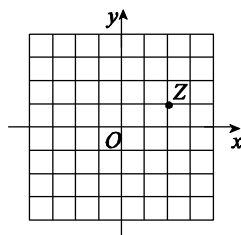


2014—2015 学年度下学期期末考试高二理科数学试卷

第 I 卷 (选择题 共 60 分)

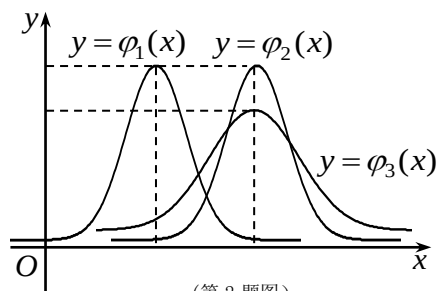
一、选择题 (本大题共 12 小题, 每小题 5 分, 共 60 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的)

1. 若 i 为虚数单位, 图中网格纸的小正方形的边长是 1, 复平面内点 Z 表示复数 z , 则复数 $\frac{z}{1+i}$ 对应的点位于复平面内的



(第 1 题图)

2. 已知三个正态分布的概率密度函数 $\varphi_i(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i} e^{-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}}$ ($x \in \mathbb{R}, i=1, 2, 3$) 的图象如图所示, 则



(第 2 题图)

- A. 第一象限
B. 第二象限
C. 第三象限
D. 第四象限
- A. $\mu_1 < \mu_2 = \mu_3, \sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$
B. $\mu_1 < \mu_2 = \mu_3, \sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$
C. $\mu_1 = \mu_2 < \mu_3, \sigma_1 < \sigma_2 = \sigma_3$
D. $\mu_1 > \mu_2 = \mu_3, \sigma_1 = \sigma_2 < \sigma_3$
3. 用数学归纳法证明 “ $2^n > n^2$, 对于 $n \geq n_0$ 的正整数 n 均成立” 时, 第一步证明中的起始值 n_0 的最小值为
- A. 1
B. 3
C. 5
D. 7
4. 若从 1, 2, 3, $\dots$, 9 这 9 个整数中同时取 4 个不同的数, 其和为奇数, 则不同的取法共有
- A. 60 种
B. 63 种
C. 65 种
D. 66 种
5. 已知函数 $f(x) = a \sin 3x + bx^3 + 4 (a \in \mathbb{R}, b \in \mathbb{R})$, $f'(x)$ 为 $f(x)$ 的导函数, 则 $f(2014) + f(-2014) + f'(2015) - f'(-2015) =$
- A. 8
B. 2014
C. 2015
D. 0
6. 两位工人加工同一种零件共 100 个, 甲加工了 40 个, 其中 35 个是合格品, 乙加工了 60 个, 其中有 50 个合格, 令 A 事件为 “从 100 个产品中任意取一个, 取出的是合格品”, B 事件为 “从 100 个产品中任意取一个, 取到甲生产的产品”, 则 $P(A|B)$ 等于
- A. $\frac{35}{100}$
B. $\frac{2}{5}$
C. $\frac{5}{7}$
D. $\frac{7}{8}$
7. 若 $(x+2+m)^9 = a_0 + a_1(x+1) + a_2(x+1)^2 + \dots + a_9(x+1)^9$, 且 $(a_0 + a_2 + \dots + a_8)^2 - (a_1 + a_3 + \dots + a_9)^2 = 3^9$, 则实数 $m =$
- A. -3
B. 0
C. 1
D. -3 或 1
8. 下列有关线性回归分析的四个命题中

- ①线性回归直线未必过样本数据的中心点 $(\bar{x}, \bar{y})$;
 ②回归直线就是散点图中经过样本数据点最多的那条直线;
 ③当相关性系数 $r > 0$ 时, 则两个变量正相关;
 ④如果两个变量的相关性越强, 则相关性系数 r 就越接近于 1.

