

2011-2012 学年度下学期期末考试高二年级文科数学试卷

考试时间：120 分钟 试题满分：150 分

本试卷分第 I 卷(选择题)和第 II 卷(非选择题)两部分，共 150 分，考试时间 120 分钟

第 I 卷(客观题共 60 分)

一. 选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的.

- 若 $z_1 = (x-2) + yi$ 与 $z_2 = 3x + i(x, y \in R)$ 互为共轭复数，则 z_1 对应的点在 ()
(A) 第一象限 (B) 第二象限
(C) 第三象限 (D) 第四象限
- 对于独立性检验，下列四种说法中错误的序号是 ()
① χ^2 的值越大，说明两事件相关程度越大
② χ^2 的值越小，说明两事件相关程度越大
③ $\chi^2 \leq 3.841$ 时，有 95% 的把握说事件 A 与 B 无关
④ $\chi^2 > 6.635$ 时，有 99% 的把握说事件 A 与 B 有关
(A) ①③ (B) ①④ (C) ②③ (D) ②④
- 设 $a = \log_{\frac{1}{2}} 6$, $b = \left(\frac{1}{3}\right)^{0.8}$, $c = \ln \pi$, 下列结论正确的是 ()
(A) $a < b < c$ (B) $a < c < b$ (C) $c < a < b$ (D) $b < a < c$
- 函数 $y = x^2 - 2x + 3$ 在区间 $[0, m]$ 上有最大值 3，最小值 2，则 m 的取值范围是 ()
(A) $[1, +\infty)$ (B) $[1, 2]$ (C) $(-\infty, 2]$ (D) $[0, 2]$
- 对于线性相关系数，叙述正确的是 ()
(A) $|r| \leq 1$ ， $|r|$ 越接近于 1，相关程度越弱； $|r|$ 越接近于 0，相关程度越强
(B) $|r| \leq 1$ ， $|r|$ 越接近于 1，相关程度越强； $|r|$ 越接近于 0，相关程度越弱
(C) $|r| \in (0, +\infty)$ ， $|r|$ 越大，相关程度越强； $|r|$ 越小，相关程度越弱
(D) $|r| \in (0, +\infty)$ ， $|r|$ 越大，相关程度越弱； $|r|$ 越小，相关程度越强

6. $4^x + x^2 > 5 + \log_{\frac{1}{2}} x$ 的解集为 ()
- (A) (0,1) (B) (1,+∞)
 (C) (0,1) ∪ (1,+∞) (D) 以上都不对
7. 已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 - bx + a^2 - 2$ ($a, b \in R$), 若 $f(x)$ 在 $x = -1$ 处有极值 $\frac{5}{3}$, 则 $a - b$ 的值是 ()
- (A) -4 或 3 (B) 3 (C) -4 (D) -1
8. “自然数 a, b, c 中恰有一个偶数” 的否定为 ()
- (A) a, b, c 都是奇数 (B) a, b, c 不都是奇数
 (C) a, b, c 中至少有两个偶数 (D) a, b, c 中或都是奇数或至少有两个偶数
9. 已知 $f(x) = 2 + \ln x$ ($1 \leq x \leq e^2$), 则函数 $y = [f(x)]^2 + f(x^2)$ 的最大值为 ()
- (A) 6 (B) 13 (C) 22 (D) 33
10. 函数 $f(x) = \log_a(2x^2 + x)$, ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 在区间 $(0, \frac{1}{2})$ 上恒有 $f(x) > 0$, 则 $f(x)$ 的单调增区间为 ()
- (A) $(-\infty, -\frac{1}{4})$ (B) $(\frac{1}{4}, +\infty)$ (C) $(0, +\infty)$ (D) $(-\infty, -\frac{1}{2})$
11. 关于 x 的方程 $\sqrt{a^2 - x^2} + |x| = \sqrt{3}$ (其中 $1 \leq a \leq \sqrt{3}$), 其解得个数不可能是 ()
- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4
12. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数, 且 $f(2) = 0$, 当 $x > 0$ 时, 有 $xf'(x) < f(x)$ 恒成立, 则不等式 $x^4 f(x) > 0$ 的解集是 ()
- (A) $(-2, 0) \cup (2, +\infty)$ (B) $(-2, 0) \cup (0, 2)$
 (C) $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ (D) $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$

