# 2009-2010 学年度上学期期末考试

# 高三年级理科数学试卷

**一.选择题：本大题共 12 小题,每小题 5 分,共 60 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.**

1. 在复平面内,复数 $z=\dfrac{5i}{2+i}$ 对应的点位于(　　)

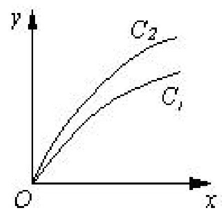
(A)第一象限　　(B)第二象限　　(C)第三象限　　(D)第四象限

2. 如果命题“$\neg(p\wedge q)$”是真命题，则正确的是(　　)

(A) $p,q$ 均为真命题　　(B) $p,q$ 中至少有一个为假命题

(C) $p,q$ 均为假命题　　(D) $p,q$ 中至多有一个为假命题

3. 如图:函数 $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+ax}}$（$x\ge 0$），$g(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+bx}}$（$x\ge 0$）的图象分别对应曲线 $C_1$ 和 $C_2$,则(　　)




(A) $0<a<b$　　(B) $0<b<a$

(C) $a<b<0$　　(D) $b<a<0$

4. 双曲线 $\dfrac{x^2}{2}-\dfrac{y^2}{2}=1$ 离心率为(　　)

(A) $2$　　(B) $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　(C) $\sqrt{5}$　　(D) $\sqrt{2}$

5. 在等腰直角三角形 $ABC$ 中，$\angle C=90^\circ$，在 $\angle CAB$ 内作射线 $AM$，则使 $\angle CAM<30^\circ$ 的概率为(　　)

(A) $\dfrac{2}{3}$　　(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　　(C) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　　(D) $\dfrac{1}{2}$

6. 函数 $y=\sin(2x+\dfrac{\pi}{6})-\cos 2x$（$x\in R$）的一个对称轴是(　　)

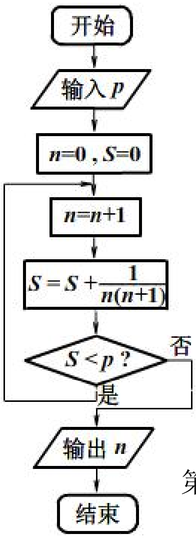
(A) $x=\frac{\pi}{6}$　　(B) $x=\frac{\pi}{12}$　　(C) $x=\frac{2\pi}{3}$　　(D) $x=\frac{\pi}{3}$

7. $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos xdx=$ (　　)

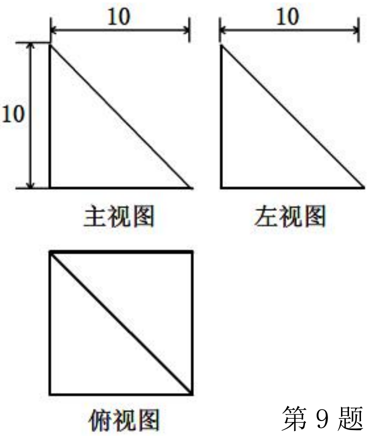
(A) $1$　　(B) $\frac{\pi}{3}$　　(C) $\frac{\pi}{6}+1$　　(D) $\frac{\pi}{2}-1$

8. 执行下面的程序框图.若要求输出的$n$值为$5$,则输入的$p$值满足(　　)

(A) $p\in(\frac{4}{5},\frac{5}{6})$　　(B) $p\in(\frac{4}{5},\frac{5}{6}]$　　(C) $p\in[\frac{4}{5},\frac{5}{6})$　　(D) $p\in[\frac{4}{5},\frac{5}{6}]$




第 8 题图




第 9 题图

9. 上图,是某四棱锥的三视图,则其体积为(　　)

(A) $1000$　　(B) $500$　　(C) $\frac{1000}{3}$　　(D) $300$

10. 有$5$位乘客进入电梯,若认为每位乘客等可能于$2$层至$5$层的任意一层离开电梯,则恰有$3$位在同一层离开的概率为(　　)

