模块综合检测

(时间：120 分钟　满分：150 分)

一、选择题(本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分．在每小题给出的四个选项中，只有一个选项符合题目要求)

1．已知角α的终边经过点 $P(-3，4)$，则 $\sin\alpha$ 的值等于(　　)

A．$-\frac{3}{5}$　B.$\frac{3}{5}$

C.$\frac{4}{5}$　D．$-\frac{4}{5}$

2．已知 $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)=-\frac{\sqrt{3}}{2}$且$|\varphi|<\frac{\pi}{2}$，则 $\tan\phi=$(　　)

A．$-\frac{\sqrt{3}}{3}$　B.$\frac{\sqrt{3}}{3}$

C．$-\sqrt{3}$　D.$\sqrt{3}$

3．已知 $\cos\alpha=\frac{3}{5}$，$0<\alpha<\pi$，则 $\tan\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)=$(　　)

A.$\frac{1}{5}$　B.$\frac{1}{7}$

C．-1　D．-7

4．要得到函数 $y=\cos(2x+1)$的图像，只要将函数 $y=\cos 2x$ 的图像(　　)

A．向左平移 1 个单位

B．向右平移 1 个单位

C．向左平移$\frac{1}{2}$个单位

D．向右平移$\frac{1}{2}$个单位

5．已知向量 $\boldsymbol{a}=(2，1)$，$\boldsymbol{b}=(1，k)$，且 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角，则 k 的取值范围是(　　)

A．$(-2，+\infty)$　B.$\left(-2，\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2}，+\infty\right)$

C．$(-\infty，-2)$　D．$(-2，2)$

6. 已知 O,A,B 是平面上的三个点，直线 AB 上有一点 C，满足 $2\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CB}=\mathbf{0}$，则$\overrightarrow{OC}$等于 (　　)

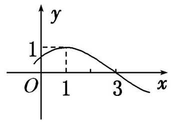
A. $2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$

B. $-\overrightarrow{OA}+2\overrightarrow{OB}$

C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{OA}-\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}$

D. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{2}{3}\overrightarrow{OB}$

7．函数 $y=sin(\omega x+\varphi)(x\in\mathbf{R}$，且$\omega>0$，$0\leq\phi<2\pi)$的部分图像如图所示，则(　　)



A．$\omega=\frac{\pi}{2}$，$\phi=\frac{\pi}{4}$

B．$\omega=\frac{\pi}{3}$，$\phi=\frac{\pi}{6}$

C．$\omega=\frac{\pi}{4}$，$\phi=\frac{\pi}{4}$

D．$\omega=\frac{\pi}{4}$，$\phi=\frac{5\pi}{4}$

8．若$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\ \pi\right)$，且 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，则 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(\pi-\alpha)$等于(　　)

A.$\frac{2\sqrt{2}}{5}$　B．$-\frac{\sqrt{2}}{5}$

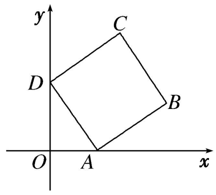
C.$\frac{\sqrt{2}}{5}$　D．$-\frac{2\sqrt{2}}{5}$

9. $\triangle ABC$ 的外接圆圆心为 O，半径为 2，$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\mathbf{0}$，且$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{AB}|$，$\overrightarrow{CA}$在$\overrightarrow{CB}$方向上的投影为 (　　)

A. -3　　B. $-\sqrt{3}$

C. $\sqrt{3}$　　D. 3

10．如图，边长为 1 的正方形 ABCD 的顶点 A，D 分别在 x 轴、y 轴正半轴上移动，则$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$的最大值是(　　)



A．2

B．$1+\sqrt{2}$

C．π

D．4

11．设函数 $f(x)=sin(\omega x+\varphi)+cos(\omega x+\varphi)(\omega>0, |\phi|<\frac{\pi}{2})$的最小正周期为 π，且 $f(-x)=f(x)$，则(　　)

A．f(x)在$\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$单调递减

B．f(x)在$\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$单调递减

C．f(x)在$\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$单调递增

D．f(x)在$\left(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right)$单调递增

12. 在△ABC 所在的平面上有一点 P，满足 $\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AB}$，则△$PBC$ 与△ABC 面积之比为　　(　　)

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{2}{3}$　　D. $\frac{3}{4}$

二、填空题(本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分．把答案填写在题中的横线上)

13．已知 $cos\, x=\frac{2a-3}{4-a}$，x 是第二、三象限的角，则 a 的取值范围为________.

