

题型练 2 选择、填空综合练(二)

能力突破训练

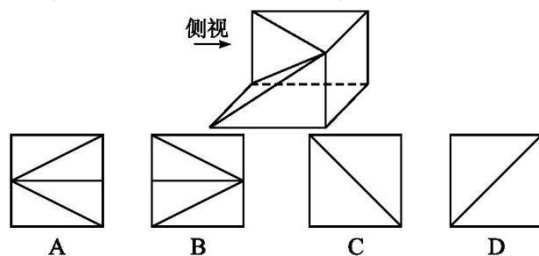
1. 设集合 $A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}$, \mathbf{Z} 为整数集, 则集合 $A \cap \mathbf{Z}$ 中元素的个数是()

- A. 6 B. 5
C. 4 D. 3

2. 复数 $(1-i)^2$ 的共轭复数是()

- A. i B. $1+i$
C. $-i$ D. $1-i$

3. 将长方体截去一个四棱锥, 得到的几何体如图所示, 则该几何体的侧视图为()



4. (2017 天津河西高三质量调查) 若存在实数 x , 使 $|x-a| + |x-1| \leq 3$ 成立, 则实数 a 的取值范围是()

- A. $[-2, 1]$ B. $[-2, 2]$
C. $[-2, 3]$ D. $[-2, 4]$

5. 已知 $p: \forall x \in [-1, 2], 4^x - 2^{x+1} + 2 - a < 0$ 恒成立, q : 函数 $y = (a-2)^x$ 是增函数, 则 p 是 q 的()

- A. 充分不必要条件
B. 必要不充分条件
C. 充要条件
D. 既不充分也不必要条件

6. 下列四个命题中真命题的个数是()

- ① “ $x=1$ ” 是 “ $x^2-3x+2=0$ ” 的充分不必要条件
② 命题 “ $\forall x \in \mathbf{R}, \sin x \leq 1$ ” 的否定是 “ $\exists x_0 \in \mathbf{R}, \sin x_0 > 1$ ”
③ “若 $am^2 < bm^2$, 则 $a < b$ ” 的逆命题为真命题
④ 命题 $p: \forall x \in [1, +\infty), \lg x \geq 0$, 命题 $q: \exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0 + 1 < 0$, 则 $p \vee q$ 为真命题

- A. 0 B. 1
C. 2 D. 3

7. 已知实数 x, y 满足约束条件则 $z = 2x + 4y$ 的最大值是()

- A. 2 B. 0
C. -10 D. -15

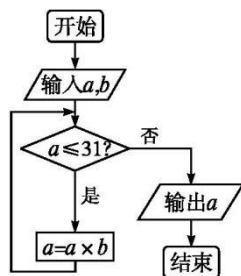
8. 已知 A, B 是球 O 的球面上两点, $\angle AOB = 90^\circ$, C 为该球面上的动点. 若三棱锥 $O-ABC$ 体积的最大值为 36, 则球 O 的表面积为()

- A. 36π B. 64π
C. 144π D. 256π

9. (2017 江苏, 10) 某公司一年购买某种货物 600 吨, 每次购买 x 吨, 运费为 6 万元/次, 一年的总存储费用为 $4x$ 万元. 要使一年的总运费与总存储费用之和最小, 则 x 的值是_____.

10. (2017 全国 I, 文 14) 曲线 $y = x^2 + 1$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程为_____.

11. 执行如图所示的程序框图, 若输入 $a=1, b=2$, 则输出的 a 的值为_____.



12. 已知直线 $y=mx$ 与函数 $f(x)=\frac{1}{x}$ 的图象恰好有三个不同的公共点, 则实数 m 的取值范围是_____.

13. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的通项是 $a_n=1-2n$, 前 n 项和为 S_n , 则数列的前 11 项和为_____.

14. 已知 P 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 上的一点, M, N 分别为圆 $(x+3)^2 + y^2 = 1$ 和圆 $(x-3)^2 + y^2 = 4$ 上的点, 则 $|PM| + |PN|$ 的最小值为_____.

