

2014—2015 学年度上学期期末考试高三年级

数学科（文科）试卷

第 I 卷（共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 个小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 设集合 $M = \{x | x^2 + 3x + 2 < 0\}$ ，集合 $N = \{x | (\frac{1}{2})^x \leq 4\}$ ，则 $M \cup N =$ ()

(A) $\{x | x \geq -2\}$ (B) $\{x | x > -1\}$ (C) $\{x | x < -1\}$ (D) $\{x | x \leq -2\}$

2. 已知复数 $z = 1 + i$ ，则 $z^2 - 2z =$ ()

(A) 2 (B) -2 (C) $2i$ (D) $-2i$

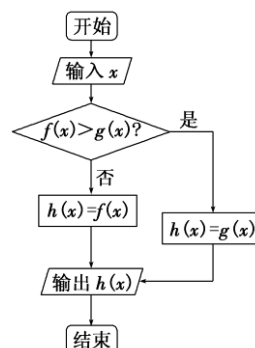
3. 如图，若 $f(x) = \log_3 x$ ， $g(x) = \log_2 x$ ，输入 $x = 0.25$ ，则输出 $h(x) =$ ()

(A) 0.25

(B) $\frac{1}{2} \log_3 2$

(C) $-2 \log_3 2$

(D) -2



4. 已知双曲线 $9y^2 - m^2x^2 = 1 (m > 0)$ 的一个顶点到它的一条渐近线的距离为 $\frac{1}{5}$ ，则 $m =$ ()

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

5. 下列选项中，说法正确的是 ()

(A) 命题 “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x \leq 0$ ” 的否定是 “ $\exists x \in \mathbf{R}, x^2 - x > 0$ ”

(B) 命题 “ $p \vee q$ 为真” 是命题 “ $p \wedge q$ 为真” 的充分不必要条件

(C) 命题 “若 $am^2 \leq bm^2$ ，则 $a \leq b$ ” 是假命题

(D) 命题 “在 $\triangle ABC$ 中，若 $\sin A < \frac{1}{2}$ ，则 $A < \frac{\pi}{6}$ ” 的逆否命题为真命题

6. 一个人以 6 米/秒的速度去追赶停在交通灯前的汽车，当他离汽车 25 米时交通灯由红

变绿，汽车开始变速直线行驶(汽车与人的前进方向相同)，汽车在时间 t 内的路程为 $s = \frac{1}{2}t^2$ 米，那么，此人 ()

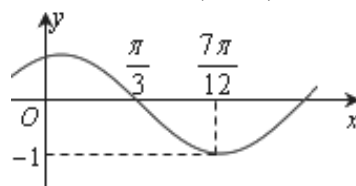
- (A) 可在 7 秒内追上汽车 (B) 可在 9 秒内追上汽车
(C) 不能追上汽车，但其间最近距离为 14 米
(D) 不能追上汽车，但其间最近距离为 7 米

7. 在 $\triangle ABC$ 中， $(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BA}) \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AC}|^2$ ，则三角形 ABC 的形状一定是 ()

- (A) 等边三角形 (B) 等腰三角形
(C) 直角三角形 (D) 等腰直角三角形

8. 函数 $f(x) = \sin(\omega x + \varphi)$ (其中 $|\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的图象如图所示，为了得到 $y = \sin \omega x$ 的图象，只需把 $y = f(x)$ 的图象上所有点 ()

- (A) 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 (B) 向右平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度
(C) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度 (D) 向左平移 $\frac{\pi}{12}$ 个单位长度



8 题

9. 抛物线 $x^2 = \frac{1}{2}y$ 在第一象限内图象上一点 $(a_i, 2a_i^2)$ 处的切线与 x 轴交点的横坐标记为 a_{i+1} ，其中 $i \in \mathbb{N}^+$ ，若 $a_2 = 32$ ，则 $a_2 + a_4 + a_6$ 等于 ()

- (A) 64 (B) 42 (C) 32 (D) 21

10. 若实数 $k \in [-3, 3]$ ，则 k 的值使得过点 $A(1, 1)$ 可以做两条直线与圆 $x^2 + y^2 + kx - 2y - \frac{5}{4}k = 0$ 相切的概率等于 ()

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{1}{6}$

11. 定义在 $(-1, 1)$ 区间上的函数 $f(x)$ 满足： $f(x) - f(y) = f\left(\frac{x-y}{1-xy}\right)$ 。若 $x \in (-1, 0)$

时 $f(x) > 0$ ，若 $P = f\left(\frac{1}{5}\right) + f\left(\frac{1}{7}\right)$, $Q = f\left(\frac{1}{2}\right)$, $R = f\left(\frac{1}{2}\right)$ ，则 P, Q, R 的大小关系为 ()

