用导数研究函数的单调性.
【专题】导数的概念及应用.
【分析】本题构造新函数 g（x）=e^xf（x）﹣e^x，利用条件 f（x）+f′（x）＞1，得到 g′（x）＞0，得到函数 g（x）单调递增，再利用 f（0）=2，得到函数 g（x）过定点（0，1），解不等式
e^xf（x）＞e^x+1，即研究 g（x）＞1，结合函数的图象，得到 x 的取值范围，即本题结论.
【解答】解：令 g（x）=e^xf（x）﹣e^x，
则 g′（x）=e^xf（x）+e^xf′（x）﹣e^x，
∵对任意 x∈R，f（x）+f′（x）＞1，
∴g′（x）=e^x[f（x）+f′（x）﹣1]＞0，
∴函数 y=g（x）在 R 上单调递增.
∵f（0）=2，
∴g（0）=1.
∴当 x＜0 时，g（x）＜1；
当 x＞0 时，g（x）＞1.
∵e^xf（x）＞e^x+1，
∴e^xf（x）﹣e^x＞1，
即 g（x）＞1，
∴x＞0.
故选 A.
【点评】本题考查了函数的导数与单调性，还考查了构造法思想，本题有一定的难度，计算量适中，属于中档题.

二、填空题（每题 5 分，满分 20 分）

13．已知向量 $\vec{a}=(1,2)$，$\vec{b}=(1,0)$，$\vec{c}=(3,4)$，若 λ 为实数，$(\lambda\vec{a}+\vec{b})\perp\vec{c}$，则 λ 的值为________.
【考点】平面向量的坐标运算.
【专题】计算题；规律型；转化思想；平面向量及应用.
【解答】解：由题意可得 $\lambda\vec{a}+\vec{b}$=（1+λ，2λ）

∵（$\lambda\vec{a}+$b）⊥$\vec{c}$，∴（$\lambda\vec{a}+\vec{b}$）•$\vec{c}$=0，
代入数据可得 3（1+λ）+4×2λ=0，
解之可得 λ=﹣$\frac{3}{11}$
故答案为：$-\frac{3}{11}$.
【点评】本题考查平面向量数量积的运算，涉及向量的垂直于数量积的关系，属中档题.

14．（2016秋•红塔区校级月考）已知命题p：$x^2+2x-3>0$；命题q：$\frac{1}{3-x}>1$，若“¬q且p”为真，则x的取值范围是__$(-\infty,-3)\cup(1,2]\cup[3,+\infty)$__．

【考点】复合命题的真假．
【专题】转化思想；定义法；简易逻辑．
【分析】根据条件先求出命题p，q为真命题的等价条件，结合复合命题真假关系进行求解即可．

【解答】解：因为“¬q且p”为真，即q假p真，而q为真命题时，由$\frac{1}{3-x}>1$得

$\frac{1}{3-x}-1=\frac{x-2}{3-x}>0$，

即$2<x<3$，所以q假时有$x\geq3$或$x\leq2$；
p为真命题时，由$x^2+2x-3>0$，解得$x>1$或$x<-3$，

由$\begin{cases}x>1或x<-3\\x\geq3或x\leq2\end{cases}$，得$x\geq3$或$1<x\leq2$或$x<-3$，

所以x的取值范围是$(-\infty,-3)\cup(1,2]\cup[3,+\infty)$．

故答案为：$(-\infty,-3)\cup(1,2]\cup[3,+\infty)$

【点评】本题主要考查复合命题真假的应用，根据条件求出命题p，q为真命题的等价条件 是解决本题的关键．

15．（2008•盐田区校级模拟）函数$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x)$的单调递减区间是__$(2,+\infty)$__．

【考点】对数函数的单调性与特殊点．
【专题】计算题．

【分析】先求函数的定义域，然后分解函数：令$t=x^2-2x$，则$y=\log_{\frac{1}{2}}t$，而函数$y=\log_{\frac{1}{2}}t$在定义域上单调递减，$t=x^2-2x$在$(2,+\infty)$单调递增，在$(-\infty,0)$单调递减，根据复合函数的单调性可知函数$y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x)$可求