思维提升训练

1. 设集合 $A = \{x | x + 2 > 0\}$, $B = \{x | x < 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{x | x > -2\}$
- B. $\{x | x < 3\}$
- C. $\{x | x < -2 \text{ 或 } x > 3\}$
- D. $\{x | -2 < x < 3\}$

2. 复数 $z = (1 + i)^2$ (i 为虚数单位) 的虚部为 ()

- A. 2
- B. -2
- C. 1
- D. -1

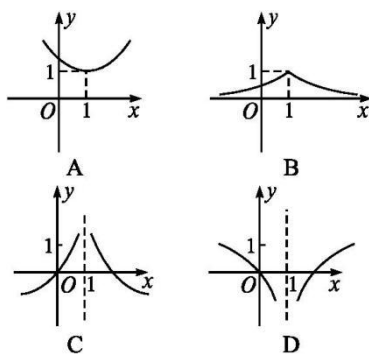
3. 定义域为 \mathbf{R} 的四个函数 $y = x^2 + 1, y = 3^x, y = |x + 1|, y = 2 \cos x$ 中, 偶函数的个数是 ()

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

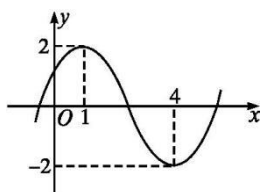
4. 已知 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x + y \leq 5 \\ x - y \leq 1 \end{cases}$ 则 $z = -2x + y$ 的最大值是 ()

- A. -1
- B. -2
- C. -5
- D. 1

5. 若实数 x, y 满足 $|x - 1| - \ln y = 0$, 则 y 关于 x 的函数图象的大致形状是 ()



6. 已知简谐运动 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ 的部分图象如图所示, 则该简谐运动的最小正周期 T 和初相 φ 分别为 ()



A. $T = 6\pi, \varphi = \frac{\pi}{6}$

B. $T = 6\pi, \varphi = \frac{\pi}{3}$

C. $T=6, \varphi=$

D. $T=6, \varphi=$

7. 设 \mathbf{a}, \mathbf{b} 是两个非零向量, 则使 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = |\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$ 成立的一个必要不充分条件是()

A. $\mathbf{a} = \mathbf{b}$

B. $\mathbf{a} \perp \mathbf{b}$

C. $\mathbf{a} = \lambda \mathbf{b} (\lambda > 0)$

D. $\mathbf{a} // \mathbf{b}$

8. 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = \sqrt{3}, BC = 2, B = 60^\circ$, 则 BC 边上的高等于()

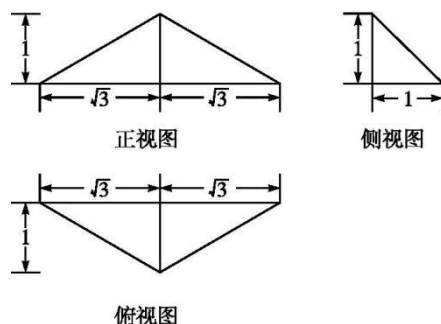
A.

B.

C.

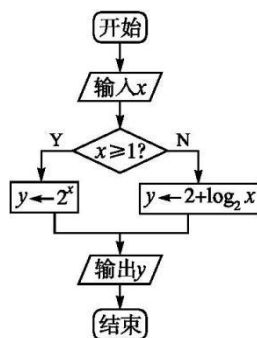
D.

9. 已知某三棱锥的三视图如图所示, 则该三棱锥的体积是_____.



10. (2017 全国 III, 文 14) 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0)$ 的一条渐近线方程为 $y = x$, 则 $a =$ _____.

11. (2017 江苏, 4) 下图是一个算法流程图. 若输入 x 的值为 10, 则输出 y 的值是_____.