- (A) $R > Q > P$ (B) $R > P > Q$ (C) $P > R > Q$ (D) $Q > P > R$

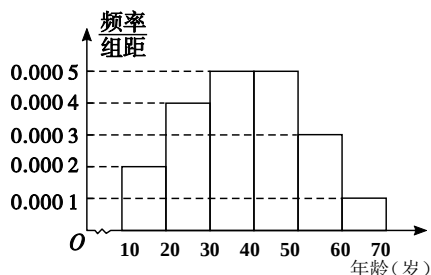
12. 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB=BC=1$, $BB_1=\sqrt{2}$ 。设点 A 关于直线 BD_1 的对称点为 P , 则 P 与 C_1 两点之间的距离为 ()

- (A) 1 (B) $\sqrt{2}$ (C) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

第II卷 (共90分)

二、填空题:本大题共4个小题,每小题5分,满分20分,将答案填在答题纸上.

13. 某网站就除夕是否放假问题进行社会调查,在回收的20 000份调查报表中,根据所得数据画出了样本频率分布直方图.为了更具体详细的分析民意,需要清楚填写调查表人的年龄与学历、职业等方面的关系,按年龄用分层抽样方法抽样,若从年龄为 $[50,60)$ (岁)段中抽取了30人,则这20 000人中共抽取的人数为_____。

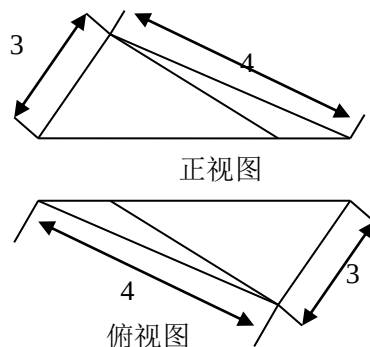


14. 有下列命题:

- (1) 函数 $y=4\cos x$, $x \in [-10\pi, 10\pi]$ 不是周期函数;
 (2) 函数 $y=\lg(\sin x+1)$ 在区间 $\left[2k\pi-\frac{\pi}{2}, 2k\pi+\frac{\pi}{2}\right]$ ($k \in \mathbb{Z}$) 上是单调增函数;
 (3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=60^\circ$, $AB+AC=2$, 则 BC 边长的最小值为 1;
 (4) 函数 $y=\frac{6+\sin^2 x}{2-\sin x}$ 的最小值为 $2\sqrt{10}-4$ 。

其中正确命题的序号是_____。

15. 把矩形 $ABCD$ 沿对角线 BD 折起,形成三棱锥 $C-ABD$ 的正视图和俯视图如右图所示,则侧视图的面积为_____



16. 已知 A, B 是平面区域 $\begin{cases} 2x - y - 4 \leq 0 \\ x + y - 2 \geq 0 \\ x - 2y + 4 \geq 0 \end{cases}$ 内的两个动点, 向量 $\vec{n} = (3, -2)$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \vec{n}$ 的最大值是_____。

三、解答题：本大题共 6 小题，共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17. (本小题满分 12 分)

在某次考试中，从甲乙两个班各抽取 10 名学生的数学成绩进行统计分析，两个班成绩的茎叶图如图所示，成绩不小于 90 分的为及格。

- (1) 用样本估计总体，请根据茎叶图对甲乙两个班级的成绩进行比较。
- (2) 在甲乙两班的成绩及格的同学们中再随机抽出两名同学的试卷做分析，求抽出的两人恰好都是甲班学生的概率。

甲				乙				
2	5	7	7	8	9			
4	7	8	8	6	7	8		
5	8	9	9	1	2	3	5	
6	8	10	10	1				

18. (本小题满分 12 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 各项都是正数，且 $\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2} + \sqrt{a_3} + \cdots + \sqrt{a_n} = n^2 + 3n (n \in \mathbb{N}^*)$ 。

- (1) 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；
- (2) 令 $b_n = \frac{2^n \cdot a_n}{n+1}$, $(n \in \mathbb{N}^*)$, 求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 S_n 。

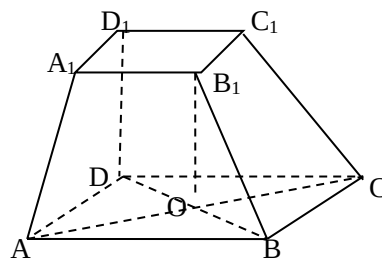
19. (本小题满分 12 分)

