

2018 届高三复习教学质量检测

文科数学

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分. 在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.

1. 设集合 $A = \{-1, 0, 1\}$, $B = \{x | x^2 = x\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{1\}$ B. $\{-1\}$ C. $\{0, 1\}$ D. $\{-1, 0\}$

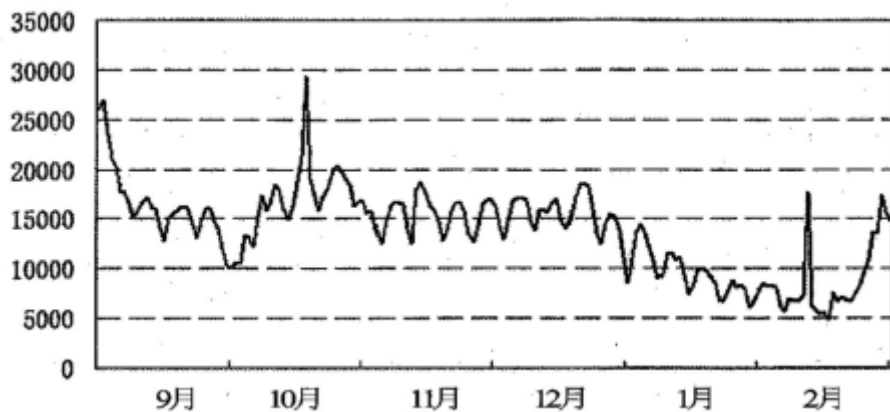
2. 已知 $a, b \in \mathbb{R}$, 复数 $a + bi = \frac{2i}{1+i}$, 则 $a + b =$ ()

- A. 2 B. 1 C. 0 D. -2

3. 若角 α 的终边经过点 $(1, -\sqrt{3})$, 则 $\sin \alpha =$ ()

- A. $-\frac{1}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. “搜索指数”是网民通过搜索引擎，以每天搜索关键词的次数为基础所得到的统计指标. “搜索指数”越大，表示网民对该关键词的搜索次数越多，对该关键词相关的信息关注度也越高. 下图是 2017 年 9 月到 2018 年 2 月这半年中，某个关键词的搜索指数变化的走势图.



根据该走势图，下列结论正确的是 ()

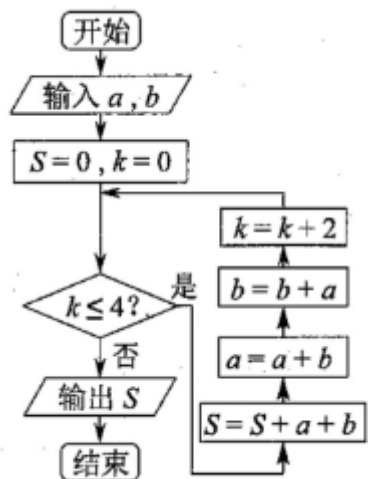
- A. 这半年中，网民对该关键词相关的信息关注度呈周期性变化
B. 这半年中，网民对该关键词相关的信息关注度不断减弱
C. 从网民对该关键词的搜索指数来看，去年 10 月份的方差小于 11 月份的方差
D. 从网民对该关键词的搜索指数来看，去年 12 月份的平均值大于今年 1 月份的平均值

5. 已知直线 $l: y = \sqrt{3}x + m$ 与圆 $C: x^2 + (y - 3)^2 = 6$ 相交于 A 、 B 两点，若 $|AB| = 2\sqrt{2}$, 则实数 m 的值

等于 ()

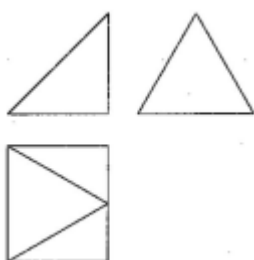
- A. -7 或 -1 B. 1 或 7 C. -1 或 7 D. -7 或 1

