

2013-2014 学年度上学期期末考试 14 年级

数学（文）科试卷答案

一、选择题 1~6 ADBDBB 7~12 CABABD

二、填空题 13、 $\frac{\sqrt{6}}{2}$ 14、11 15、 $\frac{2n}{n+2}$ 16、 $[\frac{2}{3}, \frac{3}{2}]$

三、解答题 17、解：由已知：

$$f(x) = \sin \omega x - \cos \omega x = \sqrt{2} \sin(\omega x - \frac{\pi}{4}) \dots\dots\dots 2$$

$$(1) \text{若 } \omega = \frac{1}{2} \text{ 则 } f(x) = \sqrt{2} \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}), \text{ 又 } x \in R \text{ 则 } \sqrt{2} \sin(\frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}) \leq \sqrt{2}$$

$$\therefore f(x)_{\max} = \sqrt{2}, \text{ 此时 } \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \text{ 即 } x \in \{x | x = 4k\pi + \frac{3\pi}{2}, k \in Z\} \dots\dots\dots 7$$

$$(2) \because x = \frac{\pi}{8} \text{ 是函数的 } f(x) \text{ 的一个零点, } \therefore \sqrt{2} \sin(\frac{\pi}{8}\omega - \frac{\pi}{4}) = 0 \therefore \frac{\pi}{8}\omega - \frac{\pi}{4} = k\pi, k \in Z \text{ 又}$$

$$0 < \omega < 10 \therefore \omega = 2 \therefore f(x) = \sqrt{2} \sin(2x - \frac{\pi}{4}), \text{ 此时其最小正周期为 } \pi \dots\dots\dots 12$$

18.解：（1）第 6 小组的频率为：1-（0.04+0.10+0.14+0.28+0.30）=0.14

则此次测试总人数为 50 人，又第四、五、六组成绩均合格，所以合格的人数为

$$50(0.28+0.30+0.14)=36 \text{ 人} \dots\dots\dots 4$$

（2）由已知可知第一组含两个样本，第二组含 5 个样本，将第一组的学生成绩编号为（a₁, a₂）将第二组的学生成绩编号为（b₁, b₂, b₃, b₄, b₅）从一二组中随机取两个元素的基本事件空间 Ω 中共有 21 个元素，而且这些基本事件出现时等可能的。用 A 表示“两个元素来自同一组”这一事件，则 A 里包含的基本事件有 11 个， $\therefore P(A) = \frac{11}{21}$

答：所求事件概率为 $\frac{11}{21} \dots\dots\dots 12$

19 解：（1） $\because M$ 是 AD 的中点且 AD = 2 $\therefore$ MD = 1 又 $\because$ AD $\parallel$ BC, BC = 1

∴ MBCD为平行四边形 ∴ ∠ADC = 90°, $DC \parallel MB$, ∴ ∠AMB = 90°即BM ⊥ AD

∴ 平面PAD ⊥ 平面ABCD, $BM \subset$ 平面ABCD ∴ BM ⊥ 面PAD

∴ 平面EBM ⊥ 面PAD4

$$(2) V_{A-BME} = V_{E-ABM} \quad BM = 3 \text{ 且 } \because AM = 1, BM \perp AM \therefore S_{\triangle ABM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

过 E 做 EG∥PM 交 MC 于 G ∴ PM ⊥ 平面ABCD, ∴ EG ⊥ 平面ABCD,

则 EG 为三棱锥 E-AMB 的高, 在直角三角形 PMC 中: $PM = \sqrt{3}, MC = 2$

$$\text{又 } ME \perp PC \therefore ME = \frac{2\sqrt{3}}{7}, EC = \frac{4}{\sqrt{7}} \therefore EG = \frac{4\sqrt{3}}{7} \dots\dots\dots 10$$

$$\therefore V_{A-BME} = V_{E-ABM} = \frac{1}{3} \times \frac{4\sqrt{3}}{7} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2}{7}$$

20、解: (1) 设 $F(c,0)$ 为椭圆的两个焦点, 则 $|MF| = \sqrt{(x_1 - c)^2 + y_1^2}$

$$\text{又 } \frac{x_1^2}{a^2} + \frac{y_1^2}{b^2} = 1 \text{ 则 } y_1^2 = (1 - \frac{x_1^2}{a^2})b^2$$

$$\text{所以 } |MF| = \sqrt{(1 - \frac{b^2}{a^2})x_1^2 - 2cx_1 + a^2} = \sqrt{\frac{c^2}{a^2}x_1^2 - 2cx_1 + a^2}$$

$$= \sqrt{(ex_1 - a)^2} \because -a \leq x_1 \leq a \text{ 且 } 0 < e < 1$$

$$|MF| = a - ex_1$$

$$\text{且 } |MF|_{\max} = a + ae, |MF|_{\min} = a - ae \dots\dots\dots 4$$

(2) 设 $B(x_2, y_2)$ ($x_1, x_2 > 0$) 在 $\triangle OQA$ 中

$$|AQ|^2 = x_1^2 + y_1^2 - b^2 \text{ 又 } y_1^2 = (1 - \frac{x_1^2}{a^2})b^2$$

$$|AQ|^2 = \frac{c^2 x_1^2}{a^2} \text{ 则 } |AQ| = \frac{cx_1}{a} \text{ 同理 } |BQ| = \frac{cx_2}{a}$$

$$|AB| + |AF| + |BF| = 2a - \left(\frac{c}{a}x_1 + \frac{c}{a}x_2\right) + \frac{c}{a}x_1 + \frac{c}{a}x_2 = 2a$$