12. 已知平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}, |\mathbf{a}| = 1, |\mathbf{b}| = 2, \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = 1$. 若 \mathbf{e} 为平面单位向量, 则 $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{e}| + |\mathbf{b} \cdot \mathbf{e}|$ 的最大值是_____.

13. 已知三棱锥 $S-ABC$ 的所有顶点都在球 O 的球面上, $\triangle ABC$ 是边长为 1 的正三角形, SC 为球 O 的直径, 且 $SC = 2$, 则此棱锥的体积为_____.

14. 设 $\{a_n\}$ 是集合 $\{2^s + 2^t | 0 \leq s < t, \text{且 } s, t \in \mathbf{Z}\}$ 中所有的数从小到大排列成的数列, 即 $a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 6, a_4 = 9, a_5 = 10, a_6 = 12, \dots$, 将数列 $\{a_n\}$ 各项按照上小下大、左小右大的原则写成如下的三角形数表:

3		
5	6	
9	10	12
...		

则 a_{99} 等于_____.

##

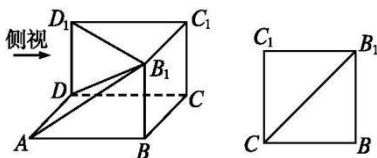
题型练 2 选择、填空综合练(二)

能力突破训练

1.B 由题意, $A \cap Z = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 故其中的元素个数为 5, 选 B.

2.A 解析 $=i$, 故选 A.

3.D 解析 如图, 点 D_1 的投影为 C_1 , 点 D 的投影为 C , 点 A 的投影为 B , 故选 D.

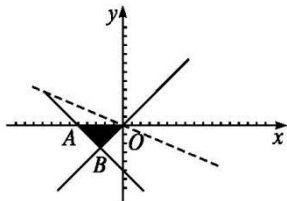


4.D

5.A 解析 关于 p : 不等式化为 $2^{2x} - 2 \cdot 2^x + 2 - a < 0$, 令 $t = 2^x$, $\therefore x \in [-1, 2]$, $\therefore t \in [1/2, 4]$, 则不等式转化为 $t^2 - 2t + 2 - a < 0$, 即 $a > t^2 - 2t + 2$ 对任意 $t \in [1/2, 4]$ 恒成立. 令 $y = t^2 - 2t + 2 = (t-1)^2 + 1$, 当 $t \in [1/2, 4]$ 时, $y_{\max} = 10$, 所以 $a > 10$. 关于 q : 只需 $a - 2 > 1$, 即 $a > 3$. 故 p 是 q 的充分不必要条件.

6.D 解析 由 $x=1$, 得 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 反之, 若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x=1$ 或 $x=2$, ①是真命题; 全称命题的否定是特称命题, ②是真命题; 原命题的逆命题为“若 $a < b$, 则 $am^2 < bm^2$ ”, 当 $m=0$ 时, 结论不成立, ③是假命题; 命题 p 是真命题, 命题 q 是假命题, ④是真命题, 故选 D.

7.



B 解析 实数 x, y 满足约束条件对应的平面区域为如图 ABO 对应的三角形区域, 当动直线 $z = 2x + 4y$ 经过原点时, 目标函数取得最大值为 $z = 0$, 所以选 B.

8.C 解析 $\triangle AOB$ 面积确定, 若三棱锥 $O-ABC$ 的底面 OAB 的高最大, 则其体积才最大. 因为高最大为半径 R , 所以 $V_{O-ABC} = R^2 \times R = 36$, 解得 $R = 6$, 故 $S_{球} = 4\pi R^2 = 144\pi$.

9.30 解析 一年的总运费与总存储费用之和为 $4x + \frac{6}{x} \geq 4 \times 2 = 240$, 当且仅当 $x = \frac{6}{4}$, 即 $x = 30$ 时等号成立.

10. $y = x + 1$ 解析 设 $y = f(x)$, 则 $f'(x) = 2x$, 所以 $f'(1) = 2 - 1 = 1$. 所以曲线 $y = x^2$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程为 $y - 2 = 1 \times (x - 1)$, 即 $y = x + 1$.