6. 执行下面的程序框图, 如果输入 $a=1$, $b=1$, 则输出的 $S = ()$



- A. 54 B. 33 C. 20 D. 7

7. 一个简单几何体的三视图如图所示, 其中正视图是等腰直角三角形, 侧视图是边长为 2 的等边三角形, 则该几何体的体积等于 ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2

8. 若直线 $x = a\pi (0 < a < 1)$ 与函数 $y = \tan x$ 的图像无公共点, 则不等式 $\tan x \geq 2a$ 的解集为 ()

- A. $\{x | k\pi + \frac{\pi}{6} \leq x < k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ B. $\{x | k\pi + \frac{\pi}{4} \leq x < k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$
 C. $\{x | k\pi + \frac{\pi}{3} \leq x < k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ D. $\{x | k\pi - \frac{\pi}{4} \leq x < k\pi + \frac{\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}\}$

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4x + a, & x < 1 \\ \ln x + 1, & x \geq 1 \end{cases}$ 的最小值是 1, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, 4]$ B. $[4, +\infty)$ C. $(-\infty, 5]$ D. $[5, +\infty)$

10. 数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} + a_n = (-1)^n \cdot n$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 20 项的和为 ()

- A. -100 B. 100 C. -110 D. 110

11. 已知 F_1, F_2 是椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的两个焦点, 过原点的直线 l 交 E 于 A, B 两点,

$\overrightarrow{AF_2} \cdot \overrightarrow{BF_2} = 0$, 且 $\frac{|\overrightarrow{AF_2}|}{|\overrightarrow{BF_2}|} = \frac{3}{4}$, 则 E 的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{4}$ C. $\frac{2}{7}$ D. $\frac{5}{7}$

12. 已知函数 $f(x) = \frac{e^x}{x} + k(\ln x - x)$, 若 $x=1$ 是函数 $f(x)$ 的唯一极值点, 则实数 k 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, e]$ B. $(-\infty, e)$ C. $(-e, +\infty)$ D. $[-e, +\infty)$

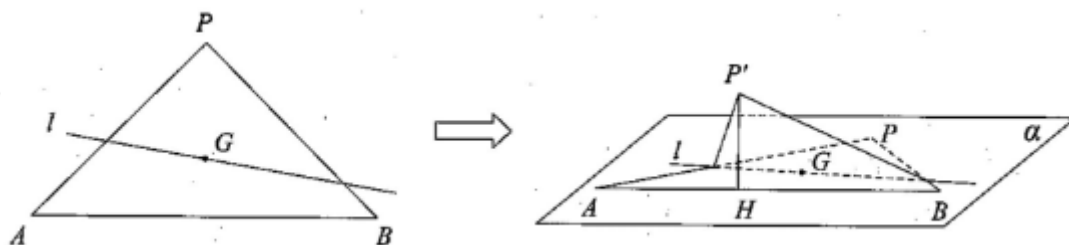
二、填空题 (每题 5 分, 满分 20 分, 将答案填在答题纸上)

13. 已知变量 x, y 满足 $\begin{cases} x+3 \geq 0 \\ x-y+4 \leq 0 \\ 2x+y-4 \leq 0 \end{cases}$, 则 $z = x+3y$ 的最小值为_____.

14. 已知向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $\vec{a} \perp \vec{b}$, $|\vec{a}| = 1$, $|2\vec{a} + \vec{b}| = 2\sqrt{2}$, 则 $|\vec{b}| =$ _____.

15. 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A, B, C 所对的边分别是 a, b, c , 若 $\cos C = \frac{1}{4}$, $c = 3$, 且 $\frac{a}{\cos A} = \frac{b}{\cos B}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积等于_____.

16. 如图, 等腰 $\triangle PAB$ 所在平面为 α , $PA \perp PB$, $AB = 6$. G 是 $\triangle PAB$ 的重心. 平面 α 内经过点 G 的直线 l 将 $\triangle PAB$ 分成两部分, 把点 P 所在的部分沿直线 l 翻折, 使点 P 到达点 P' ($P' \notin$ 平面 α). 若 P' 在平面 α 内的射影 H 恰好在翻折前的线段 AB 上, 则线段 $P'H$ 的长度的取值范围是_____.