又 $a = 2$ 所以所求周长为 412

21、解：(1) $f(x) = 2x + a - \frac{1}{x} (x > 0)$ 所以切线的斜率 $k = 2x_0 + a - \frac{1}{x_0} = \frac{x_0^2 + ax_0 - \ln x_0}{x_0}$

整理得 $x_0^2 + \ln x_0 - 1 = 0$ 显然 $x_0 = 1$ 是这个方程的解, 又因为 $y = x^2 + \ln x - 1$ 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数 所以方程 $x^2 + \ln x - 1 = 0$ 有唯一实数解, 故 $x_0 = 1$ -----5

$$(2) F(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 + ax - \ln x}{e^x} \quad F'(x) = \frac{-x^2 + (2-a)x + a - \frac{1}{x} + \ln x}{e^x}$$

设 $h(x) = -x^2 + (2-a)x + a - \frac{1}{x} + \ln x$ 则 $h'(x) = -2x + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x} + 2 - a$ 易知 $h'(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数, 从而 $h'(x) \geq h'(1) = 2 - a$

(1) 当 $2 - a \geq 0$ 时, 即 $a \leq 2$ 时, $h'(x) \geq 0$, $h(x)$ 在 $(0, 1)$ 上是增函数 $\because h(1) = 0, \therefore h(x) \leq 0$ 在 $(0, 1]$

上恒成立, 即 $F'(x) \leq 0$ 区间 $(0, 1]$ 上是单调递减函数, 所以 $a \leq 2$ 满足题意 ----- 10

(2) 当 $2 - a < 0$ 时, 即 $a > 2$ 时, 设函数 $h'(x)$ 的唯一零点为 x_0 , 则 $h(x)$ 在 $(0, x_0)$ 上单调递增, 在 $(x_0, 1)$ 单调递减, 又 $\because h(1) = 0, \therefore h(x_0) > 0$, 又 $\because h(e^{-a}) < 0 \therefore h(x)$ 在 $(0, 1)$ 内有唯一一个零点 m , 当 $x \in (0, m)$ 时, $h(x) < 0$, 当 $x \in (m, 1)$ 时, $h(x) > 0$, 从而 $F(x)$ 在 $(0, m)$ 上单调递减, 在 $(m, 1)$ 上单调递增, 与在区间 $(0, 1]$ 上是单调函数矛盾, $\therefore a > 2$ 不合题意, 综合(1)(2)得 $a \leq 2$ -----12

22 、 (1) 证 明 : 连 接 AD 则 $\angle ACD = \angle ADC$,
 $\because CE = AE \therefore \angle ACD = \angle EAC \therefore \triangle AEC$ 与 $\triangle CAD$ 相似

$$\therefore \frac{AC}{CD} = \frac{CE}{AC} \therefore AC^2 = CD \cdot CE \dots\dots\dots 5$$

$$(2) CA = 5, AE = 3 \therefore CE = 3, CD = \frac{25}{3} \therefore CF = \frac{1}{2} CD = \frac{25}{6}$$

$$\text{则 } EF = \frac{7}{6} \therefore \sin \angle EAF = \frac{\frac{7}{6}}{\frac{3}{2}} = \frac{7}{9} \dots\dots\dots 10$$

23、解（1）曲线 C 的普通方程为 $\frac{x^2}{32} + \frac{y^2}{4} = 1$ 直线 L 的参数方程为

$$\begin{cases} x = 8 + t \cos \alpha \\ y = 2 + t \sin \alpha \end{cases} (\alpha \text{ 为参数})$$

（2）将 L 的参数方程代入曲线 C 的方程得：

$$(8 + t \cos \alpha)^2 + 8(2 + t \sin \alpha)^2 = 32$$

$$\text{整理得 } (8\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) t^2 + (16 \cos \alpha + 32 \sin \alpha) t + 64 = 0$$

$$\therefore |PM_1| \cdot |PM_2| = t_1 t_2 = \frac{64}{1 + 7 \sin^2 \alpha} \in [8, 64] \dots\dots\dots 10$$

$$24、\text{解：（1）原不等式可化为 } |2x - a| \leq 6 - a \therefore \begin{cases} 6 - a \geq 0 \\ a - 6 \leq 2x - a \leq 6 - a \end{cases}$$

$$\therefore a - 3 \leq x \leq 3 (a \leq 6)$$

$$\text{又原不等式解集为 } \{x \mid -2 \leq x \leq 3\} \therefore a - 3 = -2 \quad \text{即 } a = 1 \dots\dots\dots 4$$

$$(2) \because f\left(\frac{t}{2}\right) \leq m - f(-t) \therefore |t-1| + |2t+1| + 2 \leq m \therefore y = |t-1| + |2t+1| + 2$$

$$= \begin{cases} -3t+2, & t \leq -\frac{1}{2} \\ t+4, & -\frac{1}{2} < t < 1 \\ 3t+2, & t \geq 1 \end{cases} \therefore y_{\min} = \frac{7}{2} \therefore m \geq \frac{7}{2} \dots\dots\dots 10$$