

高二理科数学（科目）试卷

考试时间：120 分钟

试题满分：150 分

命题人：王志良 刚道明

校对入：王志良 刚道明

第 I 卷（选择题共 60 分）

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1、复数 $\frac{2i}{1-i} = (\quad)$

- (A) $1+i$ (B) $1-i$ (C) $-1-i$ (D) $-1+i$

2、已知偶函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的导数存在，则 $f'(0) = (\quad)$

- (A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) 2

3、下列类比推理得到的结果错误的是 ()

- (A) 由多项式的加减法类比得到复数的加减法
(B) 由向量的性质 $a^2 = |a|^2$ 类比得到复数的性质 $z^2 = |z|^2$
(C) 由 $|x+y| \leq |x|+|y| (x, y \in \mathbf{R})$ 类比 $|z_1+z_2| \leq |z_1|+|z_2| (z_1, z_2 \in \mathbf{C})$
(D) 由向量加法的几何意义类比得到复数加法的几何意义

4、设 $f(x)$ 在点 $x=x_0$ 处可导，且 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+3\Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = 1$ ，则 $f'(x_0)$ 等于 ()

- (A) 1 (B) 0 (C) 3 (D) $\frac{1}{3}$

5、将 2 名教师，4 名学生分成 2 个小组，分别安排到甲、乙两地参加社会实践活动，每个小组由 1 名教师和 2 名学生组成，不同的安排方案共有 ()

- (A) 12 种 (B) 10 种 (C) 9 种 (D) 8 种

6、下列求导运算正确的是 ()

- (A) $(\frac{\ln x}{x})' = \frac{\ln x - 1}{x^2}$ (B) $(x^2 e^{-x})' = e^{-x}(2x + x^2)$
(C) $(\ln(2x+1))' = \frac{2}{2x+1}$ (D) $(x^2 \cos x)' = -2x \sin x$

7、下列说法正确的是 ()

- (A) 若 $f'(x_0)$ 不存在, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处没有切线
 (B) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处有切线, 则 $f'(x_0)$ 必存在
 (C) 若 $f'(x_0)$ 不存在, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处切线斜率不存在
 (D) 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 处没有切线, 则 $f'(x_0)$ 可能存在

8、函数 $f(x) = 2\cos x + x^2$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是 ()

- (A) 偶函数, 增函数 (B) 奇函数, 减函数 (C) 偶函数, 先减后增 (D) 偶函数, 先增后减

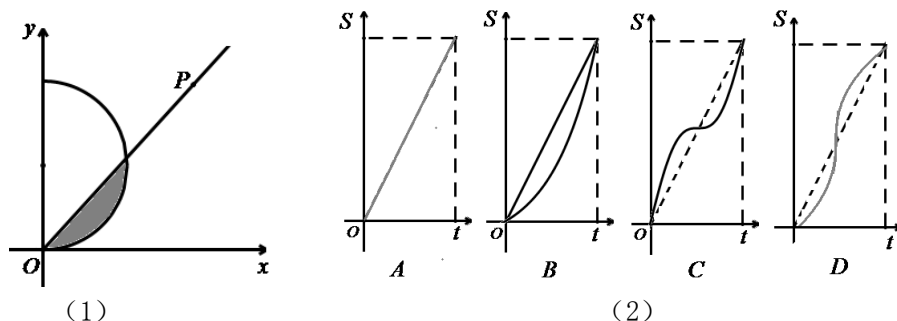
9、某小区有排成一排的 7 个车位, 现有 4 辆不同型号的车需要停放, 如果要求剩余的 3 个空车位连在一起, 那么不同的停放方法的种数为 ()

- (A) 120 种 (B) 72 种 (C) 96 种 (D) 32 种

10、函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}bx^2 + 1$ 有且仅有两个不同的零点, 则 b 的值为 ()