14．已知 $\boldsymbol{e}_1$、$\boldsymbol{e}_2$ 是夹角为$\frac{2\pi}{3}$的两个单位向量，$\boldsymbol{a}=\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2$，$\boldsymbol{b}=k\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2$.若 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，则实数 k 的值为________.

15．$y=3-\sqrt{2\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)}$的定义域为________.

16．有下列四个命题：

①若α，β均为第一象限角，且$\alpha>\beta$，则 $\sin\alpha>\sin\beta$；

②若函数 $y=2\cos\left(ax-\frac{\pi}{3}\right)$的最小正周期是 4π，则 $a=\frac{1}{2}$;

③函数 $y=\frac{\sin^2 x-\sin x}{\sin x-1}$是奇函数；

④函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$在$[0, \pi]$上是增函数.

其中正确命题的序号为________.

三、解答题(本大题共 6 小题，共 70 分．解答应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤)

17．(本小题满分 10 分)化简：$\frac{\sin(540°-x)}{\tan(900°-x)}\cdot\frac{1}{\tan(450°-x)\tan(810°-x)}\cdot\frac{\cos(360°-x)}{\sin(-x)}$.

18．(本小题满分 12 分)已知角α的终边过点 $P\left(\frac{4}{5},\ -\frac{3}{5}\right)$.

(1)求 $\sin\ \alpha$的值；

(2)求式子$\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)}{\sin(\alpha+\pi)}\cdot\frac{\tan(\alpha-\pi)}{\cos(3\pi-\alpha)}$的值.

19．(本小题满分 12 分)已知函数 $f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2x$.

(1)求 $f(x)$的最小值及最小正周期；

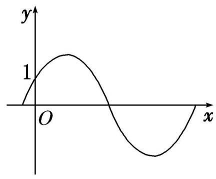
(2)求使 $f(x)=3$ 的 x 的取值集合.

20.(本小题满分 12 分)已知四边形 $ABCD$,$\overrightarrow{AB}=(6,1)$,$\overrightarrow{BC}=(x,y)$,$\overrightarrow{CD}=(-2,-3)$.

(1)若$\overrightarrow{BC}\parallel\overrightarrow{DA}$,求 $y=f(x)$的解析式;

(2)在(1)的条件下,若$\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$,求 x,y 的值以及四边形 $ABCD$ 的面积.

21.(本小题满分 12 分)如图,函数 $y=2\sin(\pi x+\varphi)$,$x\in\mathbf{R}$(其中 $0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}$)的图像与 y 轴交于点(0,1).



(1)求φ的值;

(2)求函数 $y=2\sin(\pi x+\varphi)$的单调递增区间;

(3)求使 $y\geqslant 1$ 的 x 的集合.

22.(本小题满分 12 分)已知 $M(1+\cos 2x,1)$,$N(1,\sqrt{3}\sin 2x+a)$($x\in\mathbf{R}$,$a\in\mathbf{R}$,a 是常数),且 $y=\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}$ (O 为坐标原点).

(1)求 y 关于 x 的函数关系式 $y=f(x)$;

(2)若 $x\in\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$时,$f(x)$的最大值为 4,求 a 的值,并说明此时 $f(x)$的图像可由 $y=2\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)$的图像经过怎样的变换而得到;

(3)函数 $y=g(x)$的图像和函数 $y=f(x)$的图像关于直线 $x=1$ 对称，求 $y=g(x)$的表达式，并比较 $g(1)$和 $g(2)$的大小．

答案

1．**解析**：选 C　$\sin\alpha=\dfrac{4}{\sqrt{(-3)^2+4^2}}=\dfrac{4}{5}$.