【解答】解：由题意可得函数的定义域为：$(2,+\infty)\cup(-\infty,0)$

令$t=x^2-2x$，则$y=\log_{\frac{1}{2}}t$

因为函数$y=\log_{\frac{1}{2}}t$在定义域上单调递减

$t=x^2-2x$在$(2,+\infty)$单调递增，在$(-\infty,0)$单调递减

根据复合函数的单调性可知函数$y=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-2x)$的单调递减区间为：（2，+∞）

故答案为：（2，+∞）

【点评】本题主要考查了由对数函数及二次函数复合而成的复合函数的单调区间的求解，解题的关键是根据复合函数的单调性的求解法则的应用，解题中容易漏掉对函数的定义域的考虑，这是解题中容易出现问题的地方．

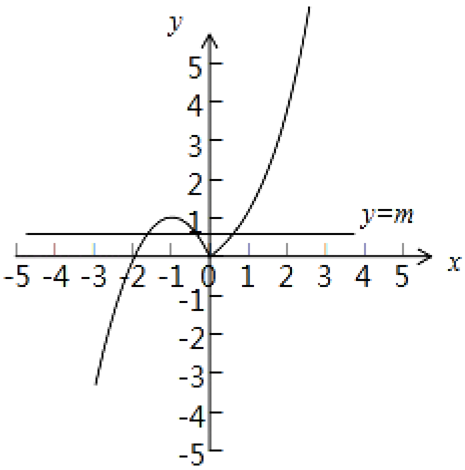
16．（2016秋•红塔区校级月考）函数 f（x）=$\begin{cases}2^x-1, & x>0\\ -x^2-2x, & x\leqslant 0\end{cases}$，若方程 f（x）﹣m=0有三个实根，则 m 的取值范围是__（0，1）__．

【考点】根的存在性及根的个数判断．

【专题】计算题；数形结合；解题方法；函数的性质及应用．

【分析】画出函数的图象，利用函数的图象求解即可．

【解答】解：画出函数 f（x）=$\begin{cases}2^x-1, & x>0\\ -x^2-2x, & x\leqslant 0\end{cases}$，y=m，的图象如图：



方程 f（x）﹣m=0 有三个实根，即 y=f（x）与 y=m 由三个不同的交点，

由图象可得 m∈（0，1）．

故答案为：（0，1）．

【点评】不要考查函数的图象的应用，零点个数的判断与应用，考查计算能力．

三、解答题（本大题共5小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.）

17．（12分）已知 a，b，c 分别为△ABC 三个内角 A，B，C 的对边，b=acosC+$\frac{\sqrt{3}}{3}$asinC．

（I）求 A；

（Ⅱ）若 a=2，b+c≥4，求△ABC 的面积．

【考点】余弦定理；正弦定理．

【专题】对应思想；综合法；解三角形．

【分析】(1)利用余弦定理将角化边得出 $b^2+c^2-a^2=\frac{2\sqrt{3}}{3}absinC=2bccosA$，再使用正弦定理得出 tanA;
(2)利用余弦定理和基本不等式可得 bc≥4，bc≤4，故 bc=4.

【解答】解:(1)在△ABC 中，∵$b=acosC+\frac{\sqrt{3}}{3}asinC$，

∴$b=a\times\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}+\frac{\sqrt{3}}{3}asinC$.

即 $b^2+c^2-a^2=\frac{2\sqrt{3}}{3}absinC$.

又∵$b^2+c^2-a^2=2bccosA$，

∴$\frac{\sqrt{3}}{3}asinC=ccosA$，

∴$\frac{\sqrt{3}}{3}sinAsinC=sinCcosA$，

∴$tanA=\sqrt{3}$.

∴$A=\frac{\pi}{3}$.

(2)由余弦定理得：$cosA=\frac{b^2+c^2-4}{2bc}=\frac{1}{2}$，∴$b^2+c^2=bc+4\geqslant 2bc$，∴$bc\leqslant 4$.

又 $b^2+c^2=bc+4$，∴$(b+c)^2=3bc+4$，
∵$b+c\geqslant 4$，∴$(b+c)^2=3bc+4\geqslant 16$，∴$bc\geqslant 4$.
∴bc=4.

∴$S_{\triangle ABC}=\frac{1}{2}bcsinA=\frac{1}{2}\times 4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$.

【点评】本题考查了正余弦定理，基本不等式的应用，属于中档题.