其中真命题的个数为

- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

9. 已知盒子中有 4 个红球, n 个白球, 若从中一次取出 4 个球, 其中白球的个数为 X , 且 $E(X) = \frac{12}{7}$. 则 n 的值

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

10. 已知函数 $g(x)$ 是偶函数, $f(x) = g(x-2)$ 且当 $x \neq 2$ 时, 其导函数 $f'(x)$ 满足 $(x-2)f'(x) > 0$, 若 $1 < a < 3$, 则

- A. $f(4^a) < f(3) < f(\log_3 a)$ B. $f(3) < f(\log_3 a) < f(4^a)$
 C. $f(\log_3 a) < f(3) < f(4^a)$ D. $f(\log_3 a) < f(4^a) < f(3)$

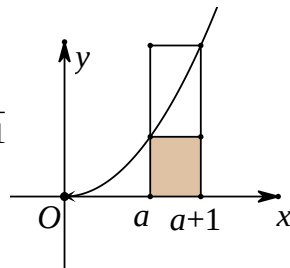
11. 如图所示, 由直线 $x = a, x = a+1 (a > 0), y = x^2$ 及 x 轴围成的曲边梯形的面积介于

相应小矩形与大矩形的面积之间, 即 $a^2 < \int_a^{a+1} x^2 dx < (a+1)^2$.

类比之, $\forall n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{2n} < A < \frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \cdots + \frac{1}{2n-1}$

恒成立, 则实数 A 等于

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\ln 2$ C. $\frac{3}{5}$ D. $\ln \frac{5}{2}$



12. 已知函数 $f(x) = \frac{\ln x}{x^2} - x - \frac{k}{x} + 2e$ 有且只有一个零点, 则 k 的值为

- A. $e + \frac{1}{e^2}$ B. $e^2 + \frac{1}{e}$ C. $e^2 + \frac{1}{e^2}$ D. $e + \frac{1}{e}$

第 II 卷 (非选择题 共 90 分)

二、填空题: 本大题共 4 小题, 每小题 5 分, 共 20 分, 把答案填在题中横线上.

13. 已知 x 为实数, 复数 $z = (x^2 + x - 2) + (x^2 + 3x + 2)i$ 为纯虚数, 则 $x = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 对于实数 x , $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 观察下列等式:

$$[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] = 3$$

$$[\sqrt{4}] + [\sqrt{5}] + [\sqrt{6}] + [\sqrt{7}] + [\sqrt{8}] = 10$$

$$[\sqrt{9}] + [\sqrt{10}] + [\sqrt{11}] + [\sqrt{12}] + [\sqrt{13}] + [\sqrt{14}] + [\sqrt{15}] = 21$$

.....

按照此规律第 n 个等式的等号右边的结果为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

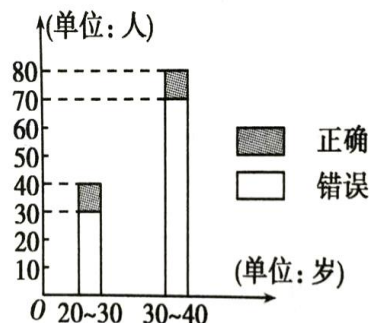
15. 若 6 个人排成一排, A, B, C 三人互不相邻, D, E 两人也不相邻的排法共有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 种.

16. 若实数 a, b, c, d 满足 $(b+a^2-3\ln a)^2+(c-d+2)^2=0$ ，则 $\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}$ 的最小值为_____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 70 分,解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)

“开门大吉”是中央电视台推出的娱乐节目.选手面对 1~8 号 8 扇大门,依次按响门上的门铃,门铃会播放一段音乐(将一首经典流行歌曲以单音色旋律的方式演绎),选手需正确回答出这首歌的名字,方可获得该扇门对应的家庭梦想基金.在一次场外调查中,发现参赛选手多数分为两个年龄段:20~30;30~40(单位:岁),其猜对歌曲名称与否的人数如图所示.



