

高二文科数学试卷参考答案及评分参考

- 一. (1) (C) (2) (D) (3) (A) (4) (C) (5) (A) (6) (D) (7) (D) (8) (B)
 (9) (B) (10) (A) (11) (B) (12) (A)

- 二. (13) (-12,8) (14) $\{x | x = 15n + 7, n \in \mathbf{N}\}$ (15) 1:1:1 或 (-2):1:4 (16) $[\frac{\sqrt{2}}{2}, 1)$

三. 解答题:

(17) 解:

(I) 依题意可得不等式组表示的平面区域:

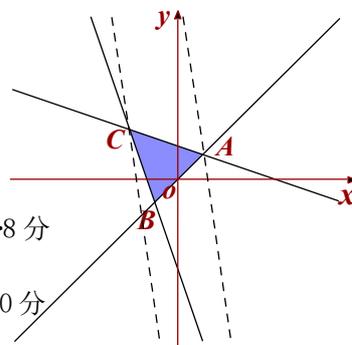
其中点 A 为(1,1), 点 B 为(-1,-1), 点 C 为(-2,2).

当 $x = 1, y = 1$ 时, z 取得最大值, 此时 $z_{\max} = 8$;

当 $x = -2, y = 2$ 时, z 取得最小值, 此时 $z_{\min} = -12$8 分

(II) z 的取值范围是 $[8, +\infty)$.

.....10 分



(18) 解:

(I) 由题意得:
$$\begin{cases} 2a_1 + d = 7 \\ 2a_1 + 4d = 16 \end{cases}, \text{ 解得: } \begin{cases} a_1 = 2 \\ d = 3 \end{cases}.$$

所以 $a_n = 3n - 1 (n \in \mathbf{N}^*)$, 从而 $b_n = 2^{a_n} = 2^{3n-1}$.

.....4 分

(II) 由题意得: $c_n = (3n - 1)2^{3n-1} = 4 \cdot (3n - 1) \cdot 8^{n-1}$.

(1) 当 $n = 1$ 时, $S_1 = c_1 = 8$.

(2) 当 $n \geq 2 (n \in \mathbf{N}^*)$ 时,

$$S_n = 4 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 5 \cdot 8 + \cdots + 4 \cdot (3n - 4) \cdot 8^{n-2} + 4 \cdot (3n - 1) \cdot 8^{n-1},$$

$$8S_n = 4 \cdot 2 \cdot 8 + 4 \cdot 5 \cdot 8^2 + \cdots + 4 \cdot (3n - 4) \cdot 8^{n-1} + 4 \cdot (3n - 1) \cdot 8^n,$$

$$\text{所以 } -7S_n = 4 \cdot 2 \cdot 1 + 4 \cdot 3 \cdot 8 + \cdots + 4 \cdot 3 \cdot 8^{n-1} - 4 \cdot (3n - 1) \cdot 8^n,$$

$$\text{从而 } S_n = \frac{12n}{7} \cdot 8^n - \frac{40}{49} \cdot 8^n + \frac{40}{49}.$$

综上, 当 $n \in \mathbf{N}^*$ 时, $S_n = \frac{12n}{7} \cdot 8^n - \frac{40}{49} \cdot 8^n + \frac{40}{49}$. ……12分

(19) 解:

(I) 由题意得: $(n-1)a_n = S_{n-1} + (n-1)n$, 其中 $n \geq 2$,
 所以 $na_{n+1} - (n-1)a_n = S_n + n(n+1) - S_{n-1} - n(n-1)$, 其中 $n \geq 2$,
 整理得 $a_{n+1} - a_n = 2$, 其中 $n \geq 2$.

因为 $a_2 = S_1 + 2$, 即 $a_2 - a_1 = 2$,

所以对于正整数 n 都有 $a_{n+1} - a_n = 2$.

从而, 数列 $\{a_n\}$ 是等差数列, $a_1 = 2$, 公差 $d = 2$,

即 $a_n = a_1 + (n-1)d = 2n$, 其中 $n \in \mathbf{N}^*$. ……6分

(II) 由 (I) 知 $S_n = n(n+1)$, 从而 $b_n = \frac{S_n}{2^n} = \frac{n(n+1)}{2^n}$.

因为 $\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{n+2}{2n} = \frac{1}{2} + \frac{1}{n}$, 其中 $b_n > 0$,

所以 $b_1 < b_2 = b_3$, 当 $n \geq 3$ 时, $b_{n+1} < b_n$.