(A) $\frac{45}{128}$　　(B) $\frac{15}{64}$　　(C) $\frac{9}{32}$　　(D) $\frac{5}{16}$

11. 已知$A,B,C$是平面上不共线的三点,$O$为$\Delta ABC$的外心,动点$P$满足

$$\overrightarrow{OP}=\frac{[(1-\lambda)\overrightarrow{OA}+(1-\lambda)\overrightarrow{OB}+(1+2\lambda)\overrightarrow{OC}]}{3}$$

$(\lambda\in R,\lambda\neq 0)$,则动点$P$一定经过$\Delta ABC$的(　　)

(A) 内心　　　　(B) 垂心　　　　(C) 重心　　　　(D) $AB$ 边的中点

12. 若函数 $f(x)=|x+3|+2a|x-1|$ $(x\in R)$ 恒有最小值，则实数 $a$ 的取值范围是 (　　)

(A) $[-\frac{1}{2},+\infty)$　　(B) $[0,+\infty)$　　(C) $(-\infty,0]$　　(D) $(-\infty,1]$

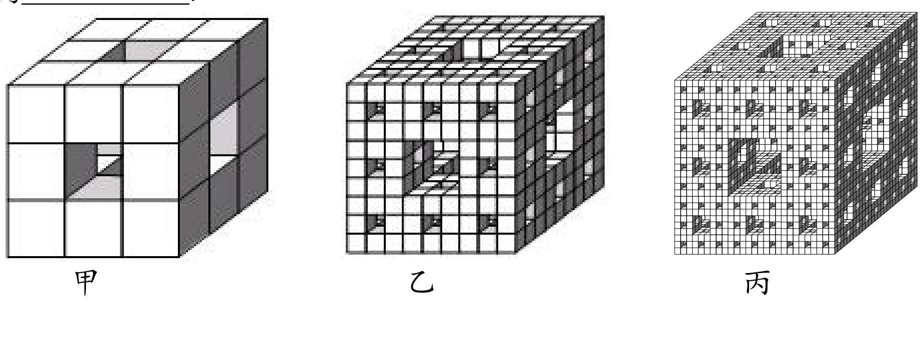
**二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分. 把答案填在题中横线上.**

13. 某班共有 52 名同学，学号依次为 1，2，3，……，52. 现用系统抽样的办法抽取一个容量为 4 的样本，已知学号为 42 的同学在样本中，那么样本中的另三名同学的学号分别为___________.

14. 若 $(1+\sqrt{3})^4=a+b\sqrt{3}$（$a,b$ 为有理数），则 $a+b=$___________.

15. 若函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}ax^2-x$ 在点 $A(1,f(1))$ 处的切线为 $l$，若 $l$ 在点 $A$ 处穿过函数 $f(x)$ 的图象(即动点在点 $A$ 附近沿曲线 $y=f(x)$ 运动，经过点 $A$ 时，从 $l$ 的一侧进入另一侧)，则实数 $a=$____________.

16. 将边长为 27 的正方体分成 27 个小正方体作如下变化：挖去每一个面上中间的那一个小正方体，及正方体中心的那个小正方体. 所得如图甲所示几何体. 若对该几何体继续施以相同的变换，依次得到如图乙、丙所示新几何体，则图丙几何体的体积为____________.



**三、解答题：本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

17. （本小题满分 12 分）

在 $\Delta ABC$ 中，$a$ 、$b$ 、$c$ 分别为三个内角 $A$ 、$B$ 、$C$ 的对边，$\frac{\pi}{3} < C < \frac{\pi}{2}$，且 $\frac{b}{a-b} = \frac{\sin 2C}{\sin A - \sin 2C}$.

（Ⅰ）判断 $\Delta ABC$ 的形状；

（Ⅱ）若 $|\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}| = 2$，求 $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ 的取值范围.

18. （本小题满分 12 分）

甲乙两人进行比赛, 已知每局甲胜的概率为 $0.6$，乙胜的概率为 $0.4$. 甲乙约定比赛采取“3 局 2 胜制”.