第 II 卷(主观题共 90 分)

二. 填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13. 在平面上，用一条直线去截正方形的一个角，截下的是一个直角三角形，有勾股定理 $c^2 = a^2 + b^2$ ，空间中的正方体，用一平面去截正方体的一角，截下的是三条侧棱两两垂直的三棱锥，三个两两垂直的侧面的面积分别为 S_1, S_2, S_3 ，截面面积为 S ，类比平面中的结论有_____.
14. 不等式 $(3x-1)^{-3} > (x+1)^{-3}$ 的解集为_____.
15. 已知直线 $y = kx$ 与曲线 $y = \ln x$ 相切，则实数 k 的值为_____.
16. 已知集合 $P = \{x | \frac{1}{3} \leq x \leq 3\}$ ，函数 $y = \log_2(ax^2 + 2x - 2)$ 的定义域为 Q ，若 $P \cap Q \neq \emptyset$ ，则实数 a 的取值范围是_____.

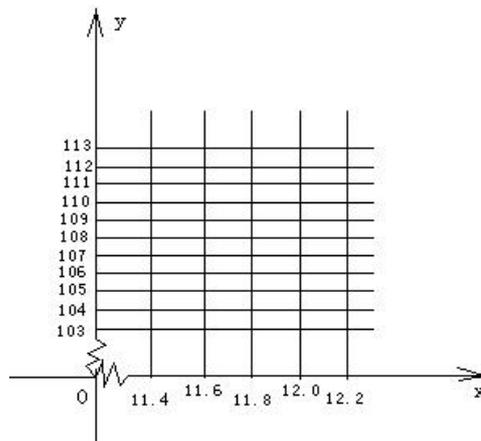
三. 解答题：共 70 分，解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题 12 分) 某超市在一段时间内的某种商品的价格 x (元) 与销售量 y (kg) 之间的一组数据如下表所示：

价格 x (元)	11.4	11.6	11.8	12.0	12.2
销售量 y (kg)	112	110	107	105	103

- (I) 画出散点图；
- (II) 求出 y 对 x 的回归的直线方程；
- (III) 当价格定为 11.9 元时，预测销售量大约是多少千克？

$$\hat{b} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2}$$



18. (本小题 12 分) 某学校为调查高三学生的身高情况, 按随机抽样的方法抽取 80 名学生, 得到男生身高情况的频率分布直方图 (图 (1)) 和女生身高情况的频率分布直方图 (图 (2)). 已知图 (1) 中身高在 170 ~ 175cm 的男生人数有 16 人.

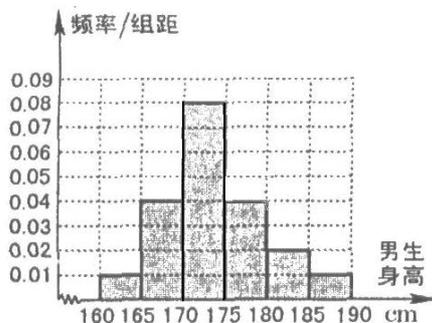


图 (1)

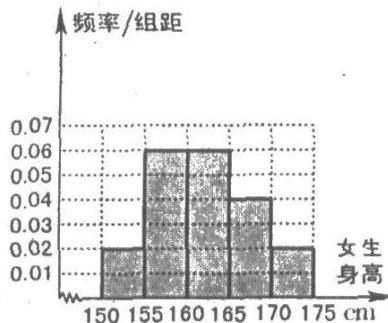


图 (2)

- (I) 试问在抽取的学生中, 男、女生各有多少人?
 (II) 根据频率分布直方图, 完成下列的 2×2 列联表, 并判断能有多大 (百分之几) 的把握认为 “身高与性别有关” ?