又因为 $b_1 = 1, b_2 = b_3 = \frac{3}{2}$,

所以 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$ 的最大值是 $b_2 = b_3 = \frac{3}{2}$,

从而 t 的最小值是 $\frac{3}{2}$. ……12分

(20) 解:

$$(I) \text{ 由题意得: } \begin{cases} \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \frac{1^2}{a^2} + \frac{(\frac{\sqrt{2}}{2})^2}{b^2} = 1. \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} a^2 = 2, \\ b^2 = 1, \end{cases}$$

即椭圆 C 的方程为 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$.

……4分

(II) 设点 P 为 (x_p, y_p) , 所以 $|PM| = \sqrt{(x_p - m)^2 + y_p^2}$.

因为 $\frac{x_p^2}{2} + y_p^2 = 1$, 所以 $|PM| = \sqrt{\frac{1}{2}x_p^2 - 2mx_p + m^2 + 1}$,

即 $|PM| = \sqrt{\frac{1}{2}(x_p - 2m)^2 - m^2 + 1}$, 其中 $-\sqrt{2} \leq x_p \leq \sqrt{2}$.

(1) 当 $2m < -\sqrt{2}$ 时, 即 $m < -\frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, $|PM|$ 在 $x_p = -\sqrt{2}$ 时取得最小值, 该最小值为

$$|m + \sqrt{2}|;$$

(2) 当 $-\sqrt{2} \leq 2m \leq \sqrt{2}$ 时, 即 $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq m \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, $|PM|$ 在 $x_p = 2m$ 时取得最小值, 该

最小值为 $\sqrt{1 - m^2}$;

(3) 当 $2m > \sqrt{2}$ 时, 即 $m > \frac{\sqrt{2}}{2}$ 时, $|PM|$ 在 $x_p = \sqrt{2}$ 时取得最小值, 该最小值为

$$|m - \sqrt{2}|.$$

……12分

(21) 解:

(I) 由题意得: $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$.

……4分

(II) 设点 M 为 (x_M, y_M) , 所以直线 AM 的方程为: $y = \frac{y_M}{x_M + 2}(x + 2)$, 直线 $A'M$ 的

方程为: $y = \frac{y_M}{x_M - 2}(x - 2)$,

从而点 M_1 为 $(0, \frac{2y_M}{x_M + 2})$, 点 M_2 为 $(0, -\frac{2y_M}{x_M - 2})$.

因此 $|OM_1| \cdot |OM_2| = |\frac{2y_M}{x_M + 2}| \cdot |-\frac{2y_M}{x_M - 2}| = |\frac{4y_M^2}{x_M^2 - 4}|$.

又因为 $\frac{x_M^2}{4} + \frac{y_M^2}{3} = 1$,

故, $|OM_1| \cdot |OM_2| = 3$10分

(III) $|ON_1| \cdot |ON_2| = 4$12分

(22) 解:

(I) $T_a = \frac{N \cdot t_1 + N \cdot t_2 + N \cdot t_3 + N \cdot t_4 + N \cdot t_5}{N + N + N + N + N} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5}$

$T_b = \frac{M + M + M + M + M}{\frac{M}{t_1} + \frac{M}{t_2} + \frac{M}{t_3} + \frac{M}{t_4} + \frac{M}{t_5}} = \frac{5}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \frac{1}{t_4} + \frac{1}{t_5}}$ 6分

(II) $T_a - T_b = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{5} - \frac{5}{\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \frac{1}{t_4} + \frac{1}{t_5}}$

$$= \frac{(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5) \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \frac{1}{t_4} + \frac{1}{t_5} \right) - 25}{5 \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \frac{1}{t_4} + \frac{1}{t_5} \right)}$$

因为 $(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5) \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \frac{1}{t_4} + \frac{1}{t_5} \right) = 5 + \left(\frac{t_2 + t_1}{t_1} + \frac{t_3 + t_1}{t_1} \right)$

$$+ \left(\frac{t_4 + t_1}{t_1} + \frac{t_5 + t_1}{t_1} \right) + \left(\frac{t_3 + t_2}{t_2} + \frac{t_4 + t_2}{t_2} \right) + \left(\frac{t_5 + t_2}{t_2} + \frac{t_4 + t_3}{t_3} \right)$$

$$+ \left(\frac{t_5 + t_3}{t_3} + \frac{t_5 + t_4}{t_4} \right)$$

所以 $(t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5) \left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2} + \frac{1}{t_3} + \frac{1}{t_4} + \frac{1}{t_5} \right) \geq 5 + 2 \cdot 10 = 25$ (当且仅当

$t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t_5$ 时等号成立).

从而 $T_a - T_b \geq 0$ (当且仅当 $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t_5$ 时等号成立).

故 $T_a \geq T_b$ (当且仅当 $t_1 = t_2 = t_3 = t_4 = t_5$ 时等号成立).12分