如图，在四棱台 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中， $DD_1 \perp$ 平面 $ABCD$ ，底面 $ABCD$ 是平行四边形，

$AB=AD=2A_1B_1$, $\angle BAD = 60^\circ$

- (1) 证明： $BB_1 \perp AC$ ；
- (2) 连接 AC, BD ，设交点为 O ，连接 B_1O 。设 $AB=2$, $DD_1=2$ ，求三棱锥 B_1-ABO 外接球的体积。

(球体体积公式： $V = \frac{4}{3} \pi R^3$, R 是球半径)



20. (本小题满分 12 分)

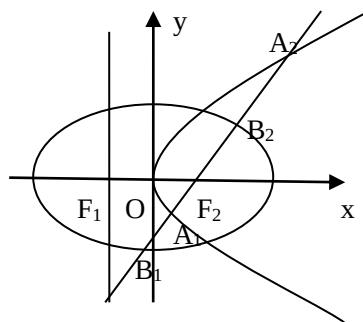
已知函数 $f(x) = \ln x + \frac{1}{x} + ax$ (a 是实常数), $g(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} + 1$ 。

- (1) 当 $a=2$ 时, 求函数 $f(x)$ 在定义域上的最值。
- (2) 若函数 $f(x)$ 在 $[1, +\infty)$ 上是单调函数, 求 a 的取值范围;
- (3) 是否存在正实数 a 满足: 对于任意 $x_1 \in [1, 2]$, 总存在 $x_2 \in [1, 2]$, 使得 $f(x_1) = g(x_2)$ 成立, 若存在求出 a 的范围, 若不存在, 说明理由。

21. (本小题满分 12 分)

设抛物线 $C_1: y^2 = 4x$ 的准线与 x 轴交于点 F_1 , 焦点为 F_2 ; 以 F_1, F_2 为焦点, 离心率为 $\frac{1}{2}$ 的椭圆记作 C_2

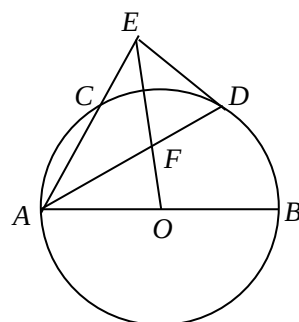
- (1) 求椭圆的标准方程;
- (2) 直线 L 经过椭圆 C_2 的右焦点 F_2 , 与抛物线 C_1 交于 A_1, A_2 两点, 与椭圆 C_2 交于 B_1, B_2 两点。当以 B_1B_2 为直径的圆经过 F_1 时, 求 $|A_1A_2|$ 长。
- (3) 若 M 是椭圆上的动点, 以 M 为圆心, MF_2 为半径作圆 $\odot M$, 是否存在定圆 $\odot N$, 使得 $\odot M$ 与 $\odot N$ 恒相切? 若存在, 求出 $\odot N$ 的方程, 若不存在, 请说明理由。



请考生在第 22、23、24 三题中任选一题作答, 如果多做, 则按所做的第一题记分, 作答时用 2B 铅笔在答题卡上把所选题目对应题号下方的方框涂黑。

22. (本小题满分 10 分) 选修 4-1: 几何证明选讲

如图, 已知 AB 是 $\odot O$ 的直径, AC 是 $\odot O$ 的弦, $\angle BAC$ 的平分线 AD 交 $\odot O$ 于 D , 过点 D 作 $DE \perp AC$ 交 AC 的延长线于点 E , OE 交 AD 于点 F . 若 $\frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$, 求 $\frac{AF}{FD}$ 的值。



23. (本小题满分 10 分) 选修 4-4: 坐标系与参数方程

在平面直角坐标系中, 以原点为极点, x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系, 两种坐标系取相同的单位长度. 已知曲线 $C: \rho \sin^2 \theta = 2a \cos \theta$ ($a > 0$), 过点 $P(-2, -4)$ 的

直线 l 的参数方程为 $\begin{cases} x = -2 + \sqrt{2}t, \\ y = -4 + \sqrt{2}t. \end{cases}$ (t 为参数). 直线 l 与曲线 C 分别交于 M 、 N . 若

$|PM|$ 、 $|MN|$ 、 $|PN|$ 成等比数列, 求实数 a 的值。

24. (本小题满分 10 分) 选修 4-5: 不等式选讲

已知函数 $f(x) = \log_2(|x+1| + |x-2| - m)$.

(1) 当 $m = 7$ 时, 求函数 $f(x)$ 的定义域;

(2) 若关于 x 的不等式 $f(x) \geq 2$ 的解集是 $\mathbf{R}$, 求 m 的取值范围.