附:
$$\chi^2 = \frac{n(n_{11}n_{22} - n_{12}n_{21})^2}{n_{1+}n_{2+}n_{+1}n_{+2}}$$

$P(\chi^2 \geq k)$	0.05	0.01
k	3.841	6.635

	$\geq 170\text{cm}$	$< 170\text{cm}$	总计
男生身高			
女生身高			
总计			

- (III) 在上述 80 名学生中, 从身高在 170~175cm 之间的学生中按男、女性别分层抽样的方法, 抽出 5 人, 从这 5 人中选派 3 人当旗手, 求 3 人中恰好有一名女生的概率.

19. (本小题 12 分) 已知函数 $f(x) = \frac{ax+b}{1+x^2}$ 是定义在 $(-1,1)$ 上的奇函数, 且 $f(\frac{1}{2}) = \frac{2}{5}$.

- (I) 确定函数 $f(x)$ 的解析式;
 (II) 判断并证明 $f(x)$ 在 $(-1,1)$ 上的单调性;
 (III) 解不等式 $f(x-1) < -f(x)$.

20. (本小题 12 分) 设 $a, b, c (a \neq 0)$ 为实数, 且方程组 $\begin{cases} ax^2 + bx + c = y \\ ay^2 + by + c = x \end{cases}$ 恰有唯一一组

实数解, 用反证法证明: $(b-1)^2 = 4ac$ 。

21. (本小题 12 分) 已知函数 $f(x) = x^2 + a \ln x$ (a 为实常数)

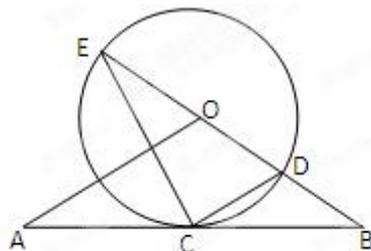
(I) 若 $a = -2$, 求证: 函数 $f(x)$ 在 $(1, +\infty)$ 上是增函数;

(II) 求函数 $f(x)$ 在 $[1, e]$ 上的最小值及相应的 x 值;

(III) 若存在 $x \in [1, e]$, 使得 $f(x) \leq (a+2)x$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

请考生在 22、23、24 三题中任选一题做答，如果多做，则按所做的第一题记分。做答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

22、(本小题满分 10 分) 如图，直线 AB 经过 $\odot O$ 上的点 C ，并且 $OA = OB, CA = CB$ ， $\odot O$ 交直线 OB 于 E, D ，连接 EC, CD 。



(I) 求证：直线 AB 是 $\odot O$ 的切线；

(II) 若 $\tan \angle CED = \frac{1}{2}$ ， $\odot O$ 的半径为 3，求 OA 长。

23、(本小题满分 10 分) 直角坐标系 xoy 中，以原点为极点， x 轴的正半轴为极轴建立极

坐标系，曲线 C 的方程为 $\rho = 4 \cos \theta$ ，直线 l 的方程为 $\begin{cases} x = -2 + \frac{\sqrt{3}}{2}t \\ y = \frac{1}{2}t \end{cases}$ (t 为参数)，直

线 l 与曲线 C 的公共点为 T 。

(I) 求点 T 的极坐标；

(II) 过点 T 作直线 l_1 ， l_1 被曲线 C 截得的线段长为 2，求直线 l_1 的极坐标方程。

24、(本小题满分 10 分) 设函数 $f(x) = |2x - a| + 2a$ 。

(I) 若不等式 $f(x) \leq 6$ 的解集为 $\{x | -6 \leq x \leq 4\}$ ，求实数 a 的值；

(II) 在 (I) 的条件下，若不等式 $f(x) \leq (k^2 - 1)x - 5$ 的解集非空，求实数 k 的取值范围。