2．**解析**：选 D　由 $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\varphi\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$得 $\sin\phi=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$，又$|\phi|<\dfrac{\pi}{2}$，所以$\varphi=\dfrac{\pi}{3}$，所以 $\tan\phi=\sqrt{3}$.

3．**解析**：选 D　因为 $\cos\alpha=\dfrac{3}{5}>0$，$0<\alpha<\pi$，所以 $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$，$\sin\alpha>0$，所以 $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$，故 $\tan\alpha=\dfrac{4}{3}$，所以 $\tan(\alpha+\dfrac{\pi}{4})=\dfrac{\tan\alpha+\tan\dfrac{\pi}{4}}{1-\tan\alpha\cdot\tan\dfrac{\pi}{4}}=\dfrac{\dfrac{4}{3}+1}{1-\dfrac{4}{3}}=-7$.

4．**解析**：选 C　$y=\cos 2x$ 的图像向左平移$\dfrac{1}{2}$个单位后即变成 $y=\cos 2\left(x+\dfrac{1}{2}\right)=\cos(2x+1)$的图像．

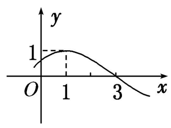
5．**解析**：选 B　当 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 共线时，$2k-1=0$，$k=\dfrac{1}{2}$，此时 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 方向相同夹角为 0°，所以要使 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为锐角，则有 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}>0$ 且 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 不共线．由 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=2+k>0$ 得 $k>-2$，且 $k\neq\dfrac{1}{2}$，即实数 k 的取值范围是$\left(-2,\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2},+\infty\right)$，选 B.

6．

解析：选 A　$\because \overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{OB}+2\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{OB}+2(\overrightarrow{OC}-OA)$，

$\therefore \overrightarrow{OC}=2\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}$.

7．函数 $y=\sin(\omega x+\varphi)$($x\in\mathbf{R}$，且$\omega>0$，$0\leqslant\phi<2\pi$)的部分图像如图所示，则(　　)



A．$\omega=\dfrac{\pi}{2}$，$\phi=\dfrac{\pi}{4}$

B．$\omega=\dfrac{\pi}{3}$，$\phi=\dfrac{\pi}{6}$

C． $\omega=\frac{\pi}{4}$，$\phi=\frac{\pi}{4}$

D． $\omega=\frac{\pi}{4}$，$\phi=\frac{5\pi}{4}$

解析：选 C　∵$T=4\times2=8$，∴ $\omega=\frac{\pi}{4}$.

又∵$\frac{\pi}{4}\times1+\varphi=\frac{\pi}{2}$,

∴ $\phi=\frac{\pi}{4}$.

8．解析：选 B　$\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)-\frac{\sqrt{2}}{2}\cos(\pi-\alpha)$

$=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha+\frac{\sqrt{2}}{2}\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha+\sqrt{2}\cos\alpha$.

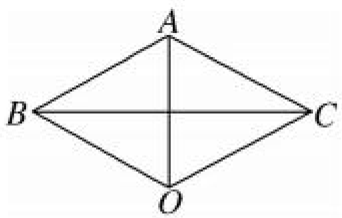
∵$\sin\alpha=\frac{4}{5}$，$\alpha\in\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$,

∴$\cos\alpha=-\frac{3}{5}$.

∴$\frac{\sqrt{2}}{2}\sin\alpha+\sqrt{2}\cos\alpha=\frac{\sqrt{2}}{2}\times\frac{4}{5}-\sqrt{2}\times\frac{3}{5}=-\frac{\sqrt{2}}{5}$.

9.

