

2012-2013 学年度下学期期末考试高一年级数学科试卷

第 I 卷（共 60 分）

一、选择题：共 12 小题，每题 5 分

1. 已知角 α 终边上一点 A 坐标 $(4, -3)$ ，则 $\sin \alpha = ()$

- A. $-\frac{3}{7}$ B. $\frac{4}{7}$ C. $-\frac{3}{5}$ D. $\frac{4}{5}$

2. 已知 $\sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ，且 $\theta \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$ ，则 $\sin 2\theta = ()$

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ C. $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

3. 已知 $\triangle ABC$ 中， $3\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CB}$ ， $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$ ，则 $\overrightarrow{AD} = ()$

- A. $\frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$ B. $\frac{2}{3}\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$ C. $\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}$ D. $\frac{3}{4}\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}$

4. 已知某天城市 A 下雨的概率为 0.5，城市 S 下雨的概率为 0.4，两城市同时下雨的概率为 0，则两城市都没有下雨的概率为 $()$

- A. 0.2 B. 0.5 C. 0.9 D. 0.1

5. 已知 $\vec{a} = (1, 2)$ ， $\vec{b} = (1, -3)$ ， $\vec{a} \parallel \vec{c}$ ， $(\vec{b} + \vec{c}) \perp \vec{a}$ ，则 $\vec{c} = ()$

- A. $(1, 2)$ B. $(-1, -2)$ C. $(-2, -1)$ D. $(2, 1)$

6. 在一次歌手大奖赛上，七位评委为歌手打出的分数如下：9.4，8.4，9.4，9.9，9.6，9.4，9.7。去掉一个最高分和一个最低分后，所剩数据的平均值和方差分别为 $()$

- A. 9.4, 0.484 B. 9.4, 0.016 C. 9.5, 0.04 D. 9.5, 0.016

7. 已知 $f(x) = \sin x + \sqrt{3} \cos x$ ，则 $f(x)$ 的一条对称轴为 $()$

- A. $x = \frac{\pi}{6}$ B. $x = \frac{\pi}{4}$ C. $x = \frac{\pi}{3}$ D. $x = 0$

8. 将长度为 1 的线段随机分成两段，以这两段长为邻边构造一个矩形，则矩形的面积大于 $\frac{2}{9}$ 的概率为 $()$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{4}$

9. 已知 $\triangle ABC$ 中 $A = \frac{\pi}{4}$ ， $B = \frac{\pi}{3}$ ， $AC = \sqrt{3}$ ，则 $\triangle ABC$ 的面积为 $()$

- A. $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$ B. $\frac{3-\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ D. $\frac{3-\sqrt{3}}{4}$

10. 阅读右图所示的程序框图，运行相应的程序，输出的 i 值等于 ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

11. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB=1, AC=2, BC=\sqrt{7}$ ， D 为 CB 上一点，

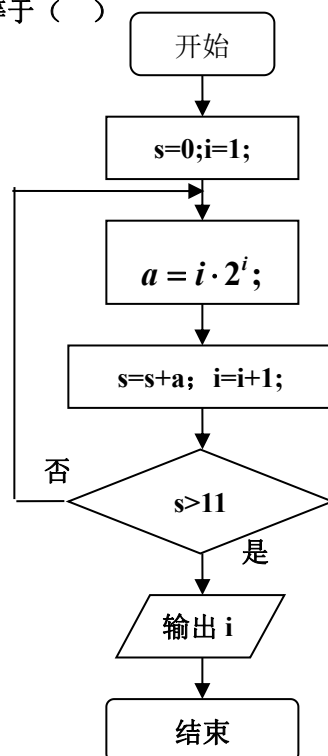
$\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{DC}$ ，点 E 为 AC 中点，则 $\overrightarrow{BE} \cdot \overrightarrow{AD} = ()$

- A. $\frac{4}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{3}{2}$

12. 已知 $\triangle ABC$ 中 $\cos A = \frac{2\sqrt{5}}{5}, \cos B = \frac{3\sqrt{10}}{10}$,

O 为 $\triangle ABC$ 内心， $2\sqrt{5}\overrightarrow{OA} + \sqrt{10}\overrightarrow{OB} + m\overrightarrow{OC} = \vec{0}$ ，则 $m = ()$