（Ⅰ）求甲获胜的概率；

（Ⅱ）求甲所胜局数的数学期望；

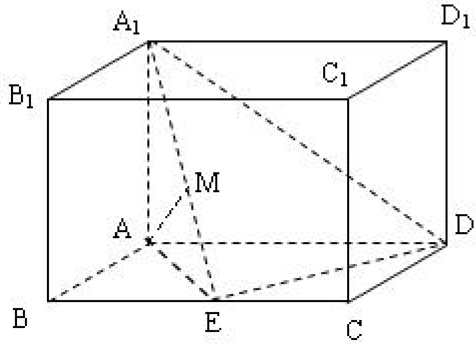
(III) 求在甲获得比赛胜利的条件下, 乙有一局获胜的概率. .

19. （本小题满分 12 分）

如图,长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AA_1 = \sqrt{2}$，$AB = 1$，$AD = 2$，点 $E$ 在棱 $BC$ 上,且满足 $\overrightarrow{BE} = \lambda \overrightarrow{BC}$.

(Ⅰ)若 $\lambda = \frac{1}{3}$,求直线 $A_1E$ 与直线 $CD$ 所成角的余弦值；

(Ⅱ)点 $M$ 在线段 $EA_1$ 上,且满足 $\overrightarrow{EM} = \mu \overrightarrow{EA_1}$.问是否存在 $\lambda$ 、$\mu$ 使 $AM \perp$ 平面 $A_1ED$ 成立？若存在,求出 $\lambda$ 、$\mu$ 的值；若不存在,说明理由.



20．（本小题满分 12 分）

已知函数 $f(x)=\ln(1+x)-\dfrac{ax}{x+1}$（其中 $a$ 为常数）．

（Ⅰ）求函数 $f(x)$ 的单调区间；

（Ⅱ）求证：不等式 $\dfrac{1}{\ln(1+x)}-\dfrac{1}{x}<\dfrac{1}{2}$ 在 $0<x<1$ 上恒成立．

21．（本小题满分 12 分）

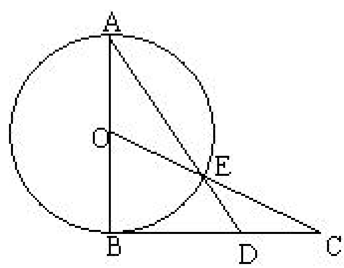
设 $F(c,0)$ 是椭圆 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$（$a>b>0$）的右焦点．经过 $F$ 的直线 $l$ 与椭圆相交于 $A$、$B$ 两点，若直线 $l$ 绕点 $F$ 任意转动．

证明：当且仅当离心率 $e$ 满足 $0<e<\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$ 时，点 $O$ 在以 $AB$ 为直径的圆内．

**请考生在第 22、23、24 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题计分。**

22．（本小题满分 10 分）选修 $4-1$：几何证明选讲

如图，$AB$ 为 $\odot O$ 的直径，过点 $B$ 作 $\odot O$ 的切线 $BC$，$OC$ 交 $\odot O$ 于点 $E$，$AE$ 的延长线交 $BC$ 于点 $D$．




（Ⅰ）求证：$CE^2=CD\cdot CB$；

（Ⅱ）若 $AB=BC=2cm$，求 $CE$ 和 $CD$ 的长．

23. (本小题满分 10 分)选修$4-4$：坐标系与参数方程

已知曲线$C_1$的极坐标方程为：$\rho = 4\sin\theta$. 直线$C_2$：$\begin{cases} x=-1+t \\ y=1+2t \end{cases}$（$t$为参数)与曲线$C_1$相交于$A$、$B$两点, 试将曲线$C_1$的极坐标方程化为直角坐标方程(极点$O$作为直角坐标原点, 极轴作为$ox$轴)并求$|AB|$的值.

24. (本小题满分 10 分)选修$4-5$：不等式选讲

函数$f(x)=|x-1|-|x-2|$.

(Ⅰ)若等式$f(x)=|2x-3|$恒成立，求$x$的取值范围.

(Ⅱ)若$f(x)>\frac{1}{2}x-1$，求$x$的取值范围.