18.(12 分)(2016•大连二模)甲、乙两名乒乓球运动员进行乒乓球单打比赛，根据以往比赛的胜负情况，每一局甲胜的概率为$\frac{2}{3}$，乙胜的概率为$\frac{1}{3}$，如果比赛采用“五局三胜制”(先胜三局者获胜，比赛结束).
(1)求甲获得比赛胜利的概率;
(2)设比赛结束时的局数为 X，求随机变量 X 的分布列和数学期望.
【考点】离散型随机变量及其分布列；离散型随机变量的期望与方差.
【专题】计算题；转化思想；综合法；圆锥曲线的定义、性质与方程.
【分析】(1)甲获得比赛胜利包含三种情况：①甲连胜三局；②前三局甲两胜一负，第四局甲胜；③前四局甲两胜两负，第五局甲胜. 由此能求出甲获得比赛胜利的概率.
(2)由已知得 X 的可能取值为 3，4，5，分别求出相应的概率，由此能求出随机变量 X 的分布列和数学期望.
【解答】解:(1)甲获得比赛胜利包含三种情况:
①甲连胜三局；②前三局甲两胜一负，第四局甲胜；③前四局甲两胜两负，第五局甲胜.

∴甲获得比赛胜利的概率：

p= $(\frac{2}{3})^3+C_3^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})\times(\frac{2}{3})+C_4^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})^2\times(\frac{2}{3})=\frac{64}{81}$.

（2）由已知得 X 的可能取值为 3，4，5，

P（X=3）= $(\frac{2}{3})^3+(\frac{1}{3})^3=\frac{1}{3}$，

P（X=4）= $C_3^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})\times(\frac{2}{3})+C_3^2(\frac{1}{3})^2(\frac{2}{3})\times(\frac{1}{3})=\frac{10}{27}$，

P（X=5）= $C_4^2(\frac{2}{3})^2(\frac{1}{3})^2\times(\frac{2}{3})+C_4^2(\frac{1}{3})^2(\frac{2}{3})^2\times(\frac{1}{3})=\frac{8}{27}$，

∴随机变量 X 的分布列为：

X	3	4	5
P	$\frac{1}{3}$	$\frac{10}{27}$	$\frac{8}{27}$

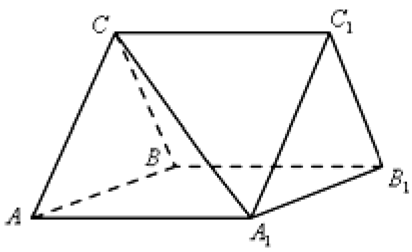
数学期望 EX= $3\times\frac{1}{3}+4\times\frac{10}{27}+5\times\frac{8}{27}=\frac{107}{27}$.

【点评】本题考查概率的求法，考查离散型随机变量的分布列和数学期望的求法，是中档题，解题时要认真审题，注意 n 次独立重复试验中事件 A 恰好发生 k 次的概率计算公式的合理运用.

19.（12 分）如图，三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中，CA=CB，$AB=AA_1$，$\angle BAA_1=60°$.

（Ⅰ）证明：$AB\perp A_1C$；

（Ⅱ）若平面 ABC⊥平面 AA_1B_1B，AB=CB，求直线 A_1C 与平面 BB_1C_1C 所成角的正弦值.



【考点】直线与平面所成的角；空间中直线与直线之间的位置关系.

【专题】综合题；转化思想；演绎法；空间位置关系与距离.

【分析】（Ⅰ）取 AB 中点，连接 OC，OA_1，得出 OC⊥AB，$OA_1\perp AB$，运用 AB⊥平面 OCA_1，即可证明.

（Ⅱ）易证 OA，OA_1，OC 两两垂直．以 O 为坐标原点，$\overrightarrow{OA}$的方向为 x 轴的正向建立坐标系，可向量的坐标，求出平面 BB_1C_1C 的法向量，代入向量夹角公式，可得答案.

