

## 数学试卷 高一

考试时间:120 分钟

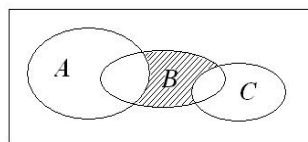
试题满分:150 分

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 如图,阴影部分表示的集合是

(A)  $B \cap [C_U(A \cup C)]$  (B)  $B \cap (A \cup C)$

(C)  $(C_U B) \cap (A \cup C)$  (D)  $(A \cup B) \cup [C_U(B \cup C)]$



2. 下列命题中,正确命题的个数是:

①若  $A \cap B = A$ , 则  $A \subseteq B$ ;      ②若  $A \cup B = A$ , 则  $A \subseteq B$ ;

③若  $A \cup B = U$ , 则  $A = C_U B$ ;      ④若  $A \cap B = \emptyset$ , 则  $A = C_U B$ ;

(A) 1      (B) 2      (C) 3      (D) 4

3. 已知集合  $M = \{(x, y) | x + y = 2\}$ ,  $N = \{(x, y) | x - y = 4\}$ , 则  $M \cap N =$

(A)  $\{(3, -1)\}$       (B)  $(3, -1)$       (C)  $\{3, -1\}$       (D)  $\{x = 3, y = -1\}$

4. 设集合  $A = \{x | -1 \leq x < 2\}$ ,  $B = \{x | x < a\}$ , 若  $A \cap B \neq \emptyset$ , 则  $a$  的取值范围是

(A)  $a < 2$       (B)  $a > -2$       (C)  $a > -1$       (D)  $-1 < a \leq 2$

5. 已知两个函数  $f(x)$  和  $g(x)$  的定义域和值域都是集合  $\{1, 2, 3\}$ , 其定义如下表:

|        |   |   |   |
|--------|---|---|---|
| $x$    | 1 | 2 | 3 |
| $f(x)$ | 2 | 3 | 1 |

|        |   |   |   |
|--------|---|---|---|
| $x$    | 1 | 2 | 3 |
| $g(x)$ | 1 | 3 | 2 |

填写下列  $g[f(x)]$  的表格, 其三个数

依次为

(A) 3, 1, 2;      (B) 2, 3, 1;

(C) 1, 2, 3;      (D) 3, 2, 1.

|           |   |   |   |
|-----------|---|---|---|
| $x$       | 1 | 2 | 3 |
| $g[f(x)]$ |   |   |   |

6. 若不等式  $|x-a| < 6$  的解集为  $(-2,10)$ , 则实数  $a$  等于

- (A) 8                      (B) 4                      (C) -4                      (D) -8

7. 下面关于函数的零点的叙述中正确的个数是

①函数  $y = f(x)$  在实数  $\alpha$  处的值等于零, 即  $f(\alpha) = 0$ , 则  $\alpha$  叫做这个函数的零点;

②当  $\Delta = b^2 - 4ac = 0$  时, 二次函数  $y = ax^2 + bx + c$  有一个二重的零点(二阶零点);

③函数  $y = f(x)$  在一个区间  $[a,b]$  上的图象不间断, 并且在它的两个端点处的函数值异号, 即  $f(a)f(b) < 0$ , 则这个函数在这个区间上, 至少有一个变号零点;

④函数  $y = f(x)$  在一个区间  $[a,b]$  上的图象不间断, 并且在它的两个端点处的函数值同号, 即  $f(a)f(b) > 0$ , 则这个函数在这个区间上, 不可能有变号零点.

- (A) 1                      (B) 2                      (C) 3                      (D) 4

8. 已知函数  $y = e^x$  的图象与函数  $y = f(x)$  的图象关于直线  $y = x$  对称, 则

(A)  $f(2x) = e^{2x} \ (x \in R)$                       (B)  $f(2x) = \ln 2 \cdot \ln x \ (x > 0)$

(C)  $f(2x) = 2e^x \ (x \in R)$                       (D)  $f(2x) = \ln(2x) \ (x > 0)$

9. 不等式  $x^2 - ax - b < 0$  的解集是  $\{x | 2 < x < 3\}$ , 则不等式  $bx^2 + ax - 1 > 0$  的解集是

