

2016~2017 学年第一学期高一年级期末质量抽测

数学试卷

本试卷共 4 页,共 100 分.考试时长 120 分钟.考生务必将答案答在答题卡上,在试卷上作答无效.考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回.

第一部分(选择题 共 36 分)

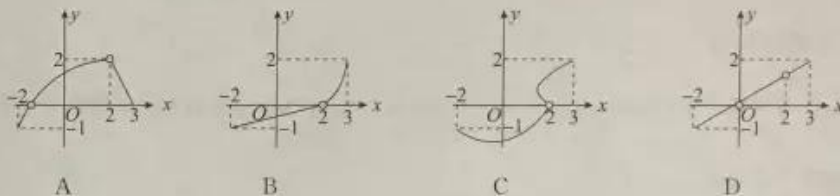
一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分.在每小题列出的四个选项中,选出符合题目要求的一项.

- 已知集合 $M = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 2x = 0\}$, $N = \{2, 0\}$, 则 $M \cap N =$
A. $\{0\}$ B. $\{2\}$ C. $\emptyset$ D. $\{-2, 0, 2\}$
- 若一个扇形的弧长是 3, 半径是 2, 则该扇形的圆心角为
A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{3}{2}$ C. 6 D. 7
- 设 $x \in \mathbf{R}$, 向量 $a = (3, x)$, $b = (-1, 1)$, 若 $a \perp b$, 则 $|a| =$
A. 6 B. 4 C. $3\sqrt{2}$ D. 3
- 二次函数 $f(x) = ax^2 + bx + 1$ 的最小值为 $f(1) = 0$, 则 $a - b =$
A. -2 B. -1 C. 1 D. 3
- 设点 O 是平行四边形 $ABCD$ 两条对角线的交点, 给出下列向量组:
① $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{AB}$; ② $\overrightarrow{DA}$ 与 $\overrightarrow{BC}$; ③ $\overrightarrow{CA}$ 与 $\overrightarrow{DC}$; ④ $\overrightarrow{OD}$ 与 $\overrightarrow{OB}$.
其中可作为该平面其他向量基底的是
A. ①② B. ①③ C. ①④ D. ③④
- 已知函数 $f(x) = |x - 1|$, 则与 $y = f(x)$ 相等的函数是
A. $g(x) = x - 1$ B. $h(x) = \begin{cases} x - 1, & x > 1, \\ 1 - x, & x < 1 \end{cases}$
C. $s(x) = (\sqrt{x - 1})^2$ D. $t(x) = \sqrt{(x - 1)^2}$
- 已知 $a = \log_2 \sqrt{2}$, $b = \log_{\pi} 2$, $c = \log_5 5$, 则
A. $c > b > a$ B. $b > c > a$
C. $a > b > c$ D. $c > a > b$
- 已知函数 $f(x) = 2 - \frac{3}{x}$, 若 $g(x) = f(x) - m$ 为奇函数, 则实数 m 的值为
A. -3 B. -2 C. 2 D. 3

9. 某商场在 2017 年元旦开展“购物折上折”活动,商场内所有商品先按标价打八折,折后价格每满 500 元再减 100 元,如某商品标价 1 500 元,则购买该商品的实际付款额为 $1\,500 \times 0.8 - 200 = 1\,000$ 元. 设购买某商品的实际折扣率 $= \frac{\text{实际付款额}}{\text{商品的标价}} \times 100\%$,某人欲购买标价为 2 700 元的商品,那么 he 可以享受的实际折扣率约为
- A. 55% B. 65% C. 75% D. 80%

10. 将函数 $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ 的图象上所有点向左平行移动 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度,得到函数 $g(x)$ 的图象,则 $g(x)$ 图象的一条对称轴的方程是
- A. $x = \frac{\pi}{6}$ B. $x = \frac{\pi}{3}$ C. $x = \frac{2\pi}{3}$ D. $x = \frac{5\pi}{6}$

11. 若函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\{x | -2 \leq x \leq 3, \text{ 且 } x \neq 2\}$, 值域为 $\{y | -1 \leq y \leq 2, \text{ 且 } y \neq 0\}$, 则 $y = f(x)$ 的图象可能是



12. 关于 x 的方程 $x = \log_a(-x^2 + 2x + a)$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$) 解的个数是
- A. 2 B. 1 C. 0 D. 不确定的

第二部分(非选择题 共 64 分)

二、填空题:本大题共 6 小题,每小题 4 分,共 24 分.

13. 函数 $y = \sqrt{3-x}$ 的定义域为_____.
14. 已知角 α 为第四象限角,且 $\cos \alpha = \frac{1}{3}$, 则 $\sin \alpha =$ _____; $\tan(\pi - \alpha) =$ _____.
15. 已知 $9^x = 3$, $\ln x = a$, 则 $x =$ _____.
16. 已知向量 $|\mathbf{a}| = 2$, $|\mathbf{b}| = 3$, $|\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{7}$, 那么 $|\mathbf{a} - \mathbf{b}| =$ _____.
17. 已知 $\alpha \in \left(\frac{5}{4}\pi, \frac{3}{2}\pi\right)$, 且满足 $\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha} = 8$, 则 $\sin \alpha \cos \alpha =$ _____; $\sin \alpha - \cos \alpha =$ _____.
18. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax + 2 - 3a, & x < 0, \\ 2^x - 1, & x \geq 0. \end{cases}$ 若存在 $x_1, x_2 \in \mathbf{R}, x_1 \neq x_2$, 使 $f(x_1) = f(x_2)$ 成立, 则实数 a 的取值范围是_____.

三、解答题:本大题共4小题,共40分.解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤.

19. (本题满分10分)

已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x \in \mathbf{R} \mid 2x - 3 \geq 0\}$, $B = \{x \mid 1 < x < 2\}$,
 $C = \{x \in \mathbf{N} \mid 1 \leq x < a\}$.

(I) 求 $A \cup B$;

(II) 若 C 中恰有五个元素, 求整数 a 的值;

(III) 若 $A \cap C = \emptyset$, 求实数 a 的取值范围.

20. (本题满分10分)

已知函数 $f(x) = \sin x - \frac{1}{2}$ 与 $g(x) = \cos(2x + \varphi)$ ($0 \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$), 它们的图象有一个横
坐标为 $\frac{\pi}{6}$ 的交点.

(I) 求 φ 的值;

(II) 将 $f(x)$ 图象上所有点的横坐标变为原来的 $\frac{1}{\omega}$ ($\omega > 0$) 倍, 得到 $h(x)$ 的图象, 若 $h(x)$ 的
最小正周期为 π , 求 ω 的值和 $h(x)$ 的单调递增区间.

21. (本题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = kx^2 + 2x$ 为奇函数, 函数 $g(x) = a^{f(x)} - 1$ ($a > 0$, 且 $a \neq 1$).

(I) 求实数 k 的值;

(II) 求 $g(x)$ 在 $[-1, 2]$ 上的最小值.

22. (本题满分 10 分)

已知函数 $f(x)$, 定义 $F(f(x)) = \begin{cases} 1, & x < f(x), \\ 0, & x = f(x), \\ -1, & x > f(x). \end{cases}$

(I) 写出函数 $F(2x-1)$ 的解析式;

(II) 若 $F(|x-a|) + F(2x-1) = 0$, 求实数 a 的值;

(III) 当 $x \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{4}{3}\pi\right]$ 时, 求 $h(x) = \cos x \cdot F(x + \sin x)$ 的零点个数和值域.