【解答】（Ⅰ）证明：取 AB 中点，连接 OC，OA_1，

∵CA=CB，AB=A_1A，∠BAA_1=60°

∴OC⊥AB，OA_1⊥AB，

∵OC∩OA_1=O，

∴AB⊥平面 OCA_1，

∵CA_1⊂平面 OCA_1，

∴AB⊥A_1C；

（Ⅱ）解：由（Ⅰ）知 OC⊥AB，OA_1⊥AB，又平面 ABC⊥平面 AA_1B_1B，交线为 AB，

所以 OC⊥平面 AA_1B_1B，故 OA，OA_1，OC 两两垂直．

以 O 为坐标原点，$\overrightarrow{OA}$的方向为 x 轴的正向，建立如图所示的坐标系，

可得 A（1，0，0），A_1（0，$\sqrt{3}$，0），C（0，0，$\sqrt{3}$），B（－1，0，0），

则$\overrightarrow{BC}$=（1，0，$\sqrt{3}$），$\overrightarrow{BB_1}=\overrightarrow{AA_1}$=（－1，$\sqrt{3}$，0），$\overrightarrow{A_1C}$=（0，－$\sqrt{3}$，$\sqrt{3}$），

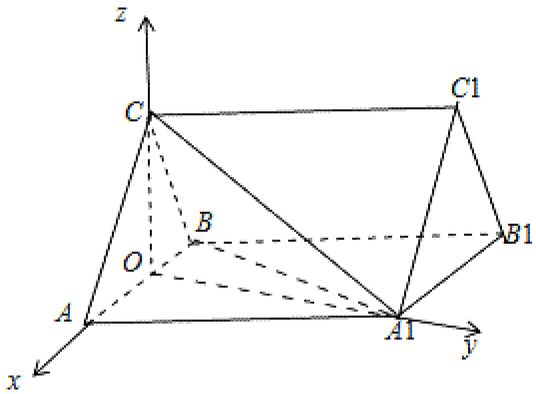
设$\vec{n}$=（x，y，z）为平面 BB_1C_1C 的法向量，

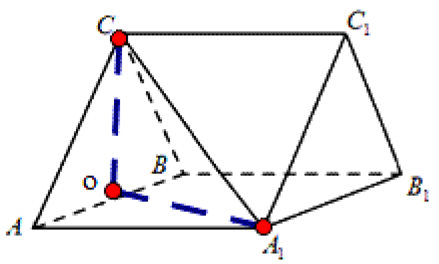
则$\begin{cases}x+\sqrt{3}z=0\\-x+\sqrt{3}y=0\end{cases}$，

可取 y=1，可得 $\vec{n}$=（$\sqrt{3}$，1，－1），故 cos＜$\vec{n}$，$\overrightarrow{A_1C}$＞=$-\frac{\sqrt{10}}{5}$，

又因为直线与法向量的余弦值的绝对值等于直线与平面的正弦值，

故直线 A_1C 与平面 BB_1C_1C 所成角的正弦值为：$-\frac{\sqrt{10}}{5}$．





【点评】本题考查直线与平面所成的角，涉及直线与平面垂直的性质和平面与平面垂直的判定，属中档题．

20．（12 分）（2016•北京）已知椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 过点 A（2，0），B（0，1）两点．

（1）求椭圆 C 的方程及离心率；

（2）设 P 为第三象限内一点且在椭圆 C 上，直线 PA 与 y 轴交于点 M，直线 PB 与 x 轴交于点 N，求证：四边形 ABNM 的面积为定值．

【考点】椭圆的标准方程；直线与椭圆的位置关系．

【专题】综合题；方程思想；综合法；圆锥曲线的定义、性质与方程．

【分析】（1）由题意可得 a=2，b=1，则 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$，则椭圆 C 的方程可求，离心率为 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

（2）设 P（x_0，y_0），求出 PA、PB 所在直线方程，得到 M，N 的坐标，求得|AN|，|BM|．由 $S_{ABNM}=\frac{1}{2}\cdot|AN|\cdot|BM|$，结合 P 在椭圆上求得四边形 ABNM 的面积为定值 2．

【解答】（1）解：∵椭圆 C：$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ 过点 A（2，0），B（0，1）两点，

∴a=2，b=1，则 $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{4-1}=\sqrt{3}$，

∴椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$，离心率为 $e=\frac{\sqrt{3}}{2}$；