解析：选 C　如图，由$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\mathbf{0}$ 得$\overrightarrow{OB}=-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CA}$，所以四边形 $OBAC$ 是平行四边形．又$|\overrightarrow{OA}|=|\overrightarrow{AB}|$，所以三角形 OAB 为正三角形，因为外接圆的半径为 2，所以四边形 $OBAC$ 是边长为 2 的菱形．所以$\angle ACB=\frac{\pi}{6}$，所以$\overrightarrow{CA}$在$\overrightarrow{CB}$上的投影为$|\overrightarrow{CA}|\cos\frac{\pi}{6}=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$，选 C.



10．

解析：选 A　设$\angle OAD=\theta$，因为$AD=1$，所以$OA=\cos\theta$，$OD=\sin\theta$，则$\angle BAx=\frac{\pi}{2}-\theta$，$AB=1$，所以$x_B=\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)+OA=\sin\theta+\cos\theta$，$y_B=\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta$，即$\overrightarrow{OB}=(\sin\theta+\cos\theta,\cos\theta)$，同理$C(\sin\theta,\sin\theta+\cos\theta)$，$\overrightarrow{OC}=(\sin\theta,\sin\theta+\cos\theta)$.

所以$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=(\sin\theta+\cos\theta,\cos\theta)\cdot(\sin\theta,\sin\theta+\cos\theta)=1+\sin 2\theta$，所以当$\sin 2\theta=1$时，$\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}$的最大值为 2，选 A.

11．解析：选 A　$y=\sin(\omega x+\varphi)+\cos(\omega x+\varphi)=\sqrt{2}\sin(\omega x+\varphi+\frac{\pi}{4})$，由最小正周期为$\pi$得$\omega=2$，又由$f(-x)=f(x)$可知$f(x)$为偶函数，$|\phi|<\frac{\pi}{2}$可得$\varphi=\frac{\pi}{4}$，

所以$y=\sqrt{2}\cos 2x$，在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$单调递减.

12.

解析：选 C　因为$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}=\overrightarrow{AB}$，所以$\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}-\overrightarrow{AB}=\mathbf{0}$，即$2\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PC}=\mathbf{0}$，所以$2\overrightarrow{PA}=\overrightarrow{CP}$，即点$P$是$CA$边上的靠近点$A$的一个三等分点，故$\frac{S_{\triangle PBC}}{S_{\triangle ABC}}=\frac{PC}{AC}=\frac{2}{3}$.

13．解析：$-1<\cos x<0$，$-1<\frac{2a-3}{4-a}<0$，$\begin{cases}\frac{2a-3}{4-a}<0,\\ \frac{2a-3}{4-a}>-1.\end{cases}$

$\therefore -1<a<\frac{3}{2}$.

答案：$\left(-1,\frac{3}{2}\right)$

14．解析：由题意知：$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=(\boldsymbol{e}_1-2\boldsymbol{e}_2)\cdot(k\boldsymbol{e}_1+\boldsymbol{e}_2)=0$，即$k\boldsymbol{e}_1^2+\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{e}_2-2k\boldsymbol{e}_1\boldsymbol{e}_2-2\boldsymbol{e}_2^2=0$，即$k+\cos\frac{2\pi}{3}-2k\cos\frac{2\pi}{3}-2=0$，化简可求得$k=\frac{5}{4}$.

答案：$\frac{5}{4}$

15．解析：$\because 2\cos\left(3x+\frac{\pi}{6}\right)\geqslant 0$，

$\therefore 2k\pi-\frac{\pi}{2}\leqslant 3x+\frac{\pi}{6}\leqslant 2k\pi+\frac{\pi}{2}$,

$\therefore \frac{2}{3}k\pi-\frac{2\pi}{9}\leqslant x\leqslant\frac{2}{3}k\pi+\frac{\pi}{9}(k\in\mathbf{Z})$,

函数的定义域为$\{x|\frac{2}{3}k\pi-\frac{2}{9}\pi\leqslant x\leqslant\frac{2}{3}k\pi+\frac{\pi}{9}，k\in\mathbf{Z}\}$.