(A)  $\{x | \frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}\}$

(B)  $\{x | x < \frac{1}{3} \text{ 或 } x > \frac{1}{2}\}$

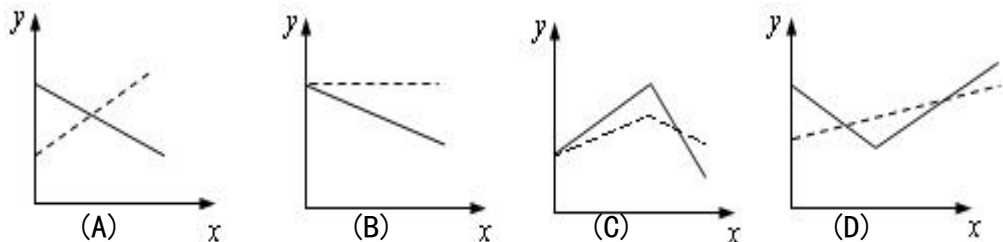
(C)  $\{x | -\frac{1}{2} < x < -\frac{1}{3}\}$

(D)  $\{x | x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > -\frac{1}{3}\}$

10. 函数  $f(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{x^2}$  的值域是

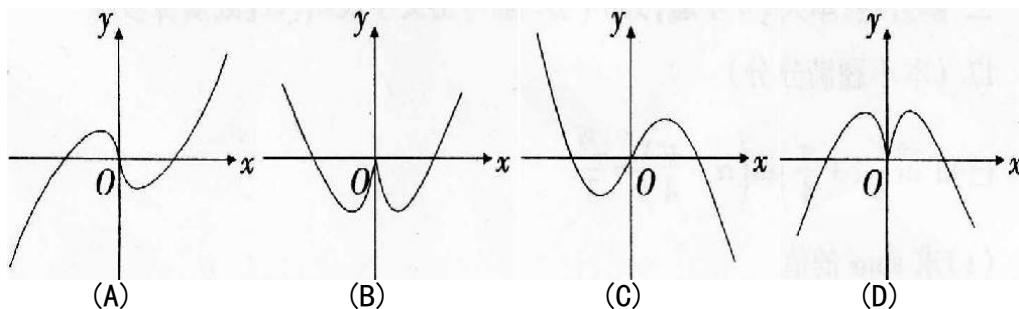
- (A)  $\{y | y \leq \frac{1}{2}\}$     (B)  $\{y | y \leq 2\}$     (C)  $\{y | 0 \leq y \leq \frac{3}{2}\}$     (D)  $\{y | y \geq 0\}$

11. 在股票买卖过程中,经常用到两种曲线,一种是即时价格曲线  $y=f(x)$ , 另一种是平均价格曲线  $y=g(x)$  (如  $f(2)=3$  是指开始买卖后二个小时的即时价格为 3 元;  $g(2)=3$  表示二个小时内的平均价格为 3 元). 下图给出的四个图象中,实线表示  $y=f(x)$ , 虚线表示  $y=g(x)$ , 其中可能正确的是



12. 已知函数  $f(x)=x$ ,  $g(x)$  是定义在  $R$  上的偶函数, 当  $x>0$  时  $g(x)=\lg x$ , 则

函数  $y=f(x) \cdot g(x)$  的大致图象为



二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 4 分, 共 16 分.

13. 若集合  $A=\{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ , 集合  $B=\{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6\}$ , 则由  $A$  到  $B$  的映射有 \_\_\_\_\_ 个. (以数字作答, 不要写作幂的形式)

14. 我校举办“希望之星”学科竞赛. 某班有 31 名同学参加数学竞赛, 24 名同学参加物理竞赛, 24 名同学参加化学竞赛; 其中参加数、理、化三科竞赛的有 7 名同学, 只参加数学、物理两科竞赛的有 5 名同学, 只参加物理、化学两科的有 3 名同学, 只参加数学、化学两科的有 4 名. 若该班共有 55 名同学, 则数学、物理、化学竞赛都没有参加的同学有 \_\_\_\_\_ 名.