- (A) $\frac{\sqrt[3]{6}}{2}$ (B) $\sqrt[3]{6}$ (C) $2\sqrt[3]{6}$ (D) 不确定

11、如图 (1) 所示半圆, 射线 OP 从 x 轴正半轴处开始绕点 O 匀速旋转 (到 y 轴正半轴为止) 时, 所扫过的半圆内阴影部分的面积 S 是时间 t 的函数, 它的图象大致如图 (2) 中 ()



12、已知函数 $f(x) = x^2 - 2x + 1 + a \ln x$ 有两个极值点 x_1, x_2 , 且 $x_1 < x_2$, 则 ()

- (A) $f(x_2) < -\frac{1+2\ln 2}{4}$ (B) $f(x_2) < -\frac{1-2\ln 2}{4}$
 (C) $f(x_2) > \frac{1+2\ln 2}{4}$ (D) $f(x_2) > \frac{1-2\ln 2}{4}$

第II卷

二、填空题：本大题共4小题，每小题5分，共20分.

13、 $\int_0^{\pi} (1 + \sin x) dx =$ _____。

14、已知函数 $f(x) = \ln x$ 。若直线 $y = ax$ 与函数 $f(x)$ 的图象相切，则 $a =$ _____。

15、根据所给的四个等式，寻找规律写出第五个等式：

第一个 $3^2 + 4^2 = 5^2$

第二个 $10^2 + 11^2 + 12^2 = 13^2 + 14^2$

第三个 $21^2 + 22^2 + 23^2 + 24^2 = 25^2 + 26^2 + 27^2$

第四个 $36^2 + 37^2 + 38^2 + 39^2 + 40^2 = 41^2 + 42^2 + 43^2 + 44^2$

第五个 _____。

16、已知不等式 $4x^3 - ax + 1 \geq 0$ 对任意 $x \in [-1, 1]$ 恒成立，则 $a =$ _____。

三、解答题：本大题共有6小题，共70分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.

17、（本小题满分10分）已知复数 $z_1 = 4, z_2 = 4i$ ，若 $z \cdot \bar{z} = 16$ 且 $|z - z_1| = |z - z_2|$ ，求复数 z 。

18、（本小题满分10分）一个口袋里装有4个不同的红球，5个不同的白球，1个黑球。若取出一个黑球记三分，取出一个红球记两分，取出一个白球记一分，从口袋中取出5个球。

（1）总分恰好为七分的取法有多少种？（用数字作答）

（2）总分不低于七分的取法共有多少种？（用数字作答）

19、（本小题满分12分）已知函数 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}ax^2 + bx + 1, x \in R$ 。

（1）若函数 $f(x)$ 在 $(1, f(1))$ 处的切线为 $y = 2x - 1$ ，求 a, b 的值；

（2）用反证法证明： $|f'(1)|, |f'(2)|, |f'(3)|$ 中至少有一个不小于 $\frac{1}{2}$ 。

20、（本小题满分12分）某商场销售某种商品的经验表明，该商品每日的销售量 y （单位：

kg）与销售价格 x （单位：元/kg）满足关系式 $y = \frac{a}{x-3} + 10(x-6)^2$ ，其中 $3 < x < 6, a$ 为

常数，已知销售价格为5元/kg时，每日可售出该商品11kg。

（1）求 a 的值；

（2）若该商品的成本为3元/kg，试确定销售价格的值，使商场每日销售该商品所获得的利润最大。

21、（本小题满分 13 分）已知 $x > 0$ ，求证：

(1) $e^x > x + 1$;

(2) 用数学归纳法证明： $e^x > 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^n}{n!} (n \in \mathbf{N}^*)$ 。

22、（本小题满分 13 分）设 $f(x) = \ln x - \frac{1}{2}ax^2 - 2x$ ，其中 $a < 0$ ，且函数 $f(x)$ 存在单调减区间。

(1) 求 a 的取值范围；

(2) 若对满足条件的 a 的任意值， $f(x) < b$ 在 $x \in (0, 1]$ 上恒成立，求实数 b 的取值范围。