11.32 解析 第一次循环, 输入 $a = 1, b = 2$, 判断 $a \leq 31$, 则 $a = 1 \times 2 = 2$;

第二次循环, $a = 2, b = 2$, 判断 $a \leq 31$, 则 $a = 2 \times 2 = 4$;

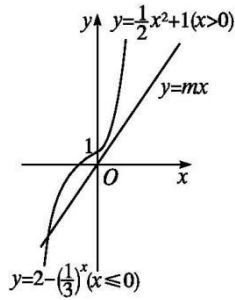
第三次循环, $a = 4, b = 2$, 判断 $a \leq 31$, 则 $a = 4 \times 2 = 8$;

第四次循环, $a = 8, b = 2$, 判断 $a \leq 31$, 则 $a = 8 \times 2 = 16$;

第五次循环, $a = 16, b = 2$, 判断 $a \leq 31$, 则 $a = 16 \times 2 = 32$;

第六次循环, $a = 32, b = 2$, 不满足 $a \leq 31$, 输出 $a = 32$.

12. $(-\infty, +\infty)$ 解析 作出函数 $f(x) = \frac{1}{x}$ 的图象, 如图.



直线 $y=mx$ 的图象是绕坐标原点旋转的动直线. 当斜率 $m \leq 0$ 时, 直线 $y=mx$ 与函数 $f(x)$ 的图象只有一个公共点; 当 $m > 0$ 时, 直线 $y=mx$ 始终与函数 $y=2-(x \leq 0)$ 的图象有一个公共点, 故要使直线 $y=mx$ 与函数 $f(x)$ 的图象有三个公共点, 必须使直线 $y=mx$ 与函数 $y=x^2+1(x > 0)$ 的图象有两个公共点, 即方程 $mx=x^2+1$ 在 $x > 0$ 时有两个不相等的实数根, 即方程 $x^2-2mx+2=0$ 的判别式 $\Delta=4m^2-4 \times 2 > 0$, 解得 $m > \sqrt{2}$. 故所求实数 m 的取值范围是 $(\sqrt{2}, +\infty)$.

13.-66 解析 因为 $a_n=1-2n, S_n=-n^2, -n$, 所以数列的前 11 项和为 -66 .

14.7 解析 由题意知椭圆的两个焦点 F_1, F_2 分别是两圆的圆心, 且 $|PF_1|+|PF_2|=10$, 从而 $|PM|+|PN|$ 的最小值为 $|PF_1|+|PF_2|-1-2=7$.

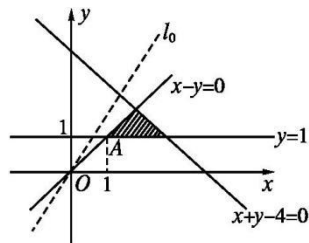
思维提升训练

1.D 解析 由已知, 得 $A=\{x|x > -2\}, B=\{x|x < 3\}$, 则 $A \cap B=\{x|-2 < x < 3\}$, 故选 D.

2.B 解析 $z=-1-2i$, 得复数 z 的虚部为 -2 , 故选 B.

3.C 解析 由函数奇偶性的定义, 得 $y=x^2+1$ 与 $y=2\cos x$ 是偶函数, $y=3^x$ 与 $y=|x+1|$ 既不是奇函数也不是偶函数, 故选 C.

4.A 解析 作出约束条件的可行域如图阴影部分所示, 平移直线 $l_0: y=2x$, 可得在点 $A(1,1)$ 处 z 取得最大值, 最大值为 -1 .



5.B 解析 已知等式可化为 $y=$ 根据指数函数的图象可知选项 B 正确, 故选 B.

6.C 解析 由图象易知 $A=2, T=6, \therefore \omega=$.