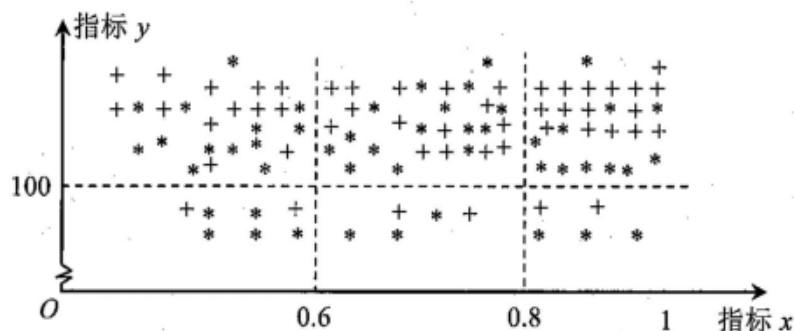
三、解答题 (本大题共 6 小题, 共 70 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.)

17. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中, $a_4 + a_5 = 4a_2$, $2a_3 - a_6 = 1$.

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(2) 设 $b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

18. 在贯彻中共中央国务院关于精准扶贫政策的过程中，某单位定点帮扶甲、乙两个村各 50 户贫困户. 为了做到精准帮扶，工作组对这 100 户村民的年收入情况、劳动能力情况、子女受教育情况、危旧房情况、患病情况等进行调查，并把调查结果转化为各户的贫困指标 x 和 y ，制成下图，其中 “*” 表示甲村贫困户，“+” 表示乙村贫困户。

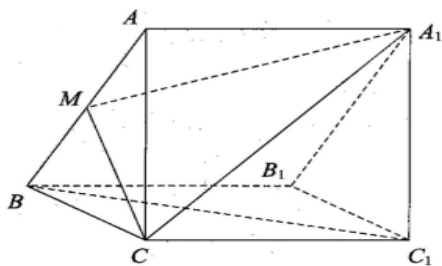


若 $0 < x < 0.6$ ，则认定该户为“绝对贫困户”，若 $0.6 \leq x \leq 0.8$ ，则认定该户为“相对贫困户”，若 $0.8 < x \leq 1$ ，则认定该户为“低收入户”；

若 $y \geq 100$ ，则认定该户为“今年能脱贫户”，否则为“今年不能脱贫户”。

- (1) 从乙村的 50 户中随机选出一户，求该户为“绝对贫困户”的概率；
- (2) 从甲村所有“今年不能脱贫的非绝对贫困户”中任选 2 户，求选出的 2 户均为“低收入户”的概率；
- (3) 试比较这 100 户中，甲、乙两村指标 y 的方差的大小（只需写出结论）。

19. 如图，直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中， M 是 AB 的中点。



- (1) 证明： $BC_1 \parallel$ 平面 MCA_1 ；
- (2) 若 $AB = A_1M = 2MC = 2$ ， $BC = \sqrt{2}$ ，求点 C_1 到平面 MCA_1 的距离。

20. 设抛物线 $C: y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点为 F ，准线为 l . 已知点 A 在抛物线 C 上，点 B 在 l 上， $\triangle ABF$ 是边长为 4 的等边三角形。

(1) 求 p 的值;

(2) 在 x 轴上是否存在一点 N , 当过点 N 的直线 l' 与抛物线 C 交于 Q 、 R 两点时, $\frac{1}{|NQ|^2} + \frac{1}{|NR|^2}$ 为定

值? 若存在, 求出点 N 的坐标, 若不存在, 请说明理由.

21. 函数 $f(x) = e^x - x - 1$, $g(x) = e^x(ax + x \cos x + 1)$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的极值;

(2) 若 $a > -1$, 证明: 当 $x \in (0, 1)$ 时, $g(x) > 1$.

