

高一中美班数学试卷

考试时间：120 分钟 试题满分：150 分

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1 $\cos 330^\circ = ()$

A $\frac{1}{2}$ B $-\frac{1}{2}$ C $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2 已知 $\alpha \in (\frac{\pi}{2}, \pi)$, $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, 则 $\tan \alpha$ 等于 $()$

A $\frac{3}{4}$ B $-\frac{3}{4}$ C $\frac{4}{3}$ D $-\frac{4}{3}$

3 函数 $y = \sin(x + \frac{\pi}{2})$ ($x \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$) 是 $()$

A 增函数 B 减函数 C 偶函数 D 奇函数

4 函数 $f(x) = |\sin x|$ 的一个单调递增区间是 $()$

A $(\pi, \frac{3\pi}{2})$ B $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ C $(-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$ D $(\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4})$

5 函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ 的最小正周期是 $()$

A $\frac{\pi}{2}$ B π C 2π D 4π

6 函数 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 图像的对称轴方程可能是 $()$

A $x = -\frac{\pi}{6}$ B $x = -\frac{\pi}{12}$ C $x = \frac{\pi}{6}$ D $x = \frac{\pi}{12}$

7 设 $\sin(\frac{\pi}{4} + \theta) = \frac{1}{3}$, 则 $\sin 2\theta = ()$

A $-\frac{7}{9}$ B $\frac{7}{9}$ C $-\frac{9}{7}$ D $\frac{9}{7}$

8 $(1 + \tan 20^\circ)(1 + \tan 25^\circ)$ 的值为 $()$

A $\sqrt{3}$ B $\sqrt{2}$ C 2 D $\sqrt{6}$

9 与向量 $\vec{a} = (4, -3)$ 平行的一个单位向量 $\vec{b}$ 是 $()$

A $\vec{b} = (\frac{-4}{5}, \frac{3}{5})$ B $\vec{b} = (\frac{4}{5}, \frac{3}{5})$ C $\vec{b} = (\frac{-4}{5}, \frac{-3}{5})$ D $\vec{b} = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$

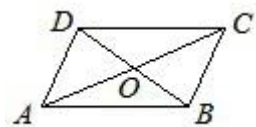
10 若向量 $\vec{BA} = (2, 3)$, $\vec{CA} = (4, 7)$, 则 $\vec{BC} = ()$

A $(-2, -4)$ B $(2, 4)$ C $(6, 10)$ D $(-6, -10)$

11 已知点 $A(-1, 1)$ 、 $B(1, 2)$ 、 $C(-2, -1)$ 、 $D(3, 4)$, 则向量 $\vec{AB}$ 在 $\vec{CD}$ 方向上的正射影的数量为 $()$

- A. $-\frac{3\sqrt{15}}{2}$ B. $\frac{3\sqrt{15}}{2}$ C. $-\frac{3\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

12 如图，在平行四边形 $ABCD$ 中，对角线 AC 与 BD 交于点 O ， $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \lambda \overrightarrow{AO}$ ，则 $\lambda =$ ()



- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{2}{3}$ C. 2 D. $\frac{5}{2}$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分

13 已知 $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2}$ ， $\alpha \in (0, \pi)$ ，则 $\tan \alpha =$ _____

14 计算 $\sin 43^\circ \cos 13^\circ - \cos 43^\circ \sin 13^\circ$ 的结果等于 _____

15 函数 $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ 的最大值为 _____

16 已知 $\triangle ABC$ 和点 M 满足 $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$. 若存在实数 m 使得 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2m \overrightarrow{AM}$ 成立，则 $m =$ _____

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17 (本小题满分 10 分)

已知函数 $f(x) = \tan(2x + \frac{\pi}{4})$ ，求 $f(x)$ 的定义域和最小正周期

18 (本小题满分 12 分)

求函数 $y = \frac{4 + 3 \sin x}{2 - \sin x}$ 的值域

19 (本小题满分 12 分)

求函数 $f(x) = 4 \cos x \sin(x + \frac{\pi}{6}) - 1$ 的单调递增区间

20 (本小题满分 12 分)

在 $\triangle ABC$ 中， AB 边上的高为 CD ，若 $\overrightarrow{CB} = \vec{a}$ ， $\overrightarrow{CA} = \vec{b}$ ， $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ， $|\vec{a}| = 1$ ， $|\vec{b}| = 2$

试用 $\vec{a}, \vec{b}$ 表示 $\overrightarrow{AD}$

21 (本小题满分 12 分)

已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 $A(-1, 0)$ ， $B(2, 0)$ ， $C(2, 3)$ ，试求 C 角的角平分线所在的直线方程

22 (本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = \sqrt{3} \sin(\omega x + \varphi)$ ($\omega > 0, -\frac{\pi}{2} \leq \varphi < \frac{\pi}{2}$) 的图像关于直线 $x = \frac{\pi}{3}$ 对称且图像上相邻两个最高点距离为 π

(1) 求 ω 和 φ 的值；

(2) 若 $f(\frac{\alpha}{2}) = \frac{\sqrt{3}}{4}$ 其中 $(\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{2\pi}{3})$ ，求 $\sin \alpha$ 的值