

2010-2011学年度上学期期中阶段测试

高二文科数学试卷

考试时间120分钟 试卷满分150分

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，满分 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的。

1、下列所给的有关命题中，说法错误的命题是 ()

A. 命题“若 $x^2 - 3x + 2 = 0$, 则 $x = 1$ ”的逆否命题是“若 $x \neq 1$, 则 $x^2 - 3x + 2 \neq 0$ ”

B. $x = 1$ 是 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 的充分不必要条件

C. 若 $p \wedge q$ 为假命题，则 p, q 均为假命题

D. 对于命题 $p: \exists x \in R, x^2 + x + 1 < 0$, 则 $\neg p: \forall x \in R, x^2 + x + 1 \geq 0$

2、若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$ ，则下列不等式① $a + b < ab$ ；② $|a| > |b|$ ；③ $a < b$ ；④ $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} > 2$ 中，正确的不等式有 ()

A. 1 个

B. 2 个

C. 3 个

D. 4 个

3、等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $S_9 = -18, S_{13} = -52$ ，等比数列 $\{b_n\}$

中， $b_5 = a_5, b_7 = a_7$ ，则 b_{15} 的值为 ()

A. 64

B. -64

C. 128

D. -128

4、设关于 x 的不等式 $\lg(|x+1| + |x-9|) > a$ 恒成立，则 a 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 1)$

B. $(-\infty, 1]$

C. $(1, +\infty)$

D. $[1, +\infty)$

5、若关于 x 的不等式 $\frac{ax}{x-1} < 1$ 的解集为 $\{x | x < 1 \text{ 或 } x > 2\}$ ，则实数 a 的值为 ()

A. 1

B. 0

C. 2

D. $\frac{1}{2}$

6、下列函数中， y 的最小值为 4 的是 ()

A. $y = x + \frac{4}{x}$

B. $y = \frac{2(x^2+3)}{\sqrt{x^2+2}}$

C. $y = e^x + 4e^{-x}$

D. $y = \sin x + \frac{4}{\sin x} (0 < x < \pi)$

7、一个有限项的等差数列，前4项之和为40，最后4项之和是80，所有项之和是210，则此数列的项数为（ ）

- A. 12 B. 14 C. 16 D. 18

8、分别过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的左、右焦点 F_1 、 F_2 所作的两条互相垂直的直线 l_1 、 l_2 的交点在此椭圆的内部，则此椭圆的离心率的取值范围是（ ）

- A. $(0,1)$ B. $\left(0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ C. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right)$ D. $\left[0, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$

9、设直线 $l: 2x + y - 2 = 0$ 与椭圆 $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ 的交点为 A、B，点 P 是椭圆上的动点，则

使 $\triangle PAB$ 面积为 $\frac{1}{3}$ 的点 P 的个数为（ ）

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

10、若关于 x 的不等式 $x^2 + |x - a| < 2$ 至少有一个正数解，则实数 a 的取值范围是（ ）

- A. $\left(-\frac{9}{4}, 2\right)$ B. $\left(-\frac{9}{4}, \frac{9}{4}\right)$ C. $\left(-2, \frac{9}{4}\right)$ D. $(-2, 2)$

11、若实数 x, y 满足 $9^x + 9^y = 3^{x+1} + 3^{y+1}$ ，则 $u = 3^x + 3^y$ 的取值范围是（ ）

- A. $3 < u \leq 6$ B. $0 < u \leq 3$ C. $0 < u \leq 6$ D. $u \geq 6$

12、已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式 $a_n = n(n \in N^*)$ ，目标函数 $z = 2y - x$ 满足约束条件

$$\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ 2x - y - 1 \leq 0 \\ x + y - a_n \geq 0 \end{cases}$$

则 z 的最小值的取值集合为（ ）

- A. $[0, 4]$ B. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ C. $\{0\}$ D. \emptyset

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，满分 20 分。

13、在公差为零的等差数列 $\{a_n\}$ 中， $2a_3 - a_7^2 + 2a_{11} = 0$ ，数列 $\{b_n\}$ 是等比数列，且

$b_7 = a_7$ ，则 $\log_2(b_6 b_8)$ 的值为_____

14、不等式 $(4 - |x - 2|)\sqrt{1 - x} \leq 0$ 的解集是 _____

15、已知两个正数 x, y 满足 $x + y = 4$, 则使不等式 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} \geq m$ 恒成立的实数 m 的取值

范围是_____

16、已知椭圆 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$, 则过点 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 且被 P 平分的弦所在的直线方程_____

三、解答题: 本大题共 6 小题, 满分 70 分。解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤。

17、(本小题满分 10 分)

函数 $y = \sqrt{\frac{2-x}{x-1}}$ 的定义域为集合 A , 关于 x 的不等式 $\lg 2ax < \lg(a+x)$ ($a > 0$) 的解集为

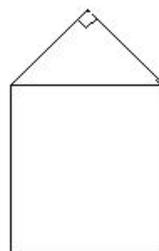
B , 求使 $A \cap B = A$ 成立的实数 a 的取值范围.

18、(本小题满分 12 分)

如图, 某单位用木料制作如图所示的框架, 框架的下部是边长分别为 x, y (单位: 米) 的矩形, 上部是斜边长为 x 的等腰直角三角形, 要求框架围成的总面积为 8 平方米.

(I) 求 x, y 的关系式, 并求 x 的取值范围;

(II) 问 x, y 分别为多少时用料最省.



19、(本小题满分 12 分)

已知由正数组成的两个数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$, 如果 a_n, a_{n+1} 是关于 x 的方程 $x^2 - 2b_n^2x + a_n b_n b_{n+1} = 0$ 的两根.

(1) 求证: $\{b_n\}$ 为等差数列;

(2) 已知 $a_1 = 2, a_2 = 6$, 分别求数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 的通项公式.

20、(本小题满分 12 分)

设 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左右焦点

(1) 设椭圆 C 上的点 $(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ 到 F_1, F_2 两点距离之和等于 4, 写出椭圆 C 的方程和焦点坐标;

(2) 设 K 是 (1) 中所得椭圆上的动点, 求线段 KF_1 的中点 B 的轨迹方程;

(3) 设点 P 是椭圆 C 上的任意一点, 过原点的直线 L 与椭圆相交于 M, N 两点, 若直线 PM, PN 的斜率都存在, 并记为 k_{PM}, k_{PN} 试探究 $k_{PM} \cdot k_{PN}$ 的值是否与点 P 及直线 L 有关, 并证明你的结论.

21、(本小题满分 12 分)

已知 $f(x) = x|x-a| - 2$.

(I) 当 $a = 1$ 时, 解不等式 $f(x) < |x-2|$;

(II) 当 $x \in (0, 1]$ 时, $f(x) < \frac{1}{2}x^2 - 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

22、(本小题满分 12 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的离心率 $e = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 左、右焦点分别为 F_1, F_2 , 点

$P(2, \sqrt{3})$, 点 F_2 在线段 PF_1 的中垂线上。

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 设直线 $l: y = kx + m$ 与椭圆 C 交于 M, N 两点, 直线 F_2M 与 F_2N 的倾斜角分别

为 α, β , 且 $\alpha + \beta = \pi$, 求证: 直线 l 过定点.