请考生在 22、23 两题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分.

22. 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系 xOy 中, 圆 O 的方程为 $x^2 + y^2 = 4$, 以坐标原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 曲线 C 的极坐标方程是 $\rho^2 \cos 2\theta = 1$.

(1) 求圆 O 的参数方程和曲线 C 的直角坐标方程;

(2) 已知 M , N 是曲线 C 与 x 轴的两个交点, 点 P 为圆 O 上的任意一点, 证明: $|PM|^2 + |PN|^2$ 为定值.

23. 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = |x - 1|$.

(1) 解不等式 $f(2x) + f(x + 4) \geq 6$;

(2) 若 $a, b \in \mathbb{R}$, $|a| < 1$, $|b| < 1$, 证明: $f(ab) > f(a - b + 1)$.

试卷答案

一、选择题

1-5: CABDC

6-10: CDBBA

11、12: DA

二、填空题

13. 0

14. 2

15. $\frac{3\sqrt{15}}{4}$ 16. $(0, \sqrt{3}]$

三、解答题

17. 解: (1) 由 $\begin{cases} a_4 + a_5 = 4a_2 \\ 2a_3 - a_6 = 1 \end{cases}$, 得 $\begin{cases} 2a_1 - 3d = 0 \\ a_1 - d = 1 \end{cases}$, 解得 $\begin{cases} a_1 = 3 \\ d = 2 \end{cases}$.

所以, 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = 2n + 1$.

$$(2) b_n = \frac{1}{a_n a_{n+1}} = \frac{1}{(2n+1)(2n+3)} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \right),$$

所以 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 $S_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \cdots + \frac{1}{2n+1} - \frac{1}{2n+3} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2n+3} \right) = \frac{n}{6n+9}$.

所以 $S_n = \frac{n}{6n+9}$.

18. 解: (1) 由图知, 在乙村 50 户中, 指标 $x < 0.6$ 的有 15 户,

所以, 从乙村 50 户中随机选出一户, 该户为“绝对贫困户”的概率为 $P = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$.

(2) 甲村“今年不能脱贫的非绝对贫困户”共有 6 户, 其中“相对贫困户”有 3 户, 分别记为 A_1, A_2, A_3 .

“低收入户”有 3 户, 分别记为 B_1, B_2, B_3 , 所有可能的结果组成的基本事件有:

$$\{A_1, A_2\}, \{A_1, A_3\}, \{A_1, B_1\}, \{A_1, B_2\}, \{A_1, B_3\},$$

$$\{A_2, A_3\}, \{A_2, B_1\}, \{A_2, B_2\}, \{A_2, B_3\},$$

$$\{A_3, B_1\}, \{A_3, B_2\}, \{A_3, B_3\},$$

$$\{B_1, B_2\}, \{B_1, B_3\}, \{B_2, B_3\}.$$

共 15 个, 其中两户均为“低收入户”的共有 3 个,

所以, 所选 2 户均为“低收入户”的概率 $P = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$.

(3) 由图可知, 这 100 户中甲村指标 y 的方差大于乙村指标 y 的方差.

19. 解: (1) 连接 AC_1 , 设 AC_1 与 A_1C 的交点为 N , 则 N 为 AC_1 的中点, 连接 MN , 又 M 是 AB 的中点,

所以 $MN \parallel BC_1$. 又 $MN \subset$ 平面 MCA_1 , $BC_1 \not\subset$ 平面 MCA_1 , 所以 $BC_1 \parallel$ 平面 MCA_1 .

(2) 由 $AB = 2MC = 2$, M 是 AB 的中点, 所以 $\angle ACB = 90^\circ$,

在直三棱柱中, $A_1M = 2$, $AM = 1$, 所以 $AA_1 = \sqrt{3}$,

所以, 存在点 $N(2,0)$, 当过点 N 的直线 l' 与抛物线 C 交于 Q 、 R 两点时, $\frac{1}{|NQ|^2} + \frac{1}{|NR|^2}$ 为定值 $\frac{1}{4}$.