（2）证明：如图，

设 P（x_0，y_0），则 $k_{PA}=\frac{y_0}{x_0-2}$，PA 所在直线方程为 $y=\frac{y_0}{x_0-2}(x-2)$，

取 x=0，得 $y_M=-\frac{2y_0}{x_0-2}$；

$k_{PB}=\frac{y_0-1}{x_0}$，PB 所在直线方程为 $y=\frac{y_0-1}{x_0}x+1$，

取 y=0，得 $x_N=\frac{x_0}{1-y_0}$．

∴$|AN|=2-x_N=2-\frac{x_0}{1-y_0}=\frac{2-2y_0-x_0}{1-y_0}$，

$|BM|=1-y_M=1+\frac{2y_0}{x_0-2}=\frac{x_0+2y_0-2}{x_0-2}$．

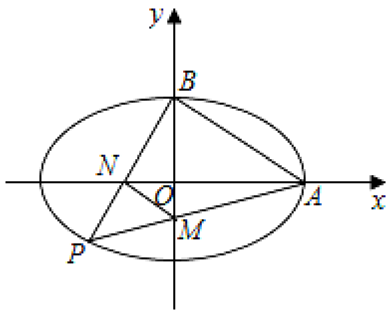
$\therefore S_{ABNM}=\frac{1}{2}\cdot|AN|\cdot|BM|=\frac{1}{2}\cdot\frac{2-2y_0-x_0}{1-y_0}\cdot\frac{x_0+2y_0-2}{x_0-2}$

$=-\frac{1}{2}\frac{(x_0+2y_0-2)^2}{(1-y_0)(x_0-2)}=\frac{1}{2}\frac{(x_0+2y_0)^2-4(x_0+2y_0)+4}{x_0y_0+2-x_0-2y_0}=\frac{1}{2}$

$\frac{x_0^2+4x_0y_0+4y_0^2-4x_0-8y_0+4}{x_0y_0+2-x_0-2y_0}$

$=\frac{1}{2}\frac{4(x_0y_0+2-x_0-2y_0)}{x_0y_0+2-x_0-2y_0}=\frac{1}{2}\times4=2$.

∴四边形 ABNM 的面积为定值 2.



【点评】本题考查椭圆的标准方程，考查了椭圆的简单性质，考查计算能力与推理论证能力，是中档题.

21.（12 分）设函数，f（x）=lnx+$\frac{k}{x}$，k∈R.

（1）若曲线 y=f（x）在点（e，f（e））处的切线与直线 x﹣2=0 垂直，求 f（x）的单调递减区间和极小值（其中 e 为自然对数的底数）；

（2）若对任意 $x_1>x_2>0$，f（x_1）﹣f（x_2）<x_1-x_2 恒成立，求 k 的取值范围.

【考点】导数在最大值、最小值问题中的应用；利用导数研究曲线上某点切线方程.

【专题】导数的概念及应用；导数的综合应用.

【分析】(1) 先利用导数的几何意义求出 k 的值，然后利用导数求该函数单调区间及其极值；

（2）由题意可知，函数 f（x）﹣x 在（0，+∞）上递增，即该函数的导数大于等于零在（0，+∞）恒成立，然后转化为导函数的最值问题来解.

【解答】解：(1) 由已知得 $f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{k}{x^2}(x>0)$.

∵曲线 y=f（x）在点（e，f（e））处的切线与直线 x﹣2=0 垂直，∴此切线的斜率为 0.

即 f′（e）=0，有 $\frac{1}{e}-\frac{k}{e^2}=0$，解得 k=e.

$\therefore f'(x)=\frac{1}{x}-\frac{e}{x^2}=\frac{x-e}{x^2}(x>0)$，由 f′（x）＜0 得 0＜x＜e，由 f′（x）＞0 得 x＞e.

∴f（x）在（0，e）上单调递减，在（e，+∞）上单调递增，当 x=e 时 f（x）取得极小值 $f(e)=\ln e+\frac{e}{e}=2$.

故 f（x）的单调递减区间为（0，e），极小值为 2.

（2）条件等价于对任意 $x_1>x_2>0$，f（x_1）﹣x_1＜f（x_2）﹣x_2（*）恒成立.

设 h（x）=f（x）﹣x=lnx+$\frac{k}{x}-x(x>0)$.

∴（*）等价于 h（x）在（0，+∞）上单调递减.

由$h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{k}{x^2}-1\leqslant 0$在（0，+∞）上恒成立，

得$k\geqslant -x^2+x=-(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}(x>0)$恒成立.