15. 一个机器人每一秒钟前进一步或后退一步. 程序设计师设计的程序是让机器人以“先前进 3 步, 然后再后退 2 步”的规律移动. 如果将机器人放在数轴的原点, 面向正方向在数轴上移动 (1 步的距离为 1 个单位长度). 令  $P(n)$

表示第  $n$  秒时机器人所在位置的坐标, 且记  $P(0) = 0$ , 则  $P(1) = 1$ ,  $P(2) = 2$ ,

$P(3) = 3$ ,  $P(4) = 2$ ,  $P(5) = 1$ ,  $\dots\dots$ . 下列结论中正确的是\_\_\_\_\_. (要求填写所有正确答案序号)

①  $P(6) = 2$ ;

②  $P(7) = 3$ ;

③  $P(2005) < P(2006)$ ;

④  $P(2006) > P(2007)$ .

16. 下列命题中, 正确的是\_\_\_\_\_. (要求填写所有正确答案序号)

① 函数  $y = \frac{\sqrt{1-x^2}}{3-|3-x|}$  是奇函数;

② 函数  $y = \begin{cases} -x-1 & (x \leq -1) \\ -x^2+1 & (-1 < x < 1) \\ x-1 & (x \geq 1) \end{cases}$  是奇函数;

③ 函数  $y = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x+1}$  是奇函数;

④ 函数  $y = x^{\frac{2}{3}}$  是偶函数.

三、解答题：本大题共 6 小题，共 74 分，解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

解下列不等式：

(I)  $4^x - 2^{x+1} - 8 < 0$ ;

(II)  $\log_2 x + 2 < \log_2(x^2 - 3x)$ .

18. (本小题满分 12 分)

已知集合  $A = \{a^2, a+1\}$ , 集合  $B = \{b, 2b+1\}$ , 且  $\{1\} \subseteq A \cap B$ , 求实数  $a$  和  $b$ , 并指出实数  $a$  和  $b$  共计有多少组.

19. (本小题满分 12 分)

函数  $f(x) = e^x + \frac{a}{e^x}$  ( $x \in R$ ), 其中  $a \in R$ .

(I) 证明: 当  $a = -1$  时,  $f(x)$  是奇函数;

(II) 当  $a \leq 1$  时, 证明: 函数  $f(x)$  在区间  $[0, +\infty)$  上是单调增函数.

20. (本小题满分 12 分)

某水果公司销售某种水果, 零售价为每千克 4 元. 该公司为鼓励顾客多购买, 对购买量超过 100 千克的顾客实行“批发价”优惠, 具体优惠办法是: 购买量在 100 千克至 1000 千克的, 超过 100 千克的部分实行 9 折优惠; 购买量在 1000 千克至 5000 千克的, 超过 1000 千克的部分实行 8 折优惠; 购买量超过 5000 千克, 超过 5000 千克的部分实行 7 折优惠.

设购买量为  $x$  千克时, 所需要的金额为  $f(x)$  元.

(I) 求  $f(100)$ ,  $f(1000)$ ,  $f(5000)$ , 和  $f(10000)$ ;

(II) 求  $f(x)$ ;

(III) 8000 元能购买多少公斤这种水果?

21. (本小题满分 13 分)

已知函数  $f(x) = x^2 + 2x + 3$  ( $x \in [t, t+1]$ , 其中  $t \in R$ ). 设  $g(t)$  为  $f(x)$  的最大值, 设  $h(t)$  为  $f(x)$  的最小值.

(I) 求函数  $g(t)$  和  $h(t)$ ;

(II) 指出函数  $h(t)$  图象的对称轴, 并指出函数  $h(t)$  的单调区间及相应的单调性. (注: 问题(II)只需写出结论, 不必书写求解证明过程)

22. (本小题满分 13 分)

已知函数  $y = f(x)$  是对数函数.

(I) 若函数  $y = f(x)$  的图象经过点  $(64, 3)$ , 求函数  $f(x)$ ;

(II) 记  $g(x) = f(x) \cdot [f(x) + f(2) - 1]$ . 若  $y = g(x)$  在区间  $[\frac{1}{2}, 2]$  上是增函数, 求实数  $a$  的取值范围.