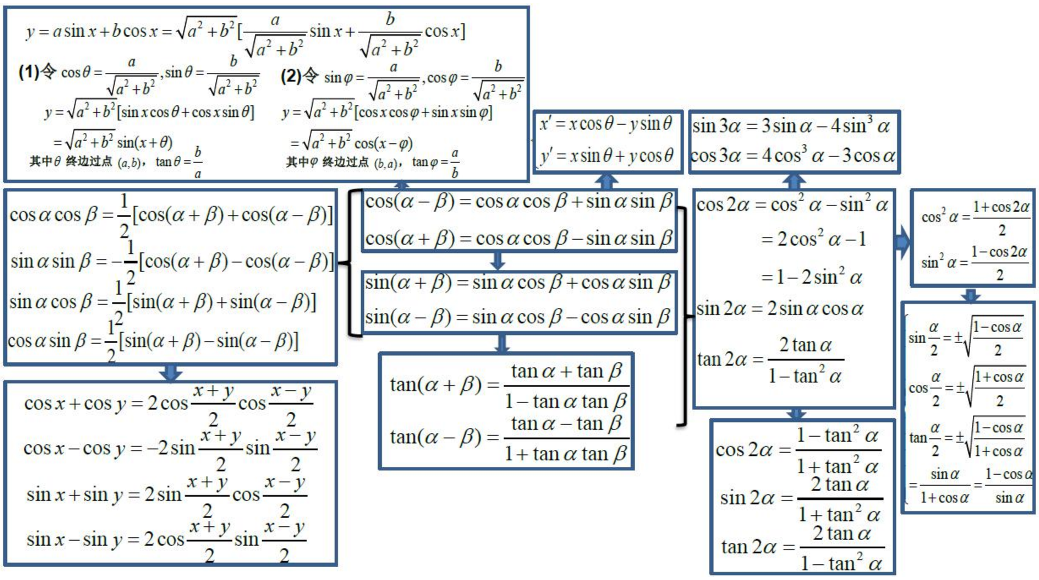
三角恒等变换公式梳理与题目探究

我于 2018 年 4 月 20 日上了一节沈阳市骨干教师展示课。下面就课前的准备和课堂的教学情形，以及课后的教学反思进行一下总结。

由于我上的是高一下学期的课程。学生已经适应了高中的生活和学习。而且课程的内容是人教 B 版必修四的第三章《三角恒等变换》，公式的推导过程具有系列性，能够对学生的核心素养进行锻炼和培养。所以，我这节课进行的是总结式教学。讲授的内容是三角恒等变换整章的公式梳理和题目探究，以及方法思想的总结。力图让学生在整体上对公式有一个把握。能够掌握公式的来龙去脉以及推导思想。因此，我录制了公式推导的翻转视频。13 分钟的时间把三角恒等变换章节的公式推导出来。让学生了解到这些公式的源头和彼此之间的关联。并给出了整体的公式关系。力图使六项核心素养：数学抽象、逻辑推理、数学建模、数学直观、数学运算、数据分析在课堂中有所体现，其中的逻辑推理与数学运算设计在课堂教学中得到了很好的训练，并且学生在推导公式的过程中得到了很多意向不到的收获。

公式图谱如下：



下面就上课的例题选取如下：

1. $y=3\sin(x+20^\circ)+5\sin(x+80^\circ)$ 的最大值为，最小值为。

2. 若$\sin(\frac{\pi}{6}-\alpha)=\frac{1}{3}$，则$\cos(\frac{2\pi}{3}+2\alpha)=$__________。

3. 已知$\sin(\frac{\pi}{4}-\alpha)=\frac{5}{13}$，$0<\alpha<\frac{\pi}{4}$，求$\frac{\cos 2\alpha}{\cos(\frac{\pi}{4}+\alpha)}$的值。

4. 已知α为锐角，若$\cos(\alpha+\frac{\pi}{6})=\frac{4}{5}$，求$\sin(2\alpha+\frac{\pi}{12})$的值。