所以$k\geqslant\frac{1}{4}$（对 k=$\frac{1}{4}$，h′（x）=0 仅在 x=$\frac{1}{2}$时成立），

故 k 的取值范围是$[\frac{1}{4}$，+∞).

【点评】本题考查了导数的几何意义（切线问题）以及利用导数如何研究函数单调性、极值的基本思路，属于基础题型.

请在 22、23 二题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题记分.（10 分）[选修 4-4：坐标系与参数方程]

22.（10 分）（2015 秋•城关区校级期中）在直角坐标系 xOy 中，以坐标原点为极点，x 轴正半轴为极轴建立极坐标系，半圆 C 的极坐标方程为 ρ=2cosθ，θ∈$[0,\frac{\pi}{2}]$.

（Ⅰ）求 C 的参数方程；

（Ⅱ）设点 D 在 C 上，C 在 D 处的切线与直线 l：$y=\sqrt{3}x+2$ 垂直，根据（Ⅰ）中你得到的参数方程，确定 D 的坐标.

【考点】简单曲线的极坐标方程.

【专题】数形结合；方程思想；转化思想；坐标系和参数方程.

【分析】（I）圆 C 的极坐标方程为 ρ=2cosθ，即 $\rho^2=2\rho\cos\theta$，利用互化公式可得直角坐标方程，利用三角函数基本关系式可得：参数方程.

（II）设切点 D（1+cosα，sinα），根据 CD∥l，可得$\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha-1}=\sqrt{3}$，解出即可得出.

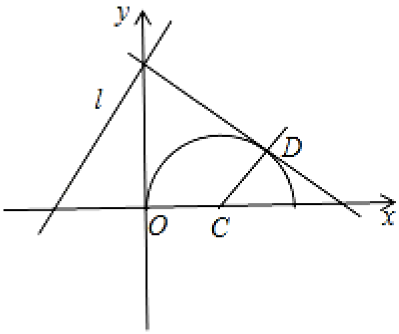
【解答】解：（I）圆 C 的极坐标方程为 ρ=2cosθ，即 $\rho^2=2\rho\cos\theta$，可得直角坐标方程：$x^2+y^2-2x=0$，配方为：$(x-1)^2+y^2=1$，圆心 C（1，0）.

可得参数方程为：$\begin{cases}x=1+\cos\alpha\\y=\sin\alpha\end{cases}$（α∈[0，π]，α 为参数）.

（II）设切点D（1+cosα，sinα），∵CD∥l，则$\frac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha-1}=\sqrt{3}$，tanα=$\sqrt{3}$，

解得α=$\frac{\pi}{3}$，

∴D $(\frac{3}{2},\ \frac{\sqrt{3}}{2})$．



【点评】本题考查了极坐标方程化为直角坐标方程、圆的参数方程、圆的切线的性质、斜率计算公式、相互平行的直线斜率之间的关系，考查了推理能力与计算能力，属于中档题．

[选修4-5：不等式选讲]

23．（2016春•湖南期末）已知函数f（x）=|x－1|+|x+3|．

（1）解不等式f（x）≥8；

（2）若不等式f（x）＜a^2－3a的解集不是空集，求实数a的取值范围．

【考点】绝对值不等式的解法；绝对值三角不等式．

【专题】分类讨论；综合法；不等式的解法及应用．

【分析】（1）求出函数f（x）的分段函数的形式，通过解各个区间上的x的范围去并集即可；（2）求出f（x）的最小值，得到关于a的不等式，解出即可．

【解答】解：（1）f（x）=|x－1|+|x+3|=$\begin{cases}-2x-2, & x\leqslant -3\\ 4, & -3<x<1\\ 2x+2, & x\geqslant 1\end{cases}$，

当x＜－3时，由－2x－2≥8，解得x≤－5；

当－3≤x≤1时，f（x）≤8不成立；

当x＞1时，由2x+2≥8，解得x≥3．

所以不等式f（x）≥8的解集为{x|x≤－5或x≥3}．

（2）因为f（x）=|x－1|+|x+3|≥4，

又不等式f（x）＜a^2－3a的解集不是空集，

所以，a^2－3a＞4，所以a＞4或a＜－1，

即实数a的取值范围是（－∞，－1）∪（4，+∞）．

【点评】本题考查了解绝对值不等式问题，函数恒成立问题，是一道中档题．