答案：$\{x|\frac{2}{3}k\pi-\frac{2}{9}\pi\leqslant x\leqslant\frac{2}{3}k\pi+\frac{\pi}{9}，k\in\mathbf{Z}\}$

16. 解析：$\alpha=390°>30°=\beta$，但 $\sin\alpha=\sin\beta$，所以①不正确；函数 $y=2\cos\left(ax-\frac{\pi}{3}\right)$ 的最小正周期为 $T=\frac{2\pi}{|a|}=4\pi$，所以$|a|=\frac{1}{2}$，$a=\pm\frac{1}{2}$，因此②不正确；③中函数定义域是$\left\{x|x\neq 2k\pi+\frac{\pi}{2}，k\in\mathbf{Z}\right\}$，显然不关于原点对称，所以③不正确；由于函数 $y=\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)=-\sin(\frac{\pi}{2}-x)=-\cos x$，它在$(0，\pi)$上单调递增，因此④正确.

答案：④

17. 解：原式$=\frac{\sin(180°-x)}{\tan(-x)}\cdot\frac{1}{\tan(90°-x)\tan(90°-x)}\cdot\frac{\cos x}{\sin(-x)}=\frac{\sin x}{-\tan x}\cdot\tan x\cdot\tan x\cdot\left(-\frac{1}{\tan x}\right)=\sin x$.

18. 解：(1)$\because |OP|=\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=1$，

$\therefore$点 P 在单位圆上，由正弦函数定义得 $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$.

(2)原式$=\frac{\cos\alpha}{-\sin\alpha}\cdot\frac{\tan\alpha}{-\cos\alpha}=\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha\cdot\cos\alpha}=\frac{1}{\cos\alpha}$.

由(1)得 $\sin\alpha=-\frac{3}{5}$，P 在单位圆上，

$\therefore$由已知得 $\cos\alpha=\frac{4}{5}$，$\therefore$原式$=\frac{5}{4}$.

19. 解：(1)$\because f(x)=\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+\sin\left(2x-\frac{\pi}{6}\right)+2\cos^2x=\sin 2x\cdot\cos\frac{\pi}{6}+\cos 2x\sin\frac{\pi}{6}+\sin 2x\cdot\cos\frac{\pi}{6}-\cos 2x\cdot\sin\frac{\pi}{6}+\cos 2x+1=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x+1$

$=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1$，

$\therefore f(x)_{\min}=2\times(-1)+1=-1$，

最小正周期 $T=\frac{2\pi}{|\omega|}=\frac{2\pi}{2}=\pi$.

(2)$\because f(x)=3$，$\therefore 2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1=3$，

$\therefore \sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)=1$，

$\therefore 2x+\frac{\pi}{6}=2k\pi+\frac{\pi}{2}$，$k\in\mathbf{Z}$，

$\therefore x=k\pi+\frac{\pi}{6}$，$k\in\mathbf{Z}$，

$\therefore$ 使 $f(x)=3$ 的 x 的取值集合为 $\left\{x\middle|x=k\pi+\frac{\pi}{6}，k\in\mathbf{Z}\right\}$

20.

解：(1) $\overrightarrow{DA}=-(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD})=(-x-4,2-y)$，

$\because \overrightarrow{BC}/\!/\overrightarrow{DA}$，

$\therefore x(2-y)-(-x-4)y=0$，整理得 $x+2y=0$.

$\therefore y=-\frac{1}{2}x$.

(2) $\because \overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=(x+6,y+1)$，

$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=(x-2,y-3)$，

又 $\because \overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$，$\therefore \overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$，

即 $(x+6)(x-2)+(y+1)(y-3)=0$，

由(1)知 $x=-2y$，将其代入上式，

整理得 $y^2-2y-3=0$.

解得 $y_1=3$，$y_2=-1$.