21. 解: (1) 函数 $f(x) = e^x - x - 1$ 的定义域为 $(-\infty, +\infty)$, $f'(x) = e^x - 1$,

由 $f'(x) > 0$ 得 $x > 0$, $f'(x) < 0$ 得 $x < 0$, 所以函数 $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 单调递减,

在 $(0, +\infty)$ 上单调递增, 所以函数 $f(x)$ 只有极小值 $f(0) = 0$.

(2) 不等式 $g(x) > 1$ 等价于 $ax + x \cos x + 1 > \frac{1}{e^x}$, 由 (1) 得: $e^x \geq x + 1$.

所以 $\frac{1}{e^x} < \frac{1}{x+1}$, $x \in (0, 1)$, 所以 $(ax + x \cos x + 1) - \frac{1}{e^x} > (ax + x \cos x + 1) - \frac{1}{x+1} = ax + x \cos x + \frac{x}{x+1} = x(a + \cos x + \frac{1}{x+1})$.

令 $h(x) = \cos x + a + \frac{1}{x+1}$, 则 $h'(x) = -\sin x - \frac{1}{(x+1)^2}$, 当 $x \in (0, 1)$ 时, $h'(x) < 0$,

所以 $h(x)$ 在 $(0, 1)$ 上为减函数, 因此, $h(x) > h(1) = a + \frac{1}{2} + \cos 1$,

因为 $\cos 1 > \cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$, 所以, 当 $a > -1$ 时, $a + \frac{1}{2} + \cos 1 > 0$, 所以 $h(x) > 0$, 而 $x \in (0, 1)$, 所以 $g(x) > 1$.

22. 解: (1) 圆 O 的参数方程为 $\begin{cases} x = 2 \cos \alpha \\ y = 2 \sin \alpha \end{cases}$, (α 为参数),

由 $\rho^2 \cos 2\theta = 1$ 得: $\rho^2 (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) = 1$, 即 $\rho^2 \cos^2 \theta - \rho^2 \sin^2 \theta = 1$,

所以曲线 C 的直角坐标方程为 $x^2 - y^2 = 1$.

(2) 由 (1) 知 $M(-1, 0)$, $N(1, 0)$, 可设 $P(2 \cos \alpha, 2 \sin \alpha)$, 所以 $|PM|^2 + |PN|^2 =$

$$(2 \cos \alpha + 1)^2 + (2 \sin \alpha)^2 + (2 \cos \alpha - 1)^2 + (2 \sin \alpha)^2 = 5 + 4 \cos \alpha + 5 - 4 \cos \alpha = 10$$

所以 $|PM|^2 + |PN|^2$ 为定值 10.

23. 解: (1) 由 $f(2x) + f(x+4) \geq 6$ 得: $|2x-1| + |x+3| \geq 6$,

当 $x < -3$ 时, $-2x+1-x-3 \geq 6$, 解得 $x < -3$;

当 $-3 \leq x \leq \frac{1}{2}$ 时, $-2x+1+x+3 \geq 6$, 解得 $-3 \leq x \leq -2$;

当 $x > \frac{1}{2}$ 时, $2x-1+x+3 \geq 6$, 解得 $x \geq \frac{4}{3}$;

综上, 不等式的解集为 $\{x | x \leq -2 \text{ 或 } \geq \frac{4}{3}\}$.

(2) 证明: $f(ab) > f(a-b+1) \Leftrightarrow |ab-1| > |a-b|$,

因为 $|a| < 1$, $|b| < 1$, 即 $a^2 < 1$, $b^2 < 1$,

所以 $|ab-1|^2 - |a-b|^2 = a^2b^2 - 2ab + 1 - a^2 + 2ab - b^2 = a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 = (a^2-1)(b^2-1) > 0$,

所以 $|ab-1|^2 > |a-b|^2$, 即 $|ab-1| > |a-b|$, 所以原不等式成立.