又图象过点 $(1,2), \therefore \sin=1,$

$\therefore \varphi+=2k\pi, k \in \mathbf{Z},$

又 $|\varphi| < \pi, \therefore \varphi=.$

7.D 解析 因为 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}| \cos \theta$, 其中 θ 为 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角. 若 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$, 则 $\cos \theta=1$, 向量 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 方向相同; 若 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$ 或 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}=-|\mathbf{a}| \cdot |\mathbf{b}|$, 故选 D.

8.B 解析 设 $AB=a$, 则由 $AC^2=AB^2+BC^2-2AB \cdot BC \cos B$ 知 $7=a^2+4-2a$, 即 $a^2-2a-3=0, \therefore a=3$ (负值舍去).

$\therefore BC$ 边上的高为 $AB \cdot \sin B=3 \times$.

9. 解析 由三视图可知该几何体是一个三棱锥, 且底面积为 $S=\frac{1}{2} \times 2 \times 1=1$, 高为 1, 所以该几何体的体积为 $V=Sh=\frac{1}{3} \times 1=$.

10.5 解析 由双曲线的标准方程可得其渐近线方程为 $y=\pm x$. 由题意得, 解得 $a=5$.

11.-2 解析 由题意得 $y=2+\log_2=2-4=-2$, 答案为 -2 .

12. 解析 由已知得 \mathbf{a} 与 \mathbf{b} 的夹角为 60° , 不妨取 $\mathbf{a}=(1,0), \mathbf{b}=(1,).$

设 $\mathbf{e}=(\cos \alpha, \sin \alpha)$,

则 $|\mathbf{a} \cdot \mathbf{e}|+|\mathbf{b} \cdot \mathbf{e}|=|\cos \alpha|+|\cos \alpha+\sin \alpha|$

$\leq|\cos \alpha|+|\cos \alpha|+|\sin \alpha|$

$=2|\cos \alpha|+|\sin \alpha|$,

取等号时 $\cos \alpha$ 与 $\sin \alpha$ 同号.

所以 $2|\cos \alpha|+|\sin \alpha|=|2 \cos \alpha+\sin \alpha|=|\sin (\alpha+\theta)|$.

显然 $|\sin (\alpha+\theta)| \leq 1$.

易知当 $\alpha+\theta=\frac{\pi}{2}$ 时, $|\sin (\alpha+\theta)|$ 取最大值 1, 此时 α 为锐角, $\sin \alpha, \cos \alpha$ 同为正, 因此上述不等式中
等号能同时取到. 故所求最大值为.

13. 解析 $\because SC$ 是球 O 的直径, $\therefore \angle CAS=\angle CBS=90^{\circ} \therefore BA=BC=AC=1, SC=2, \therefore AS=BS=$

取 AB 的中点 D , 显然 $AB \perp CD, AB \perp SD$,

$\therefore AB \perp$ 平面 SCD . 在 $\triangle CDS$ 中, $CD=\frac{\sqrt{2}}{2}, DS=\frac{\sqrt{2}}{2}, SC=2$, 利用余弦定理可得 $\cos \angle CDS=-\frac{1}{2}$, 故 $\sin \angle$
 $CDS=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore S_{\triangle CDS}=\frac{\sqrt{3}}{4}$,

$\therefore V=V_{B-CDS}+V_{A-CDS}=\frac{1}{3} \times S_{\triangle CDS} \times BD+\frac{1}{3} \times S_{\triangle CDS} \times AD=\frac{1}{3} \times S_{\triangle CDS} \times BA=\frac{\sqrt{3}}{4}$.

14.16 512 解析 用 (s, t) 表示 2^s+2^t , 则三角形数表可表示为

第一行 3(0,1)

第二行 5(0,2) 6(1,2)

第三行 9(0,3) 10(1,3) 12(2,3)

第四行 17(0,4) 18(1,4) 20(2,4) 24(3,4)

第五行 33(0,5) 34(1,5) 36(2,5) 40(3,5) 48(4,5)

...

因为 $99=(1+2+3+4+\cdots+13)+8$,

所以 $a_{99}=(7,14)=2^7+2^{14}=16512$.