当 $y=3$ 时，$x=-6$，

于是 $\overrightarrow{BC}=(-6,3)$，$\overrightarrow{AC}=(0,4)$，

$\overrightarrow{BD}=(-8,0)$，$|\overrightarrow{AC}|=4$，$|\overrightarrow{BD}|=8$，

$\therefore S_{四边形ABCD}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{BD}|=\frac{1}{2}\times4\times8=16$.

当 $y=-1$ 时，$x=2$，

于是 $\overrightarrow{BC}=(2,-1)$，$\overrightarrow{AC}=(8,0)$，$\overrightarrow{BD}=(0,-4)$，$|\overrightarrow{AC}|=8$，$|\overrightarrow{BD}|=4$，

$\therefore S_{四边形ABCD}=\frac{1}{2}|\overrightarrow{AC}||\overrightarrow{BD}|=\frac{1}{2}\times8\times4=16$.

21．**解**：(1)因为函数图像过点(0，1)，

所以 $2\sin\varphi=1$，即 $\sin\varphi=\frac{1}{2}$.

因为 $0\leqslant\varphi\leqslant\frac{\pi}{2}$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$.

(2)由(1)得 $y=2\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{6}\right)$,

∴当 $-\frac{\pi}{2}+2k\pi\leqslant\pi x+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{\pi}{2}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$,

即 $-\frac{2}{3}+2k\leqslant x\leqslant\frac{1}{3}+2k$，$k\in\mathbf{Z}$ 时，$y=2\sin(\pi x+\frac{\pi}{6})$是增函数，故 $y=2\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{6}\right)$的单调递增区间为$\left[-\frac{2}{3}+2k,\ \frac{1}{3}+2k\right]$，$k\in\mathbf{Z}$.

(3)由 $y\geqslant1$，得 $\sin\left(\pi x+\frac{\pi}{6}\right)\geqslant\frac{1}{2}$,

∴$\frac{\pi}{6}+2k\pi\leqslant\pi x+\frac{\pi}{6}\leqslant\frac{5\pi}{6}+2k\pi$，$k\in\mathbf{Z}$,

即 $2k\leqslant x\leqslant\frac{2}{3}+2k$，$k\in\mathbf{Z}$,

∴$y\geqslant1$ 时，x 的集合为$\{x|2k\leqslant x\leqslant\frac{2}{3}+2k，k\in\mathbf{Z}\}$.

22．解：(1)$y=f(x)=\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}=(1+\cos 2x，1)\cdot(1，\sqrt{3}\sin 2x+a)=\sqrt{3}\sin 2x+\cos 2x+1+a=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+1+a$.

(2)$x\in\left[0，\frac{\pi}{2}\right]$，则$\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)\in\left[\frac{\pi}{6}，\frac{7\pi}{6}\right]$,

所以$f(x)$的最大值为 $3+a=4$，解得 $a=1$,

此时$f(x)=2\sin\left(2x+\frac{\pi}{6}\right)+2$，其图像可由 $y=2\sin(x+\frac{\pi}{6})$的图像经纵坐标不变横坐标缩小为原来的$\frac{1}{2}$倍，再将所得图像向上平移 2 个单位得到.

(3)设 $M(x，y)$为 $y=g(x)$的图像上任一点,

由函数 $y=g(x)$的图像和函数 $y=f(x)$的图像关于直线 $x=1$ 对称，得 $M(x，y)$关于 $x=1$ 的对称点 $M'(2-x，y)$在 $y=f(x)$的图像上，所以 $y=g(x)=f(2-x)=2\sin[2(2-x)+\frac{\pi}{6}]+1+a=2\sin(-2x+4+\frac{\pi}{6})+1+a$，$g(1)=2\sin(2+\frac{\pi}{6})+1+a$，$g(2)=2\sin\frac{\pi}{6}+1+a=2\sin\frac{5\pi}{6}+1+a$.

∵$\frac{\pi}{2}<2+\frac{\pi}{6}<\frac{5\pi}{6}<\pi$,

∴$g(1)>g(2)$.