- A. $5\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $3\sqrt{10}$ D. $\sqrt{10}$



第Ⅱ卷（共 90 分）

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分

13. 某学校有老教师 27 人，中年教师 54 人，青年教师 81 人，为调查他们的身体健康状况，需要从中抽取一个容量为 36 的样本，用分层抽样方法应在中年教师中抽取_____人

14. $\tan(\alpha - \beta) = \frac{1}{2}$, $\tan \beta = \frac{1}{3}$, $\alpha \in (0, \frac{\pi}{2})$, 则 $\alpha =$ _____

15. 已知 $f(x) = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4}) + \sin 2x$ ，则 $f(x)$ 的值域为_____

16. 已知凸四边形 $ABCD$ 的边长为 $AB=a, BC=b, CD=c, DA=d$ ，且 $\angle A + \angle C = \pi$ ，若四边形 $ABCD$ 存在内切圆，则四边形 $ABCD$ 的面积 $S =$ _____（用 a, b, c, d 表示，表达式中每个字母出现的次数不超过两次）

三、解答题：共 6 小题，题目分数见题号后面标注

17. (本小题满分 10 分) $f(x) = 2\cos x(\cos x + \sqrt{3}\sin x) - 1$

(1) 求 $f(x)$ 的最小正周期

(2) 求 $f(x)$ 在 y 轴右侧的第二个对称中心

18. (本小题满分 12 分) 甲有大小相同的两张卡片，分别标有数字 2、3，乙有大小相同的四张卡片，分别标有 1、2、3、4.

(1) 求乙随机抽出的两张卡片的数字之和为奇数的概率

(2) 甲乙分别拿出一张卡片，若数字大的一方获胜，求乙获胜的概率

19. (本小题满分 12 分) $\vec{a}, \vec{b}$ 均为单位向量 (1) 记 x 为 $\vec{a}$ 在 $\vec{a} + \vec{b}$ 方向上正射影的数量， y

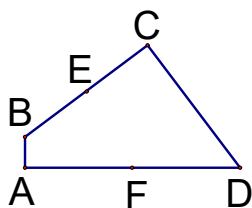
为 $\vec{b}$ 在 $\vec{a} + \vec{b}$ 上正射影的数量，比较 x 、 y 的大小并说明理由 (2) 若 $\vec{a} + \vec{b} = (\sqrt{3}, 1)$ ，求 $\vec{a}$

20. (本小题满分 12 分) 如图所示，四边形 $ABCD$ 中， $AB = 1, AD = 7, BC = CD = 5$.

$\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$

(1) 求 AC 的长

(2) E 为 BC 中点， F 为 AD 中点，求 EF 的长

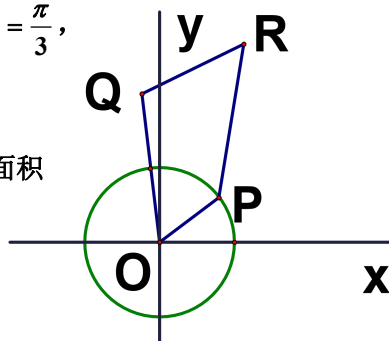


21. (本小题满分 12 分) 如图, $P(\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$, $OQ = 2, \angle QOP = \frac{\pi}{3}$,

Q 在 y 轴左侧

(1) 求点 Q 的坐标

(2) $\triangle PQR$ 中, $\tan \angle QPR \cdot \tan \angle QRP = 1$, 求 $\triangle OPR$ 的面积



22. (本小题满分 12 分) $f(x) = \frac{\sin x + \cos x + |\sin x - \cos x|}{2}$

(1) 证明: π 不是 $f(x)$ 的周期

(2) 若 $f(x)$ 关于 $x = a$ 对称, 写出所有 a 的值; 设在 y 轴右侧的对称轴从左到右依次为 $x = a_1, x = a_2, \dots, x = a_n, \dots$, 求 $f(a_1 + a_2 + a_3)$

(3) $g(x) = \frac{\sin x}{\cos x - m}, (m > 1)$, 是否存在实数 α, β , 使 $f(\alpha) = g(\beta)$ 。若存在, 求 m 范围; 若不存, 在说明理由。