(I) 完成下列 2×2 列联表:

正误 \ 年龄	正确	错误	合计
20~30			
30~40			
合计			

(II) 判断是否有 90% 的把握认为猜对歌曲名称与否和年龄有关;说明你的理由.(下面的临界值表供参考)

$P(K^2 \geq k_0)$	0.10	0.05	0.010	0.005
k_0	2.706	3.841	6.635	7.879

(参考公式: $K^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}$, $n = n_{1+} + n_{2+} + n_{+1} + n_{+2}$)

18. (本小题满分 12 分)

若等差数列 $\{a_n\}$ 的首项为 $a_1 = C_{5m}^{11-2m} - A_{11-3m}^{2m-2}$ ($m \in N$), 公差是 $(\frac{5}{2x} - \frac{2}{5}\sqrt{x^2})^n$ 展开式中的常数项, 其中 n 为 $77^{77} - 15$ 除以 19 的余数, 求通项公式 a_n .

19. (本题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别为 a, b, c , 已知 $A = 30^\circ$, $a = 3$, $b = 3\sqrt{3}$.

(I) 求 B 和 $\triangle ABC$ 的面积;

(II) 当 B 是钝角时, 证明: $\tan(B - 118^\circ)$ 不可能是有理数.

20. (本题满分 12 分)

甲乙两班进行消防安全知识竞赛, 每班出 3 人组成甲乙两支代表队, 首轮比赛每人

一道必答题，答对则为本队得 1 分，答错不答都得 0 分，已知甲队 3 人每人答对的概率分别为 $\frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{1}{2}$ ，乙队每人答对的概率都是 $\frac{2}{3}$ 。设每人回答正确与否相互之间没有影响，用 ξ 表示甲队总得分。

(I) 求随机变量 ξ 的分布列及其数学期望 $E\xi$ ；

(II) 求在甲队和乙队得分之和为 4 的条件下，甲队比乙队得分高的概率。

21. (本题满分 12 分)

已知函数 $f(x) = ax^2 + 2x - \ln x (a \in \mathbb{R})$ 。

(I) 若 $a = 4$ ，求函数 $f(x)$ 的极值；

(II) 若 $f'(x)$ 在 $(0, 1)$ 有唯一的零点 x_0 ，求 a 的取值范围；

(III) 若 $a \in (-\frac{1}{2}, 0)$ ，设 $g(x) = a(1-x)^2 - 2x - 1 - \ln(1-x)$ ，求证： $g(x)$ 在 $(0, 1)$ 内有唯一的零点 x_1 ，且对 (II) 中的 x_0 ，满足 $x_0 + x_1 > 1$ 。

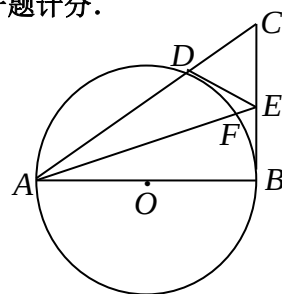
请考生在第 22-24 题中任选一题作答，如果多做，则按所做的第一题计分。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1：平面几何证明选讲

如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ，以 AB 为直径的 $\odot O$ 交 AC 于 D ，过点 D 作 $\odot O$ 的切线交 BC 于 E ， AE 交 $\odot O$ 于点 F 。

(I) 证明： E 是 BC 的中点；

(II) 证明： $AD \cdot AC = AE \cdot AF$ 。



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4：极坐标系与参数方程

在极坐标系中曲线 C 的极坐标方程为 $\rho \sin^2 \theta - \cos \theta = 0$ ，点 $M(1, \frac{\pi}{2})$ 。以极点 O 为原点，以极轴为 x 轴正半轴建立直角坐标系。斜率为 -1 的直线 l 过点 M ，且与曲线 C 交于 A, B 两点。

(I) 求出曲线 C 的直角坐标方程和直线 l 的参数方程；

(II) 求点 M 到两点 A, B 的距离之积。

24. (本大题满分 10 分) 选修 4-5：不等式选讲

设函数 $f(x) = |x+2| - |x-2|$

(I) 解不等式 $f(x) \geq 2$ ；

(II) 当 $x \in \mathbb{R}$ ， $0 < y < 1$ 时，证明： $|x+2| - |x-2| \leq \frac{1}{y} + \frac{1}{1-y}$ 。