5. 某同学在一次研究性学习中发现，以下五个式子的值都等于同一个常数。

（1）$\sin^2 13°+\cos^2 17°-\sin 13°\cos 17°$

（2）$\sin^2 15°+\cos^2 15°-\sin 15°\cos 15°$

（3）$\sin^2 18°+\cos^2 12°-\sin 18°\cos 12°$

（4）$\sin^2(-18°)+\cos^2 48°-\sin(-18°)\cos 48°$

（5）$\sin^2(-25°)+\cos^2 55°-\sin(-25°)\cos 55°$

（Ⅰ）试从上述五个式子中选择一个，求出这个常数；

（Ⅱ）根据（Ⅰ）的计算结果，将该同学的发现推广为三角恒等式，并证明你的结论。

6. 求$4\cos 50°-\tan 40°$的值。

7. 设a,b是非零实数，且满足$\frac{a\sin\frac{\pi}{5}+b\cos\frac{\pi}{5}}{a\cos\frac{\pi}{5}-b\sin\frac{\pi}{5}}=\tan\frac{8\pi}{15}$，求$\frac{b}{a}$的值。

8. 设当$x=\theta$时，函数$f(x)=\sin x-2\cos x$取得最大值，则$\cos\theta=$_______。

9. 已知$\sin\alpha+\sin\beta=\frac{1}{2}$，$\cos\alpha+\cos\beta=\sqrt{2}$，则$\cos(\alpha-\beta)=$。

思考题：已知$f(\theta)=\sin^2\theta+\sin^2(\theta+\alpha)+\sin^2(\theta+\beta)$，其中$\alpha$、$\beta$是常数，且满足$0\le\alpha\le\beta\le\pi$，是否存在这样的$\alpha$、$\beta$，使$f(\theta)$是与$\theta$无关的定值.若存在，求出$\alpha,\beta$的值；若不存在，说明理由.

整个题单是从角、名、形的角度进行的设计。题目是之前就发给学生要求自己做并且进行书写的。再一个以小组为单位进行互相探讨求解过程。上课的时候

学生展现解题过程，把解答的思路和用到的公式技巧展现在大家面前。以及同组内没有解答出的环节也展现出来，又是如何解决这些遇到的困难的，以及你是如何想到的？依据是什么？使得学生对基础知识、基本技能和基本思想方法都得以体现。并且获得基本的活动经验。也就是课标要求的四项基本技能。

在课堂教学中，首先让学生课前观看了录制的公式推导视频，熟悉公式推导梳理的过程。让学生对公式有了又一次的整体认识。之后进行常规的教学。让学生进行题目的小组研讨，并且就题目的解答过程在多媒体上展示，讲解自己的解答过程，以及用到的公式和方法技巧。把自己的思路展现给大家，再询问同组或其他组还有其它方法吗？亦即对题目的不同角度分析和解答。在课程的进程中学生的讨论和研讨都进行的比较顺利，并且出现了一题多解的局面。打开了大家对公式技巧和方法的思考。使得学生能够深入思考应在哪个角度进行题目的思考和处理。这时我对题目的处理和分类进行了系统的归纳与总结。让题目和思路更加清晰化。脱离出公式的繁琐，让题目从大局观入手。即先定型，再定本（本质：公式或思想方法）。

让做题得到一次本质的升华。并且对于题目的总结和反思可以在组为单位的形式下进行。让学生更能认识到别人的处理与自我的不同，提升每个人获得的思维量。这样就能提升每个学生的总结能力。

其次，在教学过程中，让学生去发现问题和提出问题以及分析问题和解决问题，不断的试图让学生在四项基本能力和核心素养方面得到提升。并且，给学生实践的机会。因此，对于题目 9 进行了变形：

变形一、已知 $\sin\alpha+\sin\beta=\dfrac{1}{2}$， $\cos\alpha+\cos\beta=\sqrt{2}$，求 $\cos(\alpha+\beta)$ 的值。

变形二、已知 $\sin\alpha+\sin\beta=\dfrac{1}{2}$， $\cos\alpha+\cos\beta=m$，求 m 的取值范围。

变形三、已知 $2\sin\alpha+3\sin\beta=\dfrac{1}{2}$， $2\cos\alpha+3\cos\beta=m$，求 m 的取值范围。

变形四、已知 $\sin\alpha\sin\beta=\dfrac{1}{2}$， $\cos\alpha\cos\beta=m$，求 m 的取值范围。

这些变形留了思考题给学生，使得学生有更多的时间去思考问题。并且，课

下还能够小组去研讨，这有利于合作学习的展开。其中变形三、变形四的本质需要认真的研究。有很大的难度和思维量。

最后，对整章的题目处理给出了从角、名、形三个方面进行分析，以及“先定型，后定本”的大局观处理。

课后，对本次教学的设计和教学的过程也进行了反思。在教学设计中要关注到每一位学生，鼓励学生的发现以及处理角度的不同，提升学生的信心。并且让教学更加的合理自然。让数学中体会人生哲理，人生中学会数学应用。

教学的路还有很长，我